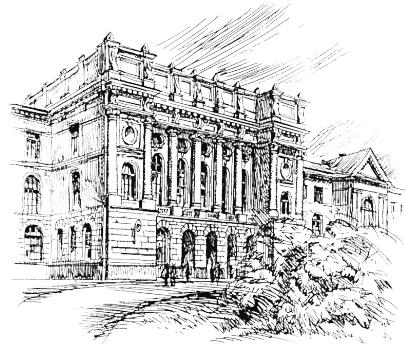


1(93)/2010



# Научно-технические ведомости СПбГПУ

ИНФОРМАТИКА.  
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ.  
УПРАВЛЕНИЕ

Санкт-Петербург. Издательство Политехнического университета

Федеральное агентство по образованию  
Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

# НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ СПбГПУ

## РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ ЖУРНАЛА

Алферов Ж.И., академик РАН; Васильев Ю.С., академик РАН (председатель);  
Костюк В.В., академик РАН; Лопота В.А., чл.-кор. РАН;  
Окрепилов В.В., чл.-кор. РАН; Рудской А.И., чл.-кор. РАН;  
Терещенко Г.Ф., академик РАН; Федоров М.П., чл.-кор. РАН;  
Фортов В.Е., академик РАН.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Васильев Ю.С., академик РАН (главный редактор); Арсеньев Д.Г., д-р техн. наук, профессор;  
Бабкин А.В., д-р экон. наук, профессор (зам. гл. редактора);  
Боронин В.Н., д-р техн. наук, профессор; Глухов В.В., д-р экон. наук, профессор;  
Дегтярева Р.В., д-р ист. наук, профессор; Иванов А.В., д-р техн. наук, профессор;  
Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор; Козловский В.В., д-р физ.-мат. наук, профессор;  
Рудской А.И., чл.-кор. РАН (зам. гл. редактора); Юсупов Р.М., чл.-кор. РАН.

## СЕРИЯ “ИНФОРМАТИКА. ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ. УПРАВЛЕНИЕ”

### РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ СЕРИИ

Юсупов Р.М., чл.-кор. РАН – председатель;  
Абрамов С.М., чл.-кор. РАН;  
Воеводин В.В., чл.-кор. РАН;  
Зaborовский В.С., д-р техн. наук, профессор;  
Козлов В.Н., д-р техн. наук, профессор;  
Фотиади А.Э., д-р физ.-мат. наук, профессор;  
Черноруцкий И.Г., д-р техн. наук, профессор.

### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ СЕРИИ

Юсупов Р.М., чл.-кор. РАН – председатель;  
Арсеньев Д.Г., д-р техн. наук, профессор – зам. председателя;  
Бабкин А.В., д-р экон. наук, профессор – зам. председателя;  
Болдырев Ю.Я., д-р техн. наук, профессор;  
Давыденко М.О., технический секретарь;  
Карпов Ю.Г., д-р техн. наук, профессор;  
Коротков А.С., д-р техн. наук, профессор;  
Макаров С.Б., д-р техн. наук, профессор;  
Устинов С.М., д-р техн. наук, профессор;  
Цикин И.А., д-р техн. наук, профессор;  
Шабров Н.Н., д-р техн. наук, профессор.

*Журнал выходит под научно-методическим руководством Российской академии наук с 1995 года.*

Журнал включен в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

Журнал издается в четырех сериях:  
*Наука и образование;*  
*Физико-математические науки;*  
*Экономические науки;*  
*Информатика, телекоммуникации, управление.*

Журнал зарегистрирован в Госкомпечати РФ. Свидетельство № 013165 от 23.12.94.

Подписной индекс **18390** в каталоге “Газеты. Журналы” Агентства “Роспечать”.

Журнал включен в базу данных “Российский индекс научного цитирования” (РИНЦ), размещенную на платформе Национальной электронной библиотеки на сайте <http://www.elibraru.ru>.

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

Точка зрения редакции может не совпадать с мнением авторов статей.

Адрес редакции и издательства: Россия, 195251,  
Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.  
Тел. редакции серии (812) 552-62-16.

© Санкт-Петербургский государственный  
политехнический университет, 2010



# Содержание

## Проблемы передачи и обработки информации

<b>Белявский Г.И., Штаба М.В.</b> Анализ и сжатие изображений с использованием математической 3-д морфологии.....	7
<b>Трифонов П.В.</b> Повышение точности байесовского классификатора текстовых документов .....	12
<b>Бендерская Е.Н., Шварц Д.Р.</b> Подход к определению параметров нейронной сети Кохонена в задачах анализа структуры многомерных данных.....	18

## Радиотехника, антенны, СВЧ-устройства

<b>Чернояров О.В.</b> Квазиправдоподобная оценка временного и энергетических параметров широкополосного случайного импульса на фоне белой и коррелированной помех .....	27
<b>Кудрявцев А.М., Смирнов А.А., Федянин А.В.</b> Алгоритм "трассовой" обработки данных радиомониторинга .....	38
<b>Шишгин И. Ф., Сергушев А. Г.</b> Поляризационная селекция локационных сигналов для трассологических наблюдений .....	42

## Системный анализ и управление

<b>Галимов А.Ф., Абайтүллин А.Г., Попов Д.В.</b> Онтологическая модель для информационной поддержки принятия решений в процессе ИТ-консультирования .....	49
<b>Сироткин А.В.</b> Управление процедурами информационного обслуживания в автоматизированных системах управления .....	55
<b>Житников В.П., Шерыхалина Н.М., Поречный С.С.</b> Решение задачи идентификации при оценке погрешностей численных результатов .....	60
<b>Анкудинов И.Г., Сироткин А.В.</b> Диспетчеризация процедур информационного взаимодействия в АСУ .....	63
<b>Попов А.В., Аксенов К.А., Доросинский Л.Г.</b> Интеллектуальная система моделирования логистических процессов .....	68
<b>Делицын Л.Л.</b> Прогнозирование распространения Интернета при помощи модели диффузии нововведений .....	74

## Вычислительные машины и программное обеспечение

<b>Павлов П.А.</b> Эффективность распределённых вычислений в масштабируемых системах .....	83
<b>Богоявленский Ю. А., Корзун Д. Ж.</b> Программная система удалённого решения однородных линейных диофантовых уравнений в неотрицательных целых числах .....	90
<b>Бородин А.М., Поршнев С.В.</b> Сравнительный анализ возможностей и скорости обработки многомерных данных программными средствами бизнес-аналитики на основе индексирующих структур основной памяти .....	99

## Математическое моделирование: методы, алгоритмы, технологии

<b>Пашковский А.В.</b> Метод стандартных элементов в решении задач магнитостатики при особенностях в окрестностях угловых точек .....	103
<b>Кулешов И.А., Бабкин А.В., Малахов Ю.А., Дуплинский М.А.</b> Анализ методов синтеза структуры сетей связи .....	106

<b>Громов Ю.Ю., Ищук И.Н.</b> Тепловое обнаружение и распознавание скрытых подповерхностных объектов на основе контурного анализа их тепловых томограмм .....	112
<b>Матвеев В.А.</b> Исследование конусной оптимальности в дифференциальной кооперативной игре без побочных платежей.....	115
<b>Ильясов Б.Г., Дегтярева И.В., Макарова Е.А., Павлова А.Н.</b> Регулирование неравновесных процессов макроэкономического кругооборота финансовых потоков .....	120
<b>Целуйко Д.С.</b> Модель оценки воздействия гибкости информационной системы на эффективность выполнения бизнес-процесса .....	128
<b>Кудрявцев О.Е.</b> Быстрый и эффективный метод оценивания барьерных опционов в моделях Леви с переключением режимов по параметрам процесса.....	136
<b>Козлов Ю.В.</b> Математические модели оптимизации движения подводного аппарата на циркуляции.....	142
<b>Аксенов К.А., Журавлёв А.В.</b> Исследование и анализ гибридных динамических моделей и программных систем моделирования дискретно-непрерывных процессов преобразования ресурсов .....	145
<b>Демидова Л.А., Кираковский В.В., Коротаев А.Н.</b> Подход к проблеме классификации технического состояния зданий и сооружений с использованием алгоритмов возможностной кластеризации и генетических алгоритмов .....	151
<b>Припадчев А. Д.</b> Математические модели процесса пассажирских перевозок в гражданской авиации.....	157
<b>Евстигнеев Н.М.</b> Численный метод решения уравнений Навье–Стокса на неструктурированных сетках с применением Лагранжево–Эйлерового метода.....	163
<b>Приборы, информационно-измерительные системы</b>	
<b>Балонин Н.А., Гарифин П.А., Марлей В.Е., Рябов Г.Г.</b> Перспективы использования информационных технологий для мониторинга технического состояния гидротехнических сооружений .....	171
<b>Электроника, технологии производства материалов электронной техники</b>	
<b>Чечулин В.Л.</b> Применение метода пространства состояний в управлении качеством процесса хлорирования титаносодержащей шихты.....	177
<b>Конференции</b>	
<i>Научные форумы на Крайнем Севере .....</i>	185
<i>Сведения об авторах .....</i>	187
<i>Аннотации .....</i>	191



# Contents

## Problems of transfer and information processing

<b>Beliavskiy G.I., Shtaba M.V.</b> <i>Image analysis and image compression using 3-d mathematical morphology</i> .....	7
<b>Trifonov P.V.</b> <i>Improving the precision of Bayesian classifier for text documents</i> .....	12
<b>Benderskaya E.N., Schwarz D.R.</b> <i>The approach to identifying the parameters of self-organizing maps in the task of analysis of data structure</i> .....	18

## Radio engineering, aerials, SHF devices

<b>Chernoyarov O.V.</b> <i>Quasy-likelihood estimation of the time delay and random substructure's parameters of the wideband pulse signal against white and correlated interferences</i> .....	27
<b>Kudryavtsev A.M., Smirnov A.A., Fedyanin A.V.</b> <i>"Path" processing technique of random medium radiomonitoring data</i> .....	38
<b>Shishkin I.F., Sergushev A. G.</b> <i>Methods of polarising selection location signals for route-tracking observations</i> .....	42

## The system analysis and management

<b>Galymov A.F., Abaitullin A.G., Popov D.V.</b> <i>Ontological model for information support of decision-making in the course of IT Consultation</i> .....	49
<b>Sirotkin A.V.</b> <i>Controlling information maintenance procedures in automated management systems</i> .....	55
<b>Zhitnikov V.P., Sherikhalina N.M., Porechny S.S.</b> <i>Identification problem solving applied to the numerical results estimation</i> .....	60
<b>Ankudinov I.G., Sirotkin A.V.</b> <i>Information interaction procedure control in automated management systems</i> .....	63
<b>Popov A.V., Aksyonov K.A., Dorosinskiy L.G.</b> <i>Intelligent system modeling of logistic processes</i> .....	68
<b>Delitsin L.L.</b> <i>Internet adoption forecasting using an innovation diffusion model</i> .....	74

## Computers and the software

<b>Pavlov P.A.</b> <i>Efficiency of the distributed calculations in scaled systems</i> .....	83
<b>Bogoyavlenskiy Y.A., Korzun D.G.</b> <i>A software system for remote solving homogenous linear diophantine equations in non-negative integers</i> .....	90
<b>Borodin A.M., Porshnev S.V.</b> <i>Comparative analysis of performance and features of business intelligence software based ob in-memory database indices</i> .....	99

## Mathematical modelling: methods, algorithms, technologies

<b>Pashkovsky A.V.</b> <i>Standard elements method in computing of the magnetostatic problem with feature of solutions in the vicinity of the corner points</i> .....	103
<b>Kuleshov I.A., Babkin A.V., Malaxov U.A., Duplinskii M.A.</b> <i>The analysis of methods of synthesis of communication networks</i> .....	106
<b>Gromov Yu.Yu., Ishchuk I.N.</b> <i>Heat detection and recognition hidden subsurface objects on the basis of the planimetric analysis of their thermal tomograms</i> .....	112



<b>Matveev V.A.</b> An investigation of the cone optimality in differential cooperative game without side payment .....	115
<b>Ilyasov B.G., Degtyareva I.V., Makarova E.A., Pavlova A.N.</b> Mechanism of goods market balancing influence on non-equilibrium processes of macroeconomic turnover of financial flows .....	120
<b>Tseluyko D.S.</b> Evaluation model of influence of information system flexibility on efficiency of business process .....	128
<b>Kudryavtsev O.E.</b> Fast and efficient pricing barrier options under regime-switching levy models .....	136
<b>Kozlov Yu.V.</b> Mathematical models of submersible craft movement optimization under circulation .....	142
<b>Aksyonov K.A., Zhuravlyov A.V.</b> Hibrid dynamic models and simulation system of resources conversion processes research and analysis .....	145
<b>Demidova L.A., Kirakovskiy V.V., Korotaev A.N.</b> Approach to problem of classification technical state of buildings and constructions with using algorithms of possibilistic clusterization and genetic algorithms .....	151
<b>Pripadchev A.D.</b> Mathematical models of the process of passenger transportations in the civil aviation ..	157
<b>Evstigneev N.M.</b> Numerical method of the decision of the equations of Navier-Stokes on not structured grids with application of Lagrangian-Euler's method .....	163
<b>Devices, information-measuring systems</b>	
<b>Balonin N.A., Garibin P.A., Marley V.E., Ryabov G.G.</b> Prospects of use of the information technology for monitoring of the technical condition of hydraulic engineering constructions .....	171
<b>Electronics, technologies of producing the materials of electronic techniques</b>	
<b>Chechulin V. L.</b> The spaces states modeling method application to the quality management of the titanium charge chlorination process .....	177
<b>Conference</b>	
<i>Scientific forums on the Far North .....</i>	185
<i>About the authors.....</i>	187
<i>Abstracts.....</i>	191

# Проблемы передачи и обработки информации

УДК 004.932.2

Г.И. Белявский, М.В. Штаба

## АНАЛИЗ И СЖАТИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ 3-Д МОРФОЛОГИИ

Проблема сжатия информации всегда будет актуальной. Известные методы сжатия информации [1] обладают общим недостатком: временем, затрачиваемым на обработку информации, поскольку большинство форматов не являются растровыми. Чем больше степень сжатия, тем больше время, затрачиваемое на анализ изображения. Поэтому в каждом конкретном случае выбирается компромиссное решение. Известно, что для корректной передачи цвета требуется 16 миллионов оттенков (8 бит на каждую из трёх цветовых компонент). Таким образом, для описания картинки на экране, содержащей 575 линий по 720 пикселей, требуется 1,240 Мб. Для передачи такой информации по В-каналу ISDN (если не используется сжатие) требуется около 2,5 мин. Необходимо найти компромиссное решение между временем обработки информации, содержащейся в изображении, временем передачи информации и степенью сжатия данных. Следует отметить, что при сжатии изображений важно понимать контекст используемого изображения в процессе принятия решения и максимально сохранить информацию, необходимую для правильного решения.

### Математическая 3-Д морфология в обработке и сжатии изображений

Одной из фундаментальных проблем анализа изображений является создание адекватного математического описания, передающего их содержание и смысл. Это описание должно отражать лишь существенные (с точки зрения решаемой задачи) особенности изображения и не зависеть от несущественных деталей. Методы морфологического анализа являются, таким образом, шагом на пути решения проблемы описания семантики изображений [2].

В основе этих методов лежит математическое понятие формы. Под формой изображения понимается максимальный инвариант преобразований изображения, которым оно подвергается при изменении условий наблюдения, параметров регистрирующей аппаратуры и др. [3]



Рис. 1. Примеры изображений “единицы”, сравнимые по форме

Все представленные на рис. 1 изображения имеют одну и ту же форму (в обычном понимании) и отличаются лишь условиями регистрации. Формально каждое серое изображение можно задать как функцию:  $f(x) = C_1\chi_1(x) + C_2\chi_2(x)$ ,  $x \in X$ , определённую на поле зрения  $X$  и принимающую два значения:  $C_1$  и  $C_2$  на его подмножествах  $A_1$  – “единице” и  $A_2$  – “фоне” соответственно,  $\chi_i(x)$  – индикаторная функция:

$$\chi_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in A_i \\ 0, & x \notin A_i \end{cases}, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

причём множества  $A_1$  и  $A_2$  не пересекаются. [4]

Формула (1) является базовой и допускает естественное обобщение, которое будет сделано ниже. Из формулы (1) следует, что каждое, отдельно взятое подмножество  $A_i$ , может быть обработано независимо от остальных, при этом его цвет не имеет значения, имеет значение только



форма – семантика изображения. Количество же этих слоёв-подмножеств может быть довольно большим и нести в себе значительный объём информации.

Основой интеллектуального анализа изображений в данной статье является подход Харалика (Haralick) и Шапиро (Shapiro), интерпретирующий цветное изображение как поверхность в трёхмерном пространстве, в котором третье измерение – это глубина цвета [5,6].

### Алгоритм обработки и сжатия изображений

Основная задача заключается в том, чтобы представить цветное изо-брзжение в виде аналогичном представлению серого изображения (1):

$$f(x) = C_1\chi_1(x) + C_2\chi_2(x) + \dots + C_n\chi_n(x), \quad x \in X, \quad (2)$$

где:

$$\chi_i(x) = \begin{cases} 1, & x \in A_i \\ 0, & x \notin A_i \end{cases}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Здесь  $A_i$  – это не пересекающиеся множества, представляющие собой цветовые слои.

Изложим некоторые предварительные соображения:

цветовая гамма выбирается исходя из конкретного изображения и является элементом кода;

число цветовых слоёв также зависит от конкретного изображения, и от качества его воспроизведения, т. е. от контекста его использования;

цветовая гамма строится на основе интенсивности цветов, с использованием методов кластерного анализа;

цвета с незначительной интенсивностью воспринимаются как шум и устраняются;

для адекватного воспроизведения цвета в работе используется стандартный подход, при котором цвета раскладываются на три цветовых компоненты: красная, зеленая и синяя;

кодирование каждого из слоёв происходит независимо друг от друга бинарным кодом.

**Обработка цветов и кодирование подмножеств.** Перейдем к более подробному описанию алгоритма кодирования цветного изображения.

Алгоритм кодирования выполняется в два прохода:

1. Первый проход. Анализ изображения и обработка цветов:

- a. выделение цветов;
- b. интеллектуальное прореживание, ведущее

к устраниению неразличимых оттенков;

с. определение количества подмножеств (цветовых слоёв).

2. Второй проход. Кодирование:

а. представление двумерных массивов в качестве одномерных;

б. определение принадлежности пикселя к соответствующему подмножеству;

с. послойное, оптимальное с точки зрения объёма, кодирование подмножеств с использованием марковского свойства последовательности пикселей;

д. сохранение кода из последовательности символов переменной длины.

*Комментарии к алгоритму* На первой стадии производится анализ изображения. Выбираются имеющиеся на изображении цвета, при этом производится прореживание цветов по каждой из трёх цветовых компонент для отсеивания неразличимых, неинформативных полутонов. После завершения этой стадии результирующее количество цветов является количеством подмножеств в формуле (2).

На рис. 2 отражены представления набора пикселей (сверху вниз): привычное представление в цвете; срез поверхности точек в 3-D пространстве  $A_i$  (по функции top-surface [5]); срез объёмной фигуры, отражающей структуру изображения (функция Umbra [5]); собственный способ представления  $A'_i$ , повышающий эффективность кодирования.

3-D морфологические подходы Umbra и Top-surface являются способом представления изображения, как поверхности, и позволяют работать с его свойствами и раскрывают нам новую задачу оптимизации этого 3-D подхода. Таким образом, было создано более эффективное представление изображения, которое можно кодировать с высокими коэффициентами сжатия.

Измененные множества, отмеченные как  $A'_i$ , обладают следующим свойством: функция top-surface от обоих множеств совпадает. Таким образом, существует большое количество множеств, удовлетворяющих этому свойству, и мы выберем то множество, которое обеспечит наилучшее сжатие информации.

Построение модифицированных множеств  $A'$  основано на том, что на каждом из цветовых слоёв существует три смысловых состояния пикселя: прозрачный (“0” обязательно пустой на верхних слоях), закрашенный “1” и незначимый

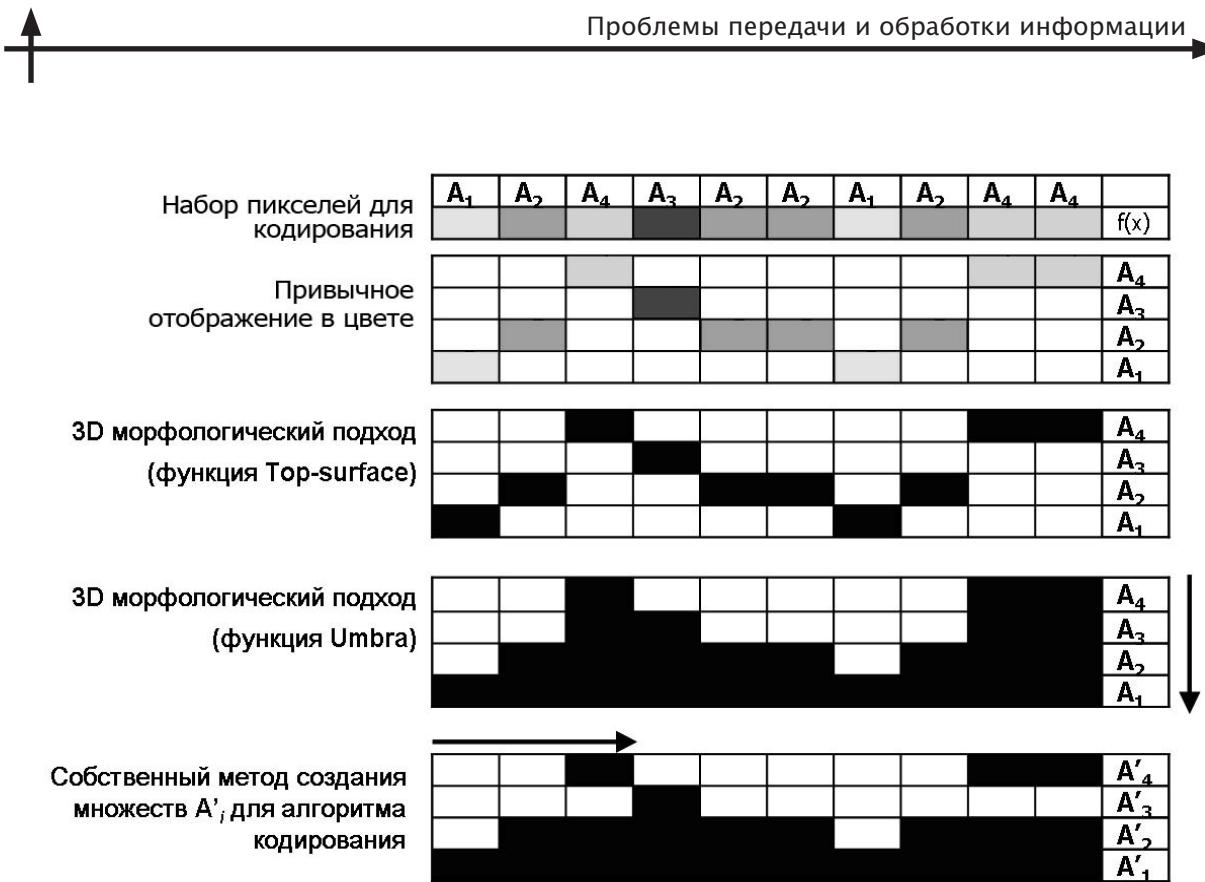


Рис. 2. Разбиение изображения на цветовые слои, срез 3-Д поверхности

(в нижних слоях). Прозрачные пиксели верхних слоев не закрасят значимые из нижних. Незначимые пиксели, на нижних слоях, впоследствии, будут закрашены значимыми из верхних, таким образом, эти пиксели можно кодировать любым удобным для нас значением “0” или “1”. Поэтому если алгоритм определяет пиксель как “незначимый”, он устанавливает его равным значению предыдущего значимого.

Каждый из цветовых слоёв отдельно кодируется как бинарное множество. При этом последовательные группы “0” и “1” суммируются, и сохраняются в массив, чётные элементы которого указывают на количество последовательных “0”, а нечётные на количество “1”.

Поскольку незначимые пиксели обозначаются так же, как и предыдущие значимые, они будут объединены в один блок, повышая, таким образом, эффективность сжатия.

На основе множеств  $A'_i$  вычисляются слагаемые  $C_i \chi_i(x)$  в разложении (1), т. е. изображение кодируется в последовательность значений – чередующееся количество прозрачных и заполненных пикселей, для каждого, уже изменённого, подмножества  $A'_i$ . Отметим, что выделяется код фона, который не кодируется, а является ин-

версией к сумме всех множеств. При этом коды сгруппированных пикселей могут быть достаточно громоздки, они должны быть объединены с другой информацией об изображении: данными о цветах, ширине и высоте изображения. Структура кода представлена на рис. 3.

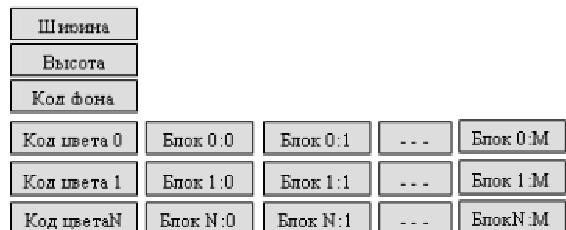


Рис. 3. Структура кодировки

На рис. 3 блоки “0:0, 0:1 и т. д.” – это количество чередующихся сгруппированных заполненных либо пустых пикселей, по принципу “есть цвет – нет цвета”.

#### Объём данных каждого элемента структуры

Ширина изображения	2 байта
Высота изображения	2 байта
Код цвета	3 байта, по байту на компоненту
Блок кодировки	1-4 байта, переменный



При максимальной длине блока кодировки в 4 байта алгоритм может обрабатывать изображение до 500 Мега пикселей.

Как уже отмечалось, блок кодировки может принимать значения от 1 до 4 байт, при этом каждый восьмой бит несёт в себе информацию, ожидается или нет следующий байт текущего блока. Порядок закодированных подмножеств (слоёв) также имеет значение, что является одной из особенностей алгоритма.

Если закодировать некоторые наборы пикселей (рис. 2), представление Umbra, Top-surface и модифицированное множество  $A'_i$ , то это будет выглядеть следующим образом:

$$\text{Top-surface}(A_2, A_3) = \{1, 1, 2, 2, 1, 1, 2\}, \{3, 1, 6\}.$$

$$\text{Umbra}(A_2, A_3) = \{1, 5, 1, 3\}, \{2, 2, 4, 2\}.$$

$$A'_{2,3} = \{1, 5, 1, 3\}, \{3, 1, 6\}.$$

Очевидно, что в последнем случае объём данных меньше.

**Алгоритм декодирования.** В алгоритм декодирования входит:

1. Прорисовка фона соответствующим цветом.
2. Переход от слоя к слою:
  - a. Перевод одномерных кодов в двумерные;
  - b. Раскодирование блочных кодов;
  - c. Прорисовка слоёв на изображении.

В основе декодирования лежит прорисовывание одних слоёв-подмножеств поверх других, в порядке, зарегистрированном при кодировании. При раскодировании блоки считаются с учётом их различной длины, кроме того, одномерный код каждого из слоёв отображается на сетчатку. То есть, воспроизводится разложение (2).

Отметим, что предлагаемый подход, использующий методы математической 3-D морфологии позволяет вычислять семейство функций

$$f_k^n(x) = \sum_{i=k+1}^n C_i \chi'_i(x); k = 1, 2, \dots, n-1; \quad x \in X.$$

Эта особенность метода позволяет решить следующую задачу. Допустим, нас интересует

только часть изображения, отличающаяся каким-то конкретным цветом или набором цветов. Рассмотрим следующий пример: при работе с физической картой местности, на которой цветом отмечены различные высоты, можно по запросу выделить интересующую область по интервалу высот, а "лишние" области изображения не передавать через канал связи (рис. 4). Для выделения интересующего слоя  $A_k$  нужно вычислить разность  $f_{k-1}^n(x) - f_k^n(x)$ . Если алгоритм декодирования выполняется на сервере по запросу клиента, то сокращается время передачи информации.

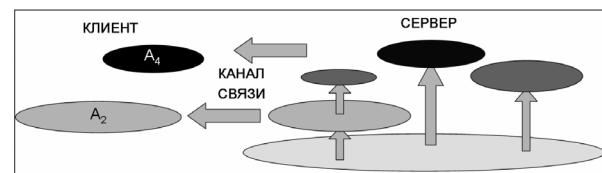


Рис. 4. Схема выделения и передачи отдельных информационных слоёв в изображении

## Реализация и результаты

Данный алгоритм обработки и сжатия изображений реализован в среде программирования Delphi и может быть добавлен в библиотеку подпрограмм. С помощью этого программного обеспечения можно открывать изображения основных графических форматов, обрабатывать их, а затем сохранять, в т. ч. и в новом, предложенном формате сжатия. В данном программном комплексе изображения сохраняются в файл, но этот алгоритм легко может быть применен и к хранению в базах данных.

Программное обеспечение позволило провести практические опыты, определить степень сжатия, а также сравнить с уже имеющимися форматами [7]. При использовании такого метода обеспечивается довольно высокий коэффициент сжатия, в оптимальных условиях он достигает значения 27:1.

## Результаты тестирования

BMP	PNG	GIF	JPG (качество 3)	JPG (качество 10)	Новый алгоритм	Рейтинг
657 Кб	95 Кб	48,1 Кб	69,9 Кб	143 Кб	40,1 Кб	1
1320 Кб	642 Кб	251 Кб	49,4 Кб	209 Кб	504 Кб	4
405 Кб	149 Кб	138 Кб	71,8 Кб	146 Кб	167 Кб	4
533 Кб	69,6 Кб	48,5 Кб	36,7 Кб	65,4 Кб	46,6 Кб	2
408 Кб	30,6 Кб	30,5 Кб	26,6 Кб	47,8 Кб	15,1 Кб	1

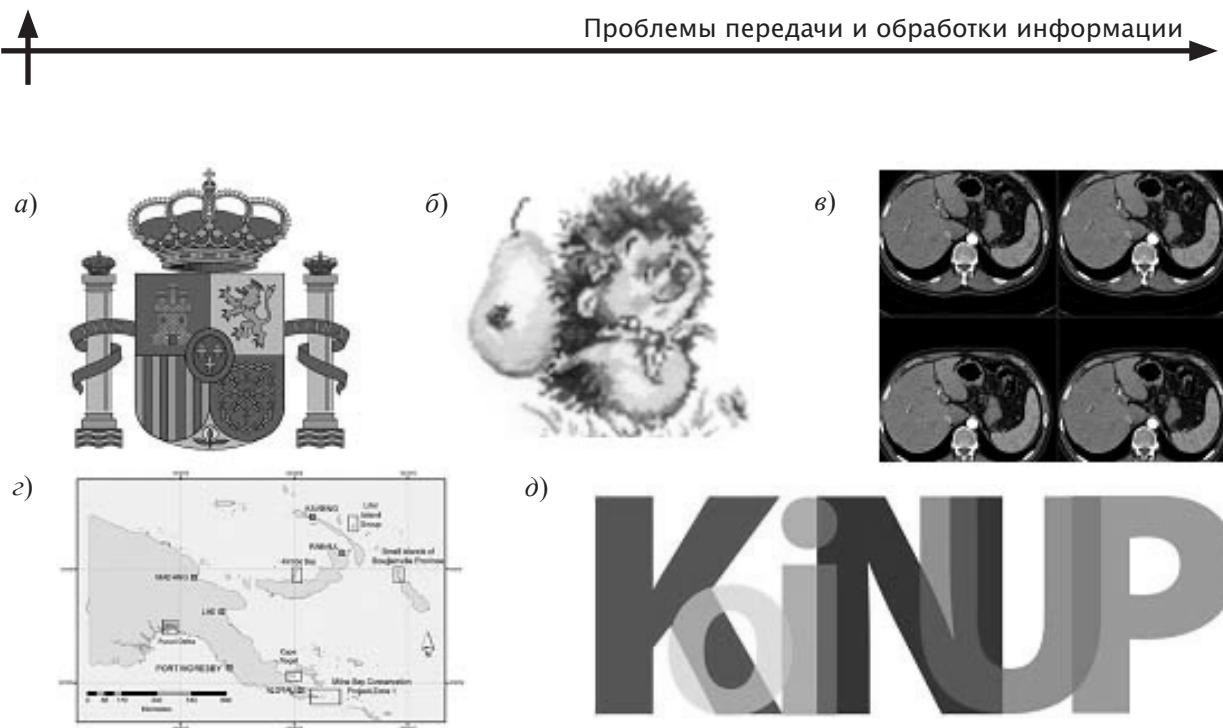


Рис. 5. Тестируемые изображения

Поскольку алгоритм был изначально разработан для растровых изображений, и несмотря на то, что разложение на слои имеет общие черты и достоинства векторной графики, тем не менее, сравнение было проведено с наиболее популярными растровыми форматами. Векторные форматы созданы, в первую очередь, для векторных изображений, а обработка растрового изображения в таком случае требует векторизации, что является уже другой областью изучения. Растровый и векторный подходы являются параллельными, потому сравнение качества сжатия с векторными форматами не проводится. Общее достоинство этих двух подходов, заключающееся в манипуляции смысловыми объектами-слоями, позволяет предложить алгоритм для использования в области картографии. Однако сравнение предложенного подхода с векторными форматами, в целом, свидетельствует о том, что алгоритм имеет достоинства и недостатки растрового изображения, и в конечном итоге всё зависит от конкретной поставленной задачи.

Можно отметить основные отличия в сравниваемых алгоритмах:

также как и BMP является растровым представлением, однако изображение занимает меньший объём памяти;

максимальное количество цветов в GIF формате 256, тогда как в предложенном алгоритме хоть и используется устранение некоторых цветов для объединения в слои, но их количество может

быть большим. Цветопередача у предложенного алгоритма выше, а в некоторых примерах выше и степень сжатия;

по сравнению с JPEG высокого качества, у предложенного алгоритма лучше коэффициент сжатия, однако JPEG более низкого качества с потерей формы объектов занимает меньший объём памяти;

предложенный алгоритм близок к PNG, однако, в большинстве примеров показывает более высокую степень сжатия;

при большом количестве цветов и полутонах коэффициент сжатия значительно уменьшается, однако при ограниченном количестве цветов предложенный алгоритм показывает хорошие результаты.

3-D морфологический подход позволяет по-другому представлять изображение, т. к. цветовые слои, из которых оно состоит, могут нести смысловую нагрузку, что можно использовать при избирательной передаче информации, содержащейся в изображении. При разработке и эксплуатации информационных систем этот метод делает работу более удобной, быстрой, позволяет разгрузить каналы передачи данных.

Предлагаемый алгоритм не является универсальным и показывает хорошие результаты в узких сферах применения. Дифференцированный подход к сохранению цвета даёт хорошие результаты в схематичной графике (гербы, логотипы), а послойное кодирование и разложение на смысловые

слои открывают новый подход в картографии. Таким образом, предложенный алгоритм, оставаясь растровым, принимает некоторые свойства векторной графики. С использованием данного алгоритма можно получить растровое изображение хорошего качества, при этом достаточно хорошо сжимаемое при хранении и передаче. В частности, при использовании в геоинформационных системах крупных баз данных (особенно, если они физически распределены по различным серверам, и данные передаются через Интернет), объёмы передаваемой информации имеют огромное значение. Преимущество также заключается в том, что пред-

ложенный алгоритм позволяет хранить закодированное цельное изображение местности, однако по запросу пользователя, через канал связи можно передать не только общие данные или фрагмент изображения, но и изображения областей или регионов. Интересующие пользователя данные (политические, физические и др.) отмечены определённым цветом, а значит, выделены в особое подмножество. Экономия времени на передаче данных очевидна, за счёт исключения информации не нужной пользователю. Подобные же функции могут быть востребованы и в других сферах, таких как медицина, криминалистика и др.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Семенов Ю.А. Telecommunication technologies—телекоммуникационные технологии. 2007. URL: <http://book.itper.ru>
2. Пытьев Ю.П. Морфологический анализ цветных изображений. 2005. URL: <http://cityref.ru/prosmotr/7518-0.htm>
3. Пытьев Ю.П. Задачи морфологического анализа изображений. Математические методы исследования природных ресурсов Земли из космоса. Под ред. В.Г. Золотухина. М.: Наука. 1984.
4. Задорожный С.С. Морфологический анализ формы изображений. 2002. URL: [http://www.butovo.com/~zss/bw\\_morf.html](http://www.butovo.com/~zss/bw_morf.html)
5. Shapiro L.G., Stockman G. C. Computer Vision. Prentice Hall. 2001. P. 580.
6. Haralick R. M. and Shapiro L. G. Computer and Robot Vision. Addison-Wesley. 1992. Vol. 2. P. 453–507.
7. Ватолин Д., Ратушняк А., Смирнов М., Юкин В. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео. Диалог-МИФИ. 2003.

УДК 004.855.5

П.В. Трифонов

### ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ БАЙЕСОВСКОГО КЛАССИФИКАТОРА ТЕКСТОВЫХ ДОКУМЕНТОВ

Организация больших библиотек текстовых документов (книг, статей, отчетов, архивов новостей и т. п.) требует их тематического упорядочения. Однако качественная реализация этого подхода является исключительно сложной задачей ввиду большого числа возможных категорий, отсутствия четких критериев отнесения произвольного документа к той или иной категории, отсутствия каких-либо классификационных меток у большинства документов и большого объема классифицируемых данных. Кроме того, система категорий и даже их значение могут меняться со временем. В связи с этим возникает необходимость разработки автоматизированных

обучаемых систем классификации текстовых документов.

Обучение классификатора состоит в построении по заданному набору документов (обучающему набору), классификация которых была выполнена экспертами вручную, некоторой модели, которая может быть использована в дальнейшем для принятия решения о принадлежности новых документов к указанным категориям. Первым этапом обучения классификатора является выделение некоторого набора характеристик документов, которые в дальнейшем будут использоваться для принятия решения об их принадлежности к различным категориям. В качестве таковых ха-



рактеристик, как правило, выступает количество вхождений в документ ключевых слов из некоторого набора, который также формируется на этапе обучения. Таким образом, обрабатываемые документы представляются в виде некоторого вектора признаков фиксированной размерности. Документы, относящиеся к различным категориям, характеризуются различным распределением на множестве таких векторов. В общем случае, компоненты вектора признаков являются статистически зависимыми случайными величинами.

Различные категории могут быть представлены как источники данных, характеризующиеся своими распределениями. Задача автоматической классификации может быть сформулирована как нахождение наиболее вероятного источника, породившего заданный вектор признаков. Сложность данной задачи определяется тем, что распределения, соответствующие различным категориям, заданы не в явном виде, а в виде обучавших наборов, допускается существование документов, относящихся одновременно к нескольким категориям, и компоненты векторов признаков являются сильно зависимыми случайными величинами, что исключает даже приближенное восстановление соответствующего многомерного распределения.

Одним из возможных путей к решению задачи классификации является использование метода Байеса. Как правило, при его использовании не учитывают статистическую зависимость случайных величин, фигурирующих в выражении для апостериорной вероятности принадлежности документа к некоторой категории, что может приводить к неточным результатам. В данной статье рассматривается способ преобразования векторов признаков, позволяющий снизить влияние их зависимости на точность получаемых результатов.

### **Представление данных для классификации**

Фразы естественного языка, как правило, могут быть описаны с помощью некоторого Марковского случайного процесса. Однако чрезвычайно большой объём алфавита (т. е. словаря) и значительная глубина памяти данного процесса делают задачу восстановления его параметров практически неразрешимой. В связи с этим при решении задачи классификации обычно представляют текст в виде списка слов с указанием числа их вхождений. При этом устойчивые словосочетания могут рассматриваться как единое

слово. Вместе с тем, многие слова являются служебными (союзы, предлоги и т. п.) и не содержат информации о тематической принадлежности документа. Поэтому они исключаются из дальнейшего рассмотрения с целью упрощения последующей обработки. С другой стороны, слова, несущие смысловую нагрузку, могут встречаться в различных грамматических формах, которые нецелесообразно рассматривать раздельно. Таким образом, возникает необходимость применения алгоритмов выделения грамматических основ слов [1], [2]. Результатом описанных преобразований является вектор целых чисел, указывающих количество вхождений в документ различных нетривиальных слов во всевозможных грамматических формах. В некоторых случаях для дальнейшей обработки достаточно ограничиться лишь булевскими переменными, указывающими на наличие или отсутствие соответствующих слов в документе. В статье используются двоичные векторы признаков, хотя предлагаемый метод может быть адаптирован и для более общего случая.

После применения вышеописанных преобразований остается слишком большое количество основ различных слов. С целью повышения точности и скорости работы алгоритмов классификации целесообразно выделить среди них небольшой набор наиболее значимых признаков. Пусть  $F_i(d): D \rightarrow \{0,1\}$  – функция, принимающая значение единицы тогда и только тогда, когда документ  $d \in D$  содержит слово с номером  $i$ . Пусть  $C_j(d): D \rightarrow \{0,1\}$  – функция, принимающая значение единицы тогда и только тогда, когда документ  $d \in D$  относится к категории  $j$ . Значения этих функций являются случайными величинами, совместное распределение которых определяется свойствами рассматриваемого пространства документов  $D$ . Факт наличия или отсутствия слова  $i$  в документе может быть использован для принятия решения о его принадлежности к категории  $j$  только в том случае, если эти случайные величины являются зависимыми. Таким образом, возникает необходимость отбора слов, пригодных для использования классификатором.

Наибольшее распространение получили метод взаимной информации и метод  $\chi^2$  [1]. Взаимная информация случайных величин  $A, B \in \{0,1\}$  определяется как

$$I(A;B) = \sum_{a=0}^1 \sum_{b=0}^1 P\{A = a, B = b\} \log_2 \frac{P\{A = a, B = b\}}{P\{A = a\}P\{B = b\}}.$$



Для принятия решения о принадлежности документов к категории  $j$  используются  $n$  слов с номерами  $i$ , которым соответствуют наибольшие значения  $I(F_i(d); C_j(d))$ . При вычислении этих значений вероятности заменяются выборочными частотами. Другим способом отбора признаков является использование критерия  $\chi^2$  независимости случайных величин, состоящего в выборе  $n$  слов с наибольшим значением  $\chi^2(F_i(d); C_j(d))$ , где  $\chi^2(A; B) = \sum_{a=0}^1 \sum_{b=0}^1 \frac{(N_{a,b} - E_{a,b})^2}{E_{a,b}}$ ,  $N_{a,b}$  – истинное количество в обучающем наборе документов с  $A = a$ ,  $B = b$  и  $E_{a,b}$  – математическое ожидание их количества, вычисленное в предположении о независимости случайных величин  $A$  и  $B$ .

Необходимо отметить, что для различных категорий применение описанных процедур может привести к выбору различных слов. В данной статье рассматривается реализация многоклассовой категоризации путём последовательной проверки принадлежности документа каждой из категорий. Поэтому в дальнейшем без ограничения общности будет рассматриваться задача двухклассовой категоризации. Описанные процедуры отбора признаков позволяют представлять произвольный документ на этапах обучения и классификации как двоичный вектор  $(F_1, \dots, F_n)$ ,  $i$ -я компонента которого равна единице тогда и только тогда, когда  $i$ -е отобранные слово содержится в этом документе, хотя при проверке гипотез о принадлежности документа различным категориям множества используемых слов, как правило, существенно отличаются.

### Классификация на множестве булевых векторов

**Метод Байеса.** Рассмотрим задачу двухклассовой категоризации векторов  $(F_1, \dots, F_n) \in \{0,1\}^n$ . Вероятность того, что такой вектор относится к категории  $a \in \{0,1\}$  может быть найдена как

$$P\{C = a | F_1 = f_1, \dots, F_n = f_n\} = \frac{P\{F_1 = f_1, \dots, F_n = f_n | C = a\}}{P\{F_1 = f_1, \dots, F_n = f_n\}} P\{C = a\}.$$

Предполагая, что случайные величины  $F_1, \dots, F_n$  независимы при всех возможных значениях С и вводя логарифмическое отношение правдоподобия, получим  $L(f_1, \dots, f_n) = \ln \frac{P\{C = 1 | F_1 = f_1, \dots, F_n = f_n\}}{P\{C = 0 | F_1 = f_1, \dots, F_n = f_n\}} = \ln \frac{P\{C = 1\}}{P\{C = 0\}} + \sum_{i=1}^n \ln \frac{P\{F_i = f_i | C = 1\}}{P\{F_i = f_i | C = 0\}}$ . Условные логарифмические отношения правдоподобия

$L_t(f) = \ln \frac{P\{F_i = f | C = 1\}}{P\{F_i = f | C = 0\}}$ ,  $f \in \{0,1\}$  могут быть найдены из выборочных частот, вычисленных на обучающем наборе. Решение о принадлежности вектора  $(f_1, \dots, f_n)$  к категории 1 принимается, если  $L(f_1, \dots, f_n) > 0$ .

В действительности предположение о независимости случайных величин  $F_i$  существенным образом нарушается, что приводит к неточностям при вычислении  $L(f_1, \dots, f_n)$ .

**Снижение статистической зависимости компонентов вектора признаков.** Как правило, вектора признаков, относящихся к одной категории, отличаются друг от друга в небольшом числе позиций. Это позволяет ввести некоторые базовые вектора  $V^k = (v_{k1}, \dots, v_{kn}) \in \{0,1\}^n$ ,  $k = 1..m$  и представить векторы признаков документов, относящихся к данной категории, как сумму по модулю 2 базового вектора  $V^{(k)}$  и вектора невязки  $E$ , т. е.  $F = V^{(k)} + E$ . Если при этом был выбран базовый вектор, ближайший в метрике Хемминга к вектору признаков, то компоненты вектора невязки, как правило, представляют собой случайные флуктуации и обладают слабой статистической зависимостью. Определим для каждого документа ближайший к нему вектор с номером  $K = k_0$  и вычислим соответствующие компоненты вектора невязки  $e_i = f_i + v_{k_0 i}$ ,  $i = 1..n$ . Тогда  $P\{C = a | F_1 = f_1, \dots, F_n = f_n\} = P\{C = a | K = k_0, E_1 = e_1, \dots, E_n = e_n\} = \frac{P\{E_1 = e_1, \dots, E_n = e_n | K = k_0, C = a\}}{P\{K = k_0, E_1 = e_1, \dots, E_n = e_n\}} P\{K = k_0 | C = a\}$

$P\{C = a\}$ . Предполагая независимость компонентов вектора невязки, получим

$$L'(f_1, \dots, f_n) = \ln \frac{P\{C = 1 | F_1 = f_1, \dots, F_n = f_n\}}{P\{C = 0 | F_1 = f_1, \dots, F_n = f_n\}} = \ln \frac{P\{C = 1\}}{P\{C = 0\}} + \ln \frac{P\{K = k_0 | C = 1\}}{P\{K = k_0 | C = 0\}} + \sum_{i=1}^n \ln \frac{P\{E_i = e_i | K = k_0, C = 1\}}{P\{E_i = e_i | K = k_0, C = 0\}}.$$

Численные эксперименты показывают, что увеличение размерности  $n$  вектора признаков выше десяти не приводит к существенному повышению точности классификации. Это позволяет организовать поиск подходящего набора базовых векторов с помощью следующего переборного алгоритма. Рассмотрим все различные непустые подмножества  $W$  множества  $\{0,1\}^n$ , содержащие не более  $M$  элементов. Для каждого такого подмножества  $\{V^{(1)}, \dots, V^{(m)}\}$  найдём среднюю длину описания элементов обучающего набора, отнесённых к категории 1, и выберем для использования в классификаторе то, при использовании которого достигается минимум этой величины.



Под описанием здесь понимается битовая строка, с помощью которой можно закодировать векторы признаков рассматриваемых документов. Из теории информации известно, что средняя длина описания некоторой случайной величины (в т. ч. и многомерной) не может быть меньше её энтропии [3]. Предлагается строить описание вектора признаков  $F$  путём нахождения ближайшего к нему вектора  $V^k$ , вычисления вектора невязки  $E = F + V^k$  и последующего независимого энтропийного кодирования величин  $K, E_1, \dots, E_n$ . Необходимо отметить, что в данном случае не требуется находить конкретные битовые последовательности, представляющие рассматриваемые вектора признаков, а достаточно лишь ограничиться нахождением их длин, т. е. энтропий соответствующих одномерных случайных величин. Это позволяет абстрагироваться от ограничений, связанных с целочисленностью длины таких последовательностей. Будем рассматривать в качестве меры статистической зависимости случайных величин  $Y_1, \dots, Y_n$  значение  $D(Y_1, \dots, Y_n) = \sum_{i=1}^n H(Y_i) - H(Y_1, \dots, Y_n)$ , где  $H(\cdot)$  – энтропия или совместная энтропия соответствующих случайных величин. Известно, что эта функция неотрицательна и равна нулю тогда и только тогда, когда случайные величины статистически независимы. Так как величины  $E, F$  и  $K$  связаны однозначным преобразованием, имеет место равенство  $H(F_1, \dots, F_n) = H(K, E_1, \dots, E_n)$ . Это позволяет сформулировать задачу поиска подходящего множества базовых векторов как минимизацию  $H(W) = H(K|C = 1) + \sum_{i=1}^n H(E_i|K, C = 1)$  по всем множествам  $W$  достаточно малой мощности. Вычисление соответствующих энтропий требует аппроксимации распределения дискретных случайных величин  $K, E_1, \dots, E_n$  выборочными частотами, найдёнными на множестве элементов обучающего набора, отнесённых к категории 1. Точность подобной аппроксимации снижается с уменьшением размера обучающего набора и количества векторов признаков  $F$ , ближайшим к которым оказывается каждый из векторов  $V^k$ .

Ограничение мощности множества базовых векторов вытекает не только из соображений вычислительной эффективности алгоритма обучения, но и из необходимости предотвращения “переобучения” классификатора. Действительно, минимум аппроксимации функции  $H(W)$ , полученной с использованием выборочных частот, может быть достигнут путём выбора в качестве

множества  $W$  всех различных векторов признаков, встретившихся в обучающем наборе, причём все величины  $E_i$  на данной выборке окажутся равны нулю с частотой 1. При последующем предъявлении классификатору документа, вектор признаков которого отличается хотя бы в одной позиции от всех векторов признаков элементов обучающего набора для данной категории, он будет вынужден принять решение о непринадлежности документа к этой категории, хотя подобное отличие вряд ли является существенным.

При выполнении описанной оптимизации элементы обучающего набора, отнесённые к категории 0, могут быть игнорированы. Это допущение основано на том факте, что для принятия решения об отнесении некоторого документа к категории 1 факт наличия в нём соответствующих ключевых слов является намного более значимым по сравнению с фактом отсутствия в нём каких-то других слов. В связи с этим появление в документах, относящихся к категории 0, ключевых слов (т. е. события  $F_i = 1$ ) носит характер случайных флюктуаций, которые, как правило, происходят независимо для различных  $i$ .

Таким образом, предлагается следующий алгоритм обучения бинарного классификатора для некоторой категории:

- 1) для всех документов из обучающего набора отбросить общеупотребительные слова и выделить грамматические основы оставшихся слов;

- 2) выбрать, используя критерий взаимной информации или  $\chi^2$ ,  $n$  ключевых слов, входжение или невхождение которых в документ является наиболее значимым для определения принадлежности к данной категории. Представить все документы, входящие в обучающий набор, как двоичные вектора  $(F_1, \dots, F_n)$ , где  $F_i = 1$  тогда и только тогда, когда  $i$ -е отобранное слово входит в соответствующий документ;

- 3) выделить в обучающем наборе документы, отнесённые к категории 1, и минимизировать функцию  $H(W)$  по всем множествам  $W \subset \{0, 1\}^n$ ,  $1 \leq |W| \leq M$ , используя для вычисления энтропий выборочные частоты соответствующих случайных величин;

- 4) для каждого элемента обучающего набора определить ближайший к нему в метрике Хемминга элемент множества  $W$  и вычислить соответствующий вектор невязки  $E$ ;

- 5) вычислить  $L = \ln \frac{P\{C = 1\}}{P\{C = 0\}} = \ln \frac{N_1}{N_0}$ ,

где  $N_c$  – количество документов обучающего набора, отнесённых к категории  $c$ ,  $c = 0, 1$ ;

6) вычислить

$$L_k = \ln \frac{P\{K = k | C = 1\}}{P\{K = k | C = 0\}} \approx \ln \frac{(N_{k1} + 1)/(N_1 + |W|)}{(N_{k0} + 1)/(N_0 + |W|)},$$

где  $N_{kc}$  – количество документов в обучающем наборе, отнесённых к категории  $c$ , вектор признаков которых является ближайшим в метрике Хемминга к  $k$ -му элементу множества  $W$ ,  $k = 1..|W|$ ;

7) вычислить

$$L_{kie} = \ln \frac{P\{E_i = e | K = k, C = 1\}}{P\{E_i = e | K = k, C = 0\}} \approx \ln \frac{(N_{klie} + 1)/(N_{k1} + 2)}{(N_{k0ie} + 1)/(N_{k0} + 2)},$$

где  $N_{kcie}$  – количество документов в обучающем наборе, отнесённых к категории  $c$ , ближайшим к которым является  $k$ -й элемент множества  $W$ , таких что  $i$ -я компонента их вектора невязки равна  $e \in \{0, 1\}$ ,  $i = 1..n$ .

Приближенные выражения для  $L_k$  и  $L_{kie}$ , использованные в данном алгоритме, позволяют повысить точность работы классификатора в тех случаях, когда в обучающем наборе не оказалось ни одного представителя с данным значением признака.

Классификация неизвестного документа сводится к построению вектора признаков  $(f_1, \dots, f_n)$ , указывающего на наличие или отсутствие в тексте различных грамматических форм отобранных ключевых слов, поиску ближайшего к нему в метрике Хемминга вектора  $V^{(k)} = (v_1, \dots, v_n)$  из множества  $W$ , и вычислению  $L'(f_1, \dots, f_n) = L + L_k + \sum_{i=1}^n L_{ki, f_i + v_i}$ . Решение о принадлежности документа к категории 1 принимается в случае положительности этой величины.

Множество базовых векторов, построенных с помощью описанного метода, может рассматриваться как некоторый код, задающий области в пространстве векторов признаков, в которых вероятно появление тех из них, которые могут относиться к заданной категории.

### Численные результаты

Эффективность предложенного метода была исследована на примере набора документов Reuters-21578, широко используемого для сравнения качества различных классификаторов [1]. Данный набор включает 21578 документов, разделенных на обучающее и контрольное множества, а также сто двадцать категорий. Каждый документ отнесен экспертами к нулю, одной или нескольким категориям. Для каждой категории в

соответствии с описанным алгоритмом был построен классификатор. Все классификаторы последовательно применялись к каждому элементу контрольного набора с целью проверки или опровержения гипотезы об их принадлежности к соответствующим категориям.

Задача классификации является частным случаем задачи статистической проверки гипотез, поэтому качество классификатора может быть описано вероятностями ошибок первого и второго рода. Однако в литературе по данному вопросу принято использовать такие характеристики, как точность  $P = \frac{N_{tp}}{N_{tp} + N_{fn}}$  и полнота  $R = \frac{N_{tp}}{N_{tp} + N_{fp}}$ , где  $N_{tp}$  – число документов из контрольного набора, правильно опознанных как принадлежащие соответствующей категории,  $N_{fp}$  – количество документов, ошибочно отнесённых к этой категории, и  $N_{fn}$  – количество документов, ошибочно не отнесённых к ней. Ясно, что точность и полнота однозначно связаны с вероятностями соответствующих ошибок. Эти величины могут быть вычислены как для отдельных категорий, так и для всего контрольного набора. Эффективность предложенного метода устранения статистической зависимости элементов вектора признаков может быть оценена путём сравнения величин  $H(F_1, \dots, F_n)$ ,  $H_0 = \sum_{i=1}^n H(F_i)$ ,  $H_1 = H(K) + \sum_{i=1}^n H(E_i | K)$ . При этом необходимо понимать, что приведённые далее оценки  $H(F_1, \dots, F_n)$  являются достаточно неточными, т. к. они найдены с использованием выборочных частот появления различных векторов  $(F_1, \dots, F_n)$ . Ввиду того, что принципиально возможно появление  $2^n$  различных таких векторов, а размер обучающего набора для многих категорий весьма мал, выборочные частоты представляют собой грубую аппроксимацию соответствующих вероятностей. Известно, что функция энтропии крайне чувствительна к неточностям в оценке вероятности редких событий. Этот фактор менее значим для одномерных энтропий  $H(F_i)$ , т. к. для каждого из возможных значений  $F_i$  в большинстве случаев удается собрать достаточно большое число примеров векторов признаков.

Результаты проведённых экспериментов для случая  $n = 6$  ключевых слов для каждой категории, отобранных по критерию взаимной информа-



Таблица 1

## Результаты проведённых экспериментов

Категория	$H(F_1, \dots, F_n)$ , нат	$M = 1$		$M = 4$			
		$P$	$R$	$H_0$ , нат	$H_1$ , нат	$P$	$R$
Cocoa	1,99	1	0,61	3,56	2,07	0,94	1
Crude	2,97	0,76	0,67	3,39	3,04	0,74	0,57
Ship	3,04	0,88	0,67	3,31	3,14	0,85	0,72
Grain	3,68	0,75	0,77	4,01	3,82	0,92	0,76
Cotton	2,74	0,73	0,85	3,08	2,81	0,93	0,75
Earn	2,40	0,96	0,89	3,85	2,45	0,94	0,91
Acq	3,06	0,87	0,55	3,17	3,08	0,89	0,59
Все категории		0,72	0,68			0,82	0,66

ции, представлены в табл. 1. Отметим, что случай  $M=1$  соответствует использованию стандартного Байесовского классификатора.

Полученные результаты подтверждают наличие сильной статистической зависимости между элементами вектора признаков, а также способность предложенного метода преобразовывать эти вектора к форме со значительно меньшей зависимостью. Видно также, что его применение позволяет на 10 % повысить точность классификации при незначительном ухудшении её полноты.

В табл. 2 представлены аналогичные результаты, полученные при использовании критерия  $\chi^2$  для отбора  $n = 6$  ключевых слов для каждой кате-

гории. Видно, что в среднем при этом обеспечивается большая точность классификации без использования предложенного метода. Однако его применение позволяет дополнительно повысить её на 5 %, обеспечив те же средние результаты, что и в предыдущем случае. Сопоставляя величины  $H(F_1, \dots, F_n)$ , полученные для обоих методов, можно заметить, что критерий  $\chi^2$  обеспечивает отбор менее зависимых классификационных признаков.

Предложен метод преобразования двоичных векторов признаков, позволяющий уменьшить статистическую зависимость их компонентов. Показано, что применение метода позволяет по-

Таблица 2

Результаты проведённых экспериментов при использовании критерия  $\chi^2$ 

Категория	$H(F_1, \dots, F_n)$ , нат	$M = 1$		$M = 4$			
		$P$	$R$	$H_0$ , нат	$H_1$ , нат	$P$	$R$
Cocoa	2,17	1	0,66	3,02	2,19	0,94	0,94
Crude	2,97	0,77	0,67	3,39	3,03	0,88	0,55
Ship	2,80	0,87	0,67	2,99	2,85	0,89	0,57
Grain	3,68	0,73	0,77	4,01	3,82	0,91	0,76
Cotton	1,81	0,87	0,7	2,29	1,81	0,84	0,55
Earn	2,40	0,96	0,89	3,85	2,44	0,93	0,91
Acq	3,39	0,84	0,54	3,50	3,41	0,84	0,60
Все категории		0,77	0,65			0,82	0,65



высить точность классификации текстовых документов на 5–10 %. Данный метод может рассматриваться как построение некоторого кода, задающего области в пространстве векторов признаков, в которых вероятно появление тех из них, что с большей вероятностью относятся к заданной категории.

Представляет интерес обобщение предложенного метода на случай использования недвоичных векторов признаков, а также разработка быстрых алгоритмов обучения и классификации, основанных на данном подходе.

Работа была выполнена при поддержке грантов РФФИ №09-07-00252-а и гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых № МК-1195.2009.9.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Manning C.D., Raghavan P., Schuetze H. Introduction to Information Retrieval. Cambridge University Press, 2008.

2. Porter M.F. An algorithm for suffix stripping // Program. 1980. № 14. Р. 130–137.

3. Кудряшов Б.Д. Теория информации. СПб.: Питер, 2009

УДК 28.23.37, 34.55.19

Е.Н. Бендерская, Д.Р. Шварц

## ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ НЕЙРОННОЙ СЕТИ КОХОНЕНА В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА СТРУКТУРЫ МНОГОМЕРНЫХ ДАННЫХ

Изучение и анализ многомерных данных по-прежнему остаётся одной из важнейших современных задач. Потребность в систематизации и анализе данных присутствует во многих областях человеческой деятельности: физике, экономике, медицине, социологии и т. д. Увеличение объёмов информации, сложность изучаемых явлений вызывают потребность в разработке новых методов анализа данных.

Каждый из существующих методов анализа данных применим для определённого класса задач. Специалист-аналитик должен обладать достаточной априорной информацией о структуре данных, которая позволит выбрать наиболее подходящий метод. Наибольшую сложность представляют те данные, для которых невозможно заранее определить структуру (задать модель) данных. Другими словами, априорно неизвестно, каков тип зависимости внутри данных. Дополнительной сложностью является и то, что заранее неизвестно, какие параметры изучаемого явления наиболее информативны относительно поставленной задачи. Также данные могут содержать шумы, издержки измерений, нелинейности и т. п.

Современные методы направлены на облегчение задач анализа данных с заранее неизвестной структурой. Это методы так называемого интеллектуального анализа данных, к которым можно отнести методы нейросетевого (НС) анализа и методы нелинейных главных компонент (НГК). Основной сутью указанных методов является то, что значения параметров методов адаптируются под структуру данных.

Нейронные сети прямого распространения позволяют связывать интересующие переменные изучаемого явления некоторой функциональной зависимостью, однако, параметры связи скрыты внутри сети (“черный ящик”), что не позволяет в полной мере раскрыть суть изучаемого явления.

Методы, относящиеся к классу методов нелинейных главных компонент [3] представляют наибольший интерес, т. к. позволяют визуализировать или картографировать структуру данных. Методы НГК являются развитием классического метода главных компонент (ГК). На сегодняшний день существует два метода схожих по своей сути: метод упругих карт [3] и самоорганизующиеся карты Кохонена (СОК) [9], называемые



иногда нейронными сетями Кохонена. В данной статье будет рассмотрен последний из указанных методов.

Несмотря на то, что метод СОК получил широкое распространение, существует неоднозначность в выборе параметров сети и обучения. Каждый аналитик либо полагается на автоматический выбор параметров, механизм которого реализован в используемом ПО и зачастую скрыт от пользователя, либо выбирает параметры, исходя из собственных предпочтений, основываясь на интуиции и опыте. В большинстве работ, где представлены результаты использования СОК, описание обоснования выбора тех или иных параметров весьма незначительно.

Различные разработчики ПО СОК по разному реализуют метод, и, как следствие, результаты работы СОК на одних и тех же данных в разных системах могут сильно различаться. Неоднозначность выбора параметров СОК и получаемых результатов отталкивает аналитиков от применения метода.

Цель данной статьи – предложить правила выбора параметров СОК в зависимости от решаемой задачи, а также способ интерпретации работы СОК, и определить критерии остановки обучения. В статье опубликованы результаты сравнительных экспериментов на модельных данных для различных реализаций.

Метод СОК позволяет решать задачи аппроксимации, кластеризации и понижения размерности. СОК можно применять в задачах систематизации информации, интерполяции, экстраполяции, восстановления пропусков в данных, прогнозирования, картографирования и визуализации структуры данных. Также СОК можно применять для задач динамического программирования.

Каждая из представленных задач требует отдельного подхода, используя одни и те же параметры невозможно одинаково эффективно решать все задачи. В данной статье мы ограничимся определением параметров СОК для решения задач кластеризации, аппроксимации и картографирования структуры данных.

### **Разновидности СОК**

На сегодняшний день существует большое количество разновидностей СОК, некоторые из них разработаны с целью получения большей схожести с биологическим прототипами работы коры головного мозга, в частности, работы зри-

тельной коры – LiSSOM (Laterally Interconnected self organizing maps) [6], на основе этой модели построено множество её разновидностей (RF-LISOM, CRF-LISOM и HLISOM).

Однако большинство модификаций СОК (встречающиеся в литературе как SOFM или SOM), направлено на решение задач интеллектуального анализа данных – извлечение знаний (Data Mining): растущие СОК (Growing SOM (GSOM)) [4] – решение задач кластеризации и локальной аппроксимации; многоуровневые растущие сети (Growing Hierarchical SOM (GHSOM)) – распознавание и сжатие информации; Байесовы СОК (Bayes SOM (BSOM)) – для задач оценки распределения вероятностей на основе байесовской стохастической модели; СОК – структурированных данных (SOM for Structured Data (SOMSD)) – для анализа древовидных структур (языки, генетические данные).

Для анализа временных рядов был предложен ряд моделей с рекурсивной динамикой: рекурсивные СОК (Recursive SOM (RSOM)); рекуррентные СОК (Recurrent SOM (ReSOM)); различные модификации временных СОК (Temporal Kohonen Map (TKM)) [7].

Также стоит отметить методы, функционирование которых схоже с СОК – это модель эластичной сети (Elastic net (ENA)) и эластичная карта Горбаня (Elastic maps Gorban) [3].

Основой функционирования всех выше указанных моделей является сеть топологически связанных элементов. Понимание работы сети на уровне топологических связей позволит более глубоко понять функционирование как базового алгоритма, так и различных его модификаций.

### **Функционирование сети СОК**

Существует две эквивалентные модификации СОК, реализованные в виде последовательного алгоритма (Sequince) и пакетного алгоритма (Batch).

СОК структурно можно представить в виде сетки  $m$  связанных узлов в  $n$ -мерном пространстве (где  $n$  – размерность входного пространства). Каждый узел в процессе обучения может менять свою координату, а также может менять координаты связанных с ним соседних узлов. В результате после обучения возникает узловая поверхность. Изучение полученной сетки (степени растянутости) позволяет изучать структуру данных. Полученная сетка или поверхность является

моделью изучаемых данных. Управляя степенью связности между узлами можно с разной степенью детализации изучать данные. Рассмотрим более детально процесс обучения сети.

Обучение СОК последовательным алгоритмом состоит из следующих шагов.

1. Каждый узел сети определяется вектором  $\bar{w} = \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$ ,  $i \in (1, m)$ , где  $n$  – размерность входного пространства,  $m$  – количество узлов сети. Узлы сетки располагаются в многомерном пространстве данных – инициализация сети, которая может быть сделана несколькими способами: располагая узлы случайно или в выделенном подпространстве, например, в пространстве первых главных компонент. Для сети 2D в пространстве первых двух главных компонент.
2. Из обучающей выборки случайным образом выбирается вектор  $\bar{x} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^T$ . Далее для всех узлов сети определяется “нейрон победитель” (НП):

$$c(x) = \arg \min dist(\bar{x}, \bar{w}_i). \quad (1)$$

В основном используется Евклидова мера близости:

$$dist(x, y) = \|x - y\| = \sqrt{\sum_i^m (x_i - y_i)^2}. \quad (2)$$

3. После того, как определён узел наиболее близкий к входному вектору, производится адаптация узла НП и соседних узлов по следующей формуле:

$$w_i(n+1) = w_i(n) + a(n)h(i,c)(x - w_i), \quad (3)$$

$$h(i, j) = e^{-\frac{topoldist(i, j)^2}{r(n)^2\sigma^2}}, \quad (4)$$

где  $\sigma = 2$ ;  $n$  – шаг обучения;  $\forall i \in 1..m$ ;  $topoldist(i, j) = \sqrt{(x(i) - x(j))^2 + (y(i) - y(j))^2}$  и определяет топологическое расстояние между узлами сети для 2D топологии;  $x(i), y(i)$  – определяет топологическое положение нейронов на сетке;  $r(n)$  – радиус обучения уменьшается по формуле:

$$r(n) = rad\_init + \frac{rad\_final - rad\_init}{epoch\_count} * n, \quad (5)$$

где  $rad\_init < SizeSOM$  – начальный радиус обучения;  $rad\_final$  – конечный радиус обучения;  $SizeSOM$  – общее количество узлов сети;  $a(n)$  – скорость обучения уменьшается по формуле:

$$a(n) = a\_init + \frac{a\_final - a\_init}{epoch\_count} * n, \quad (6)$$

где  $0 < a\_init < 1$  – начальная скорость обучения;  $a\_final$  – конечная скорость обучения;  $n$  – шаг обучения.

Для пакетного алгоритма шаг 3 реализуется следующим образом:

$$w_i(n+1) = \frac{\sum_{j=1}^m h(i, c)x}{\sum_{j=1}^m a(n)h(i, c)}, \quad \forall i \in 1..m. \quad (7)$$

Отметим, что затрачиваемое время обучения с помощью пакетного алгоритма значительно меньше чем у последовательного. На каждом шаге обучения сеть обрабатывает весь объём данных. Обучение заканчивается по достижению заданного количества эпох обучения  $epoch\_count$ .

Таким образом, метод СОК имеет следующие параметры: размерность карты, топология сети, тип связей, число нейронов сети, начальный радиус обучения, конечный радиус обучения, начальная скорость обучения, конечная скорость обучения, мера близости, функция соседства.

### Определение параметров СОК

В связи с большим количеством параметров метода возникает сложность с их выбором. По этой же причине применение методов тестирования типа *взаимного согласия* (cross-validation) или *бутстреп оценок* (bootstrap) также затруднено. Как будет показано ниже, выбор параметров алгоритма может различаться в зависимости от типа задачи анализа.

В статье использована мера близости Евклидова (2), и Гауссова функция соседства (4).

**Выбор топологии сети.** Топология сети определяется различными формами (*shape*) (*sheet* – лист, *toroid* – топологически связанный лист, именуемый иногда *Pac-Man space* [7]), размерностью (1D, 2D, 3D, 4D ...) и количеством соседей у каждого узла сети (*rect* – четыре соседних узла, *hex* – шесть соседних узлов). Топология с шестью соседями (*hex*) обладает лучшими интерполирующими свойствами.

После обучения полученная сеть выступает в роли криволинейного экрана, погружённого в исследуемое пространство данных, на который проецируются точки данных. С помощью этого экрана осуществляется аппроксимация данных.

Если форма сети топологически незамкнутая, то в процессе обучения самые дальние узлы (угловые) сетки будут ассоциироваться с максимальной



различными данными в заданной метрике близости. Выбор такой топологии подходит для задач систематизации и кластеризации, когда требуется чтобы максимально различные данные попали в максимально удалённые друг от друга нейроны. Так, например, сеть в виде отрезка ( $\{1D, sheet\}$ ) производит понижение размерности до одномерного пространства, где координаты первого можно определить как “ $-m/2$ ”, а самого последнего как “ $+m/2$ ”. Если же сеть топологически связана, то такую сеть также можно использовать, не указывая, что невозможно указать точку отсчёта для пониженного пространства.

Если же не стоит задача разнесения максимально непохожих входных данных по углам карты, то использование топологически замкнутых сетей предпочтительнее, т. к. сеть растягивается равномерно на границах гиперкуба данных, и, в отличие от незамкнутых топологий, не возникает сгущения активностей НП на краях сети. Это объясняется тем, что на краях топологически незамкнутой сети радиус обучения ограничивается краями сети.

Для задач визуализации структуры данных используются  $2D$  сети, при больших размерностях задача визуализации структуры становится затруднительной [5].

**Определение числа нейронов сети.** Число нейронов сети определяет разрешающую способность нелинейного экрана. Можно сказать, что число узлов определяет степень детализации структуры данных. Также стоит отметить, что если число нейронов больше числа исходных точек в обучающих данных, то возникает опасность получения избыточной детализации (переобученность), с другой стороны, при уменьшении числа узлов уменьшаются аппроксимирующие и интерполирующие свойства сети.

Для задачи кластеризации данных на заданное количество центрированных кластеров часто задают количество нейронов равным искомому

количеству кластеров, однако, в процессе адаптации сети узлы постоянно двигают друг друга, в результате их координаты не достигают центров кластеров. Если задать радиус обучения равным нулю, то метод СОК эквивалентен методу  $k$ -средних ( $k$ -means) [2]. Если предполагается, что кластеры неизвестной структуры, то количество узлов должно быть больше, и анализ структуры кластеров производится с помощью  $U$  – матрицы ( $U$ -Matrix) [9]. Более детально взаимосвязь числа нейронов сети и других параметров показана ниже.

**Инициализация сети.** В основном используются три вида инициализации весов нейронной сети.

1. В пространстве главных компонент, в зависимости от размерности сети. Для сети  $1D$  – по первой главной компоненте, для  $2D$  – по первым двум компонентам и т. д. В данном случае начальная инициализация является линейным приближением структуры данных. По мере адаптации весов сети, сеть будет все сильнее искривляться в пространстве данных.

2. Случайным образом в пространстве гиперкуба, по каждой из размерностей входного пространства. При такой инициализации конечные состояния могут отличаться. После проведения множества вариантов обучения и проанализировав статистику конечных состояний можно качественно оценить неоднородность входных данных. Если дисперсия СКО велика, то это свидетельствует о сильной разбросанности данных.

3. Центр масс. При такой инициализации все веса нейронов сети равны среднему, от всех точек входных данных, в процессе обучения сеть постепенно разворачивается.

В табл. 1 представлены значения среднего и дисперсии для конечного СКО сети для различных данных. *Data 1* – равномерное случайное распределение; *Data 2* – смесь линейно разделенных гауссовых кластеров  $C1 = (m = 0, \sigma = 0,5)$  и

Таблица 1

#### Статистика СКО в зависимости от типа данных и вида инициализации

	Случайная инициализация		В пространстве ГК		Центр масс	
	mean	std	mean	std	mean	std
<i>Data 1</i>	0,144	0,35	0,146	0,10	0,146	0,8
<i>Data 2</i>	0,128	0,01	0,127	0,01	0,127	0,01
<i>Data 3</i>	0,122	0,10	0,122	0,02	0,122	0,01

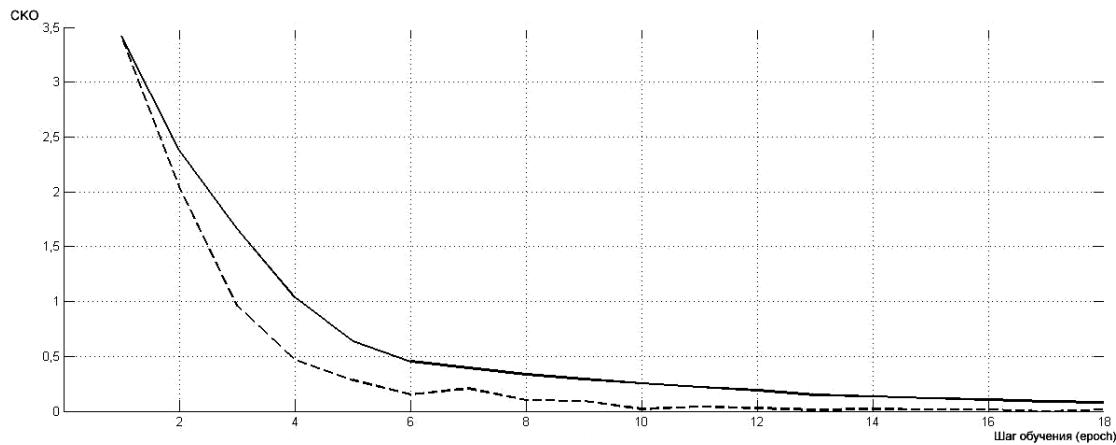


Рис. 1. СКО для пакетного и последовательного алгоритма обучения  
(- - - - -) BatchTrain; (—) SeqTrain

$C2 = (m = 3, \sigma = 0,5)$ ; Data 3 – два нелинейных кластера (ChainLink [9]). Объём выборки 1000 точек, размерность пространства равна трём.

Так как структура данных и тип начальной инициализации влияет на сходимость метода (однозначность), этому этапу следует уделить особое внимание. Иногда необходимо произвести обучение с различной начальной инициализацией и сравнить расположение НП. Если от запуска к запуску соседи одного НП постоянно разные, то можно говорить о зашумлённости данных или сильной нелинейности. Визуальный анализ также позволяет лучше понять структуру данных.

**Определение количества шагов обучения.** Выбор большего количества шагов предпочтительней, в таком случае вероятность попадания СОК в локальный оптимум меньше. С другой стороны, слишком большое количество шагов обучения может привести к эффекту переобученности. Отметим, что для данных различной сложности количество шагов обучения может быть различным: данные с чётко выраженной структурой требуют меньше шагов обучения. Для определения количества шагов обучения предлагается произвести обучение сети для различного числа шагов. Выбор количества шагов обучения определяется экспериментально; после некоторого шага обучения изменение СКО сети происходит незначительно.

Как видно из рис. 1, на котором представлены зависимости СКО сети для двух методов обучения последовательного (SeqTrain) и пакетного (BatchTrain), изменение весов при обучении по последовательным методом происходит более плавно. Для наглядности выбрано соотношение шагов методов 10:1. Время обучения в последовательном методе на порядок выше, поэтому с точки

зрения быстродействия более привлекателен метод BatchTrain, реализованный в большинстве коммерческих программ. Предлагаем выбирать количество шагов таким, чтобы СКО сети было близко к нулю, а остановку производить анализируя текущий радиус обучения.

**Определение скорости обучения и радиуса обучения.** Скорость обучения и радиус обучения определяют гладкость сети в процессе обучения; чем больше радиус обучения, тем более гладкой становится сеть. Скорость обучения и радиус обучения одинаковым образом влияют на качество обучения, т. к. предопределяют величину изменения весовых коэффициентов на каждом шаге обучения по соотношению (1:3). Поэтому можно взять скорость обучения равной единице и управление обучения возложить на радиус обучения.

Чем выше требуемая детализация данных, тем больше нейронов сети необходимо задать, однако, при избыточном количестве нейронов сети обобщающая способность может быть минимальной и каждый узел сети будет “повторять” данное, в таком случае аппроксимирующие свойства также минимальны (сеть сильно растянута). Для того чтобы сеть была способна аппроксимировать данные, необходимо сохранить гладкость сети так, чтобы поверхность сети была не слишком растянутой или сжатой. Формально связь между свойствами сети от числа нейронов и радиуса обучения можно выразить в виде диаграммы, которая представлена на рис. 2. Чем выше обобщающая способность сети, тем более грубое представление структуры данных можно получить.

Из вышесказанного следует, что управлять свойствами аппроксимации сети при заданной разрешающей способности (число нейронов сети)



Рис. 2. Диаграмма свойств сети в зависимости от размера сети и радиуса обучения

можно, контролируя конечный радиус обучения.

Для остановки обучения введём  $\rho$  – коэффициент средней населённости сети и  $R_p$  – радиус средней населённости:

$$\rho = \frac{\text{DataSize}}{\text{SizeSOM}}; \quad (8)$$

$$R_p \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\text{SizeSOM}}{\text{DataSize}}}, \quad (9)$$

где  $\text{DataSize}$  – количество входных векторов;  $\text{SizeSOM}$  – количество узлов сети.

На рис. 3. показано назначение введённых показателей.

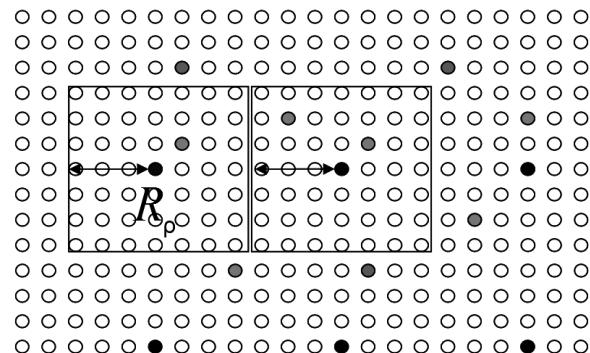


Рис. 3. Топологическая сеть и радиус  
● – данные; ● – нейрон победитель

В процессе обучения СОК, когда узлы сети приближаются к точкам в пространстве исходных данных, значение СКО (среднеквадратичное отклонение данных от узлов сети) может достигать нулевых значений. Сильное растяжение сети возникает в тот момент, когда радиус обучения становится меньше  $R_p$ . В результате узлы сети, попавшие внутрь радиуса  $R_p$ , притягиваются к точкам данных, на котором был активен НП. В следствие чего каждая точка данных захватывается множеством свободных нейронов. На рис. 4 показано как изменяются СКО сети в зависимости от текущего радиуса обучения.

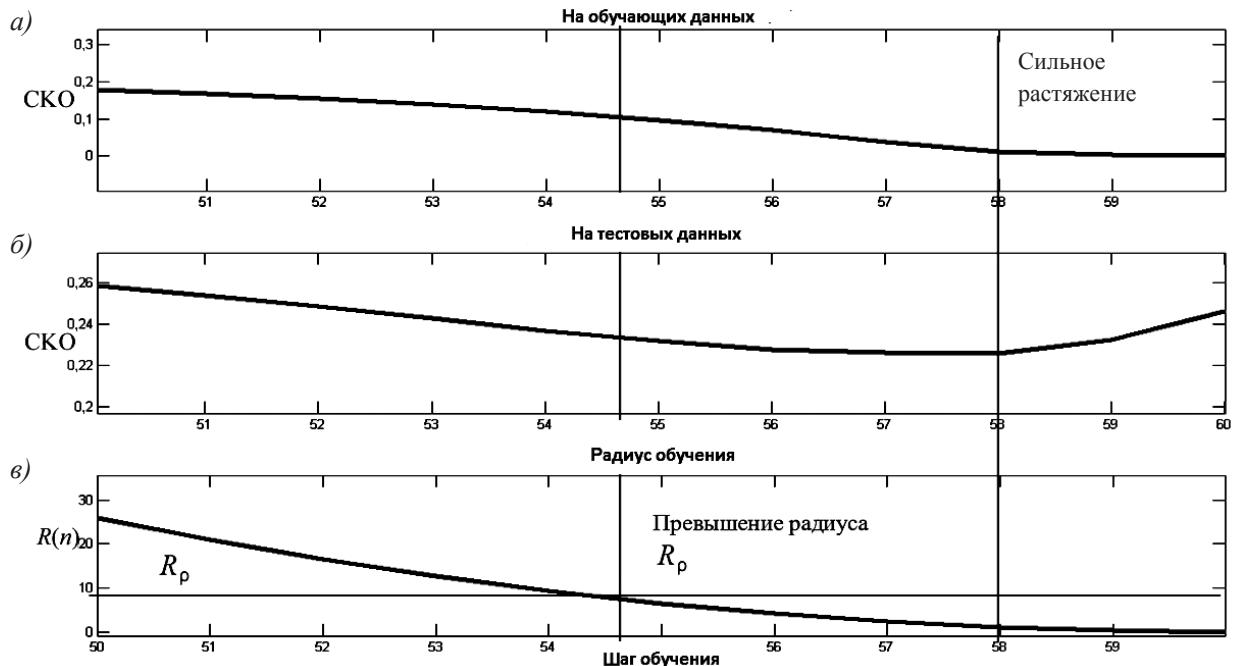


Рис. 4. Изменение СКО сети: а – СКО на обучающих данных; б – СКО на тестовых данных; в – радиус обучения

Таблица 2

**Параметры сети SOM в зависимости от решаемой задачи**

Задача	Основные параметры SOM
Кластеризация центрированных кластеров. Количество кластеров известно	Количество нейронов совпадает с количеством кластеров. Радиус обучения равен 0. Для сокращения времени обучения возможно использование пакетного алгоритма
Кластеризация не центрированных кластеров. Количество кластеров неизвестно	Количество нейронов выбирается из объёма обучающих данных. Определение кластеров производится по U-Matrix и hit-map. Возможно использование различных топологий. Конечный может быть равен нулю
Аппроксимация, восстановление пропусков в данных, прогнозирование	Аналогично предыдущей задаче. Выбор радиуса адаптивный. Аппроксимация производится по весам BMU. Предпочтительно использовать топологически замкнутые сети. Для более гладкой поверхности использование последовательного алгоритма предпочтительней
Понижение размерности, визуализация структуры данных	Аналогично предыдущей задаче. Степень сжатия определяется размерностью топологии сети. $2D-3D-4D$ и т. д. Топология сети незамкнутая

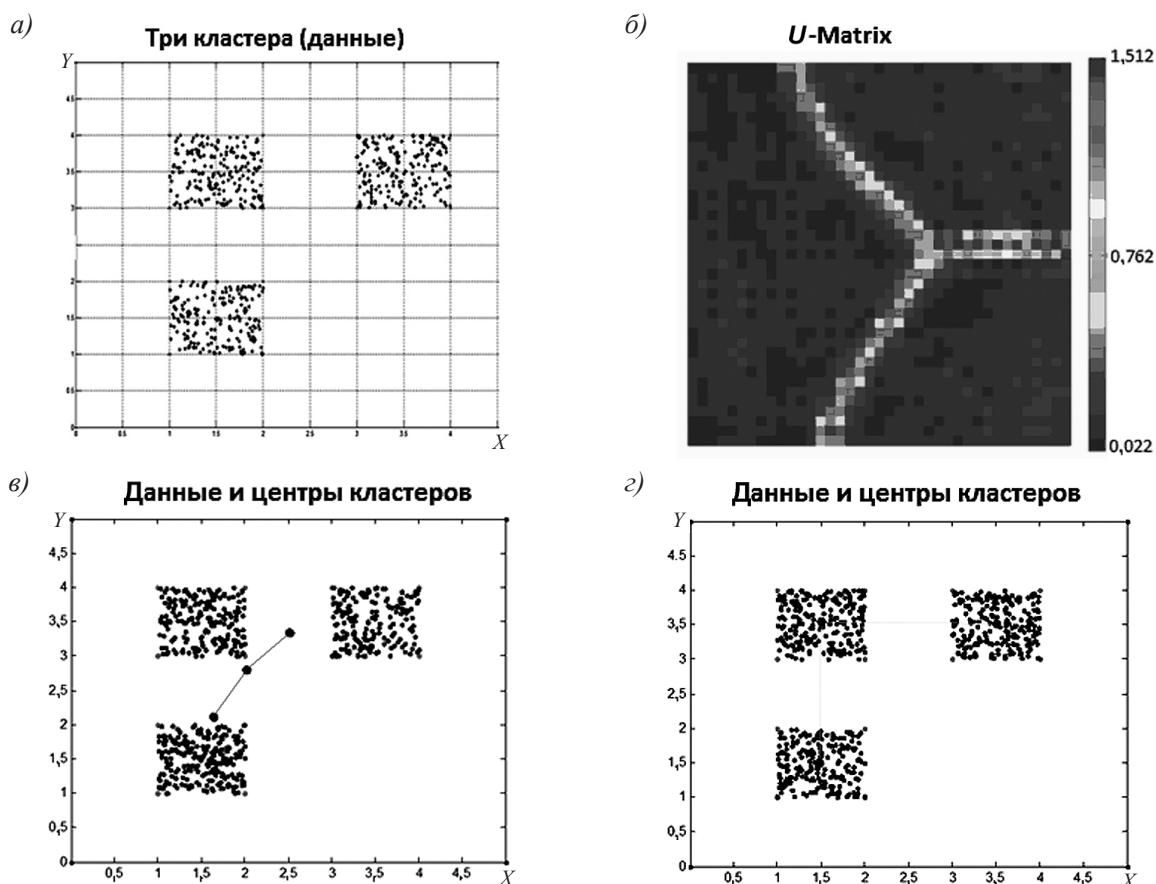


Рис. 5. Пример решения задачи кластеризации:  
 а – данные трёх кластеров; б – визуализация U-Matrix;  
 в – неверно решённая задача кластеризации; г – правильно решённая задача кластеризации

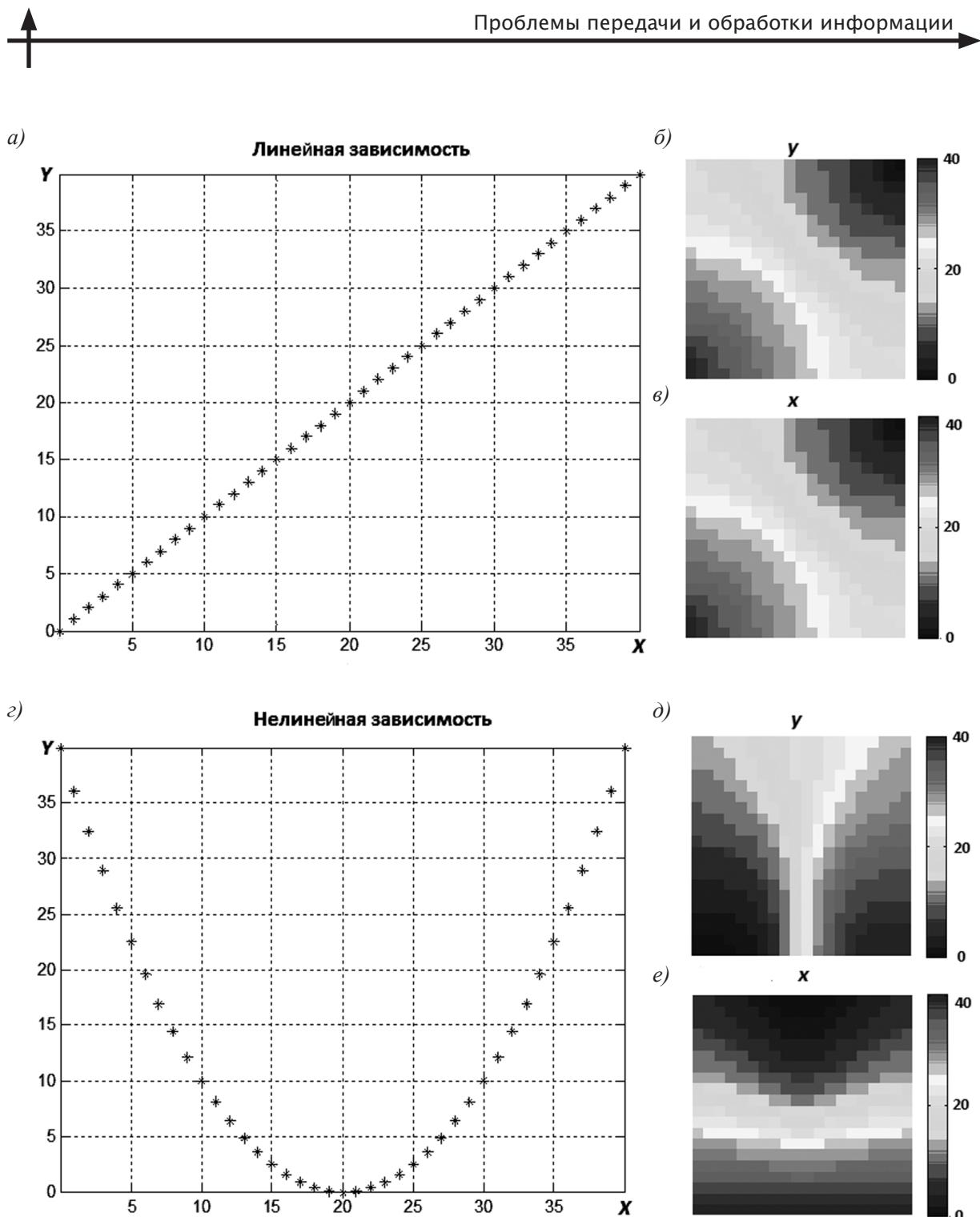


Рис. 6. Пример отображения данных с линейной и нелинейной зависимостью

Из зависимостей видно, что на последних этапах обучения при переходе радиуса обучения порогового значения  $R_p$ , происходит замедление уменьшения СКО как для тестовых, так и для обучающих данных. Когда СКО на обучающих данных близко к нулю, происходит увеличение СКО на тестовых данных.

Если сходность между тестовыми и обучающими данными велика, эффект изменения СКО для тестовых и обучающих данных обнаружить сложнее; на практике из-за ограниченности объема исходных данных создание презентативной тестовой выборки не всегда возможно.

## Применение СОК

Применение сети Кохонена для различных задач возможно при правильном выборе параметров обучения. Каждая из задач требует отдельного подхода. В табл. 2 представлены параметры сети Кохонена для различных задач.

Для задачи восстановления данных или прогнозирования используется маскирование восстанавливаемого параметра, поиск нейрона победителя производится без маскируемого параметра, после того как НП будет найден, восстановление параметра производится по весам НП.

**Кластеризация.** В качестве краткого примера кластеризации с заранее известным и не известным количеством кластеров рассмотрим задачу кластеризации чётко разделимых кластеров.

На рис. 5, а показаны исходные данные. При обучении сети с заранее известным количеством кластеров возможны ситуации, когда сеть недоучена (рис. 5, б). Проведение обучения с использованием правил табл. 2 позволяет верно определить центры кластеров.

На рис. 5, б показана  $U$ -матрица сети, тёмные области соответствуют более плотному распределению данных. Границы кластеров обозначены яркой линией в виде максимальных значений  $U$ -матрицы, однако на практике столь чётко разделимые кластеры обнаружить редко.

**Визуализация структуры данных.** Визуализацию структуры данных иногда называют картографированием данных, такой подход напоминает изучение топографических карт. На картах СОК можно увидеть различные ландшафты, как, например, на рис. 5, б видны хребты границ кластеров и сущест-

вия данных. Существует также отображение весов нейронной сети с помощью цветовой палитры. Такое отображение позволяет оценивать взаимное распределение входных данных по каждой из размерностей. Пользуясь соответствующими правилами табл. 2, обучим СОК для линейно и нелинейно зависимых данных. Результаты представлены на рис. 6.

Анализируя веса нейронной сети можно указать области сильной корреляции. Так на рис. 6, б и рис. 6, в карты весов идентичны по каждой из размерностей, а на рис. 6, д и рис. 6, е видны области отрицательных и положительных корреляций. Для человека весьма трудно производить визуальный анализ больших размерностей, поэтому такой анализ эффективно проводить с помощью автоматизированных процедур, например,  $U$ -матрицы,  $P$ -матрицы [9].

В статье были представлены основные положения по функционированию и использованию СОК с целью раскрытия особенностей применения метода в зависимости от поставленной задачи.

Представленные положения и методические указания по применению СОК были выработаны в результате практического использования метода для анализа реальных данных треморограмм больных с синдромом Паркинсона и анализа опухолей мозга по данным экспрессии генов [10].

Сам по себе метод СОК позволяет представить структуру данных в развёрнутом виде и помогает исследователю “увидеть” многомерные данные. При правильном понимании возможностей работы и при верной интерпретации результатов, СОК представляет достаточно мощный инструмент для анализа данных с заранее неизвестной структурой.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Boeres M.C.S. and Carvalho L.A.V. A Faster Elastic Net Algorithm the PCV / In Proc. of Int. Joint Conf. on Neural Networks. Vol II. Baltimore MD. 1992. P 215–229.
2. Baceol B., Lobo1 V., Painho1 M. Self-organizing Maps as Substitutes for K-Means Clustering // Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2005 ICCS 2005. LNCS 3516. 2005. P. 476–483.
3. GorbanA., KeglB., WunshD., ZinovievZinov'yevA. (Eds.). Principal Manifolds for Data Visualisation and Dimension Reduction // LNCSE 58. Springer. Berlin – Heidelberg – New York, 2007.
4. Fritzke W. Growing Grid A Self-Organizing Network with Constant Neighborhood Range and Adaption Strength. Neural Processing Letters. 1995. № 2. P. 9–13.
5. Kiviluoto K. Comparing 2D and 3D Self-Organizing Maps in Financial Data Visualization // Laboratory of computer and Information Science. Helsinki University of Technology. Finland. 1998. URL: <http://www.cis.hut.fi/kkluoto/publications/iizuka98.ps>
6. Sirosh J., Miikulainen R. How lateral interconnected develops in a self organizing map // in Proc. of IEEE International Conference on Neural Networks (San Francisco, CA), (Piscat away. NJ). IEEE. 1993.
7. Strickert M., Hammer B. Merge SOM for temporal data // Neurocomputing. 2005. P. 39–71.
8. Utsugi A. Topology selection for self-organizing maps // Network: Computation in Neural Systems. 1996. Vol. 7. № 4. P. 727–740.
9. Ultsch A., Morchen F. ESOM-Maps tools for clustering, visualization data // Data Bionics Research Group / University of Marburg. Marburg. Germany. March 17. 2005.
10. Куперин Ю.А., Меклер А.А., Шварц Д.Р., Рымар В.И. и др. Классификация профилей по экспрессии генов с помощью нейронных сетей // Нейроинформатика. М., 2010.



# Радиотехника, антенны, СВЧ устройства

УДК 621.391

*O.B. Чернояров*

## КВАЗИПРАВДОПОДОБНАЯ ОЦЕНКА ВРЕМЕННОГО И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ШИРОКОПОЛОСНОГО СЛУЧАЙНОГО ИМПУЛЬСА НА ФОНЕ БЕЛОЙ И КОРРЕЛИРОВАННОЙ ПОМЕХ

В ряде практических приложений локации и связи необходимо измерять временные и энергетические параметры случайных импульсных сигналов, наблюдаемых на фоне помех. Следуя [1–3], случайный импульсный сигнал запишем в виде

$$s(t) = \xi(t) I\left(\frac{t - \lambda_0}{\tau_0}\right), \quad I(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1/2; \\ 0, & |x| > 1/2, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\lambda_0$  – время прихода,  $\tau_0$  – длительность импульса,  $\xi(t)$  – реализация стационарного гауссовского случайного процесса с математическим ожиданием (МО)  $a_0$  и спектральной плотностью (СП)  $G_\xi(\omega)$ .

$$G_\xi(\omega) = (2\pi D_0/\Omega_0) I(\omega/\Omega_0).$$

Здесь  $\Omega_0$  – ширина полосы частот, а  $D_0$  – дисперсия процесса  $\xi(t)$ .

Флуктуации процесса  $\xi(t)$  будем считать “быстрыми”, так что выполняется условие

$$\mu = \tau_0 \Omega_0 / 4\pi \gg 1. \quad (2)$$

Положим, что импульсный сигнал (1) помимо собственных шумов радиоэлектронной системы, аппроксимируемых гауссовским белым шумом  $n(t)$  с односторонней СП  $N_0$ , искажается аддитивной внешней помехой  $v(t)$ . В результате наблюдению доступна смесь

$$x(t) = s(t) + n(t) + v(t), \quad t \in [0, T]. \quad (3)$$

В качестве модели внешней помехи выберем стационарный центрированный гауссовский случайный процесс, обладающий СП

$$G_v(\omega) = (\gamma_0/2) I(\omega/\Omega_1),$$

где  $\Omega_1 \geq \Omega_0$  – ширина полосы частот;  $\gamma_0$  – величина СП (интенсивность) процесса  $v(t)$ . Примерами таких помех могут служить непреднамеренная (взаимная) помеха, прошедшая через входной фильтр (преселектор) приёмного устройства [4] или преднамеренная заградительная шумовая помеха [5, 6].

В работе [3] исследованы оценки времени прихода, математического ожидания (МО) и дисперсии сигнала (1) при условии, что остальные параметры импульса априори известны. Однако достаточно часто длительность импульса может быть известна неточно, так что приёмное устройство изначально настраивается на некоторое ожидаемое (прогнозируемое) значение длительности  $\tau^*$ , в общем случае не равное  $\tau_0$ . Кроме того, используемые при синтезе алгоритма оценивания значения интенсивностей  $N^*$  и  $\gamma^*$  действующих помех также могут отличаться от своих истинных величин  $N_0$  и  $\gamma_0$ . Ниже найдены характеристики оценок временного и энергетических параметров сигнала (1) при расстройке по длительности и СП помехи и белого шума, а также приведены результаты теоретического и экспериментального (методом статистического моделирования на ЭВМ) исследования работоспособности предложенного измерителя.

При выполнении (2) логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП)  $L(\lambda, \tau, a, D, N, \gamma)$  для гипотезы  $x(t) = s(t) + n(t) + v(t)$  против альтернативы  $x(t) = n(t)$  как функцию текущих значений  $\lambda, \tau, a, D, N, \gamma$  неизвестных параметров  $\lambda_0, \tau_0, a_0, D_0, N_0, \gamma_0$  можно представить следующим образом [3]:



$$L(\lambda, \tau, a, D, N, \gamma) = \frac{dL_1(\lambda, \tau)}{(N + \gamma)(N + \gamma + d)} + \frac{\gamma L_3}{N(N + \gamma)} + \frac{2aL_2(\lambda, \tau)}{N + \gamma + d} - \frac{a^2\tau}{N + \gamma + d} - \frac{\Omega_0}{4\pi} \left[ \tau \ln \left( 1 + \frac{\gamma + d}{N} \right) - (K_{\omega}T - \tau) \ln \left( 1 + \frac{\gamma}{N} \right) \right].$$

Здесь  $d = 4\pi D/\Omega_0$ ,  $K_{\omega} = \Omega_1/\Omega_0$ ,

$$\begin{aligned} L_1(\lambda, \tau) &= \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} y_0^2(t) dt, \\ L_2(\lambda, \tau) &= \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} x(t) dt, \\ L_3 &= \int_0^{\tau} y_1^2(t) dt, \end{aligned} \quad (4)$$

а  $y_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h_i(t - t') dt'$ ,  $i = 0, 1$  – отклик фильтра с передаточной функцией  $H_i(\omega)$ , удовлетворяющей условию  $|H_i(\omega)|^2 = I(\omega/\Omega_i)$ , на реализацию наблюдаемых данных  $x(t)$  (3).

Обозначим  $[\Lambda_1, \Lambda_2]$  – априорный интервал возможных значений неизвестного параметра  $\lambda_0$ . Тогда оценки  $\lambda_q$ ,  $a_q$  и  $D_q$  времени прихода  $\lambda_0$ , МО  $a_0$  и дисперсии  $D_0$  случайного импульса (1) с неточно известной длительностью при наличии белой и коррелированной помех с неточно известными интенсивностями определяются как

$$\lambda_q = \arg \sup_{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]} L(\lambda, \tau^*, a_q, D_q, N^*, \gamma^*) = \arg \sup_{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]} L_q(\lambda), \quad (5)$$

$$\begin{aligned} a_q &= \arg \sup_{a \in (-\infty, \infty)} L(\lambda_q, \tau^*, a, D_q, N^*, \gamma^*) = L_2(\lambda_q, \tau^*) / \tau^*, \\ D_q &= \arg \sup_{D \geq 0} L(\lambda_q, \tau^*, a_q, D, N^*, \gamma^*) = \\ &= \max \left\{ 0; \left[ L_1(\lambda_q, \tau^*) - L_2^2(\lambda_q, \tau^*) / \tau^* \right] / \tau^* - E_N^* - E_{\gamma}^* \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} L_q(\lambda) &= \frac{\tau^* \Omega_0}{4\pi} \left\{ \frac{L_1(\lambda, \tau^*)}{\tau^* (E_N^* + E_{\gamma}^*)} - \right. \\ &\quad \left. - \ln \left[ \frac{L_1(\lambda, \tau^*) - L_2^2(\lambda, \tau^*) / \tau^*}{\tau^* (E_N^* + E_{\gamma}^*)} \right] - 1 \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

а  $E_N^* = \Omega_0 N^* / 4\pi$ ,  $E_{\gamma}^* = \Omega_0 \gamma^* / 4\pi$  – ожидаемые (прогнозируемые) средние мощности белого шума  $n(t)$  и внешней помехи  $v(t)$  в полосе частот анализируемого процесса  $\xi(t)$ .

Оценки (5), (6) назовем квазиправдоподобными оценками (КПО). Действительно, при  $\tau^* = \tau_0$ ,  $N^* = N_0$ ,  $\gamma^* = \gamma_0$  КПО (5), (6) переходят в соответ-

ствующие оценки максимального правдоподобия (ОМП) [3].

Рассмотрим характеристики оценок  $\lambda_q$ ,  $a_q$  и  $D_q$ . С этой целью, вводя безразмерный параметр  $l = \lambda/\tau_0$ , представим функционалы  $L_2(\lambda, \tau^*)$  (4) в виде суммы сигнальных и шумовых функций [7]:

$$L_i(\lambda, \tau^*) = S_i(l) = N_i(l), \quad i = 1, 2. \quad (8)$$

Здесь  $S_i(l) = \langle L_i(\lambda, \tau^*) \rangle$  – сигнальная,  $N_i(l) = L_i(\lambda, \tau^*) - \langle L_i(\lambda, \tau^*) \rangle$  – шумовая функции, а усреднение выполняется по реализациям  $x(t)$  (3) при фиксированных значениях всех неизвестных параметров.

С учётом (2) для сигнальных функций находим:

$$\text{Здесь } q_v = E_{\gamma}/E_N, \quad q_0 = D_0/E_N, \quad \eta^2 = 2a_0^2/E_N, \quad l_0 = \lambda_0/\tau_0,$$

$$S_1(l) = \tau_0 E_N \left\{ (1 + q_v)(1 + \delta_{\tau}) + (q_0 + \eta^2/2) C(l - l_0, \delta_{\tau}) \right\}, \quad (9)$$

$$S_2(l) = \tau_0 \eta \sqrt{E_N/2} C(l - l_0, \delta_{\tau}).$$

$E_N = \Omega_0 N_0 / 4\pi$ ,  $E_{\gamma} = \Omega_0 \gamma_0 / 4\pi$ ,  $\delta_{\tau} = (\tau^* - \tau_0)/\tau_0$  – относительная расстройка по длительности полезного сигнала (1),

$$C(x, y) = \begin{cases} 1 + \min(0, y), & |x| \leq |y|/2; \\ 1 + y/2 - |x|, & |y|/2 < |x| \leq 1 + y/2; \\ 0, & |x| > 1 + y/2. \end{cases}$$

Корреляционные функции шумовых функций имеют вид

$$\begin{aligned} \langle N_1(l_1) N_1(l_2) \rangle &= (\tau_0^2 E_N^2 / \mu) \left\{ (1 + q_v)^2 R_1(l_1, l_2) + \right. \\ &\quad \left. + [q_0(2 + 2q_v + q_0) + \eta^2(1 + q_v + q_0)] R_2(l_0, l_1, l_2) \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \langle N_2(l_1) N_2(l_2) \rangle &= (\tau_0^2 E_N / 2\mu) \left\{ (1 + q_v) R_1(l_1, l_2) + \right. \\ &\quad \left. + q_0 R_2(l_0, l_1, l_2) \right\}, \end{aligned}$$

где

$$R_1(l_1, l_2) = \begin{cases} 1 + \delta_{\tau} - |l_1 - l_2|, & |l_1 - l_2| \leq 1 + \delta_{\tau}; \\ 0, & |l_1 - l_2| > 1 + \delta_{\tau}; \end{cases}$$

$$\begin{aligned} R_2(l_0, l_1, l_2) &= \max \left\{ 0; \min[l_0 + 1/2; l_1 + \right. \\ &\quad \left. + (1 + \delta_{\tau})/2; l_2 + (1 + \delta_{\tau})/2] - \max[l_0 - 1/2; l_1 - \right. \\ &\quad \left. - (1 + \delta_{\tau})/2; l_2 - (1 + \delta_{\tau})/2] \right\}. \end{aligned}$$



Введем в рассмотрение величину

$$\varepsilon = \mu^{-1/2}, \quad (11)$$

которая при выполнении (2) является малым параметром. Тогда, учитывая (8)–(10), функционал (7) можно представить в виде:

$$L_q(l) = \mu(1 + \delta_\tau) \left\{ \tilde{S}_1(l) - 1 + \varepsilon \tilde{N}_1(l) - \right. \\ \left. - \ln \left[ \tilde{S}_1(l) + \varepsilon \tilde{N}_1(l) - (\tilde{S}_2(l) + \varepsilon \tilde{N}_2(l)/\sqrt{2})^2 \right] \right\}. \quad (12)$$

Здесь нормированные функции

$$\begin{aligned} \tilde{S}_2(l) &= \frac{S_2(l)}{\tau_0(1 + \delta_\tau)\sqrt{E_N(1 + q_v)(1 + \delta_E)}}, \\ \tilde{S}_1(l) &= \frac{S_1(l)}{\tau_0 E_N(1 + q_v)(1 + \delta_E)(1 + \delta_\tau)}, \\ \tilde{N}_1(l) &= \frac{N_1(l)\sqrt{\mu}}{\tau_0 E_N(1 + q_v)(1 + \delta_E)(1 + \delta_\tau)}, \\ \tilde{N}_2(l) &= \frac{N_2(l)\sqrt{2\mu}}{\tau_0(1 + \delta_\tau)\sqrt{E_N(1 + q_v)(1 + \delta_E)}}, \end{aligned} \quad (13)$$

а  $\delta_E = (E_N^* + E_\gamma^* - E_N - E_\gamma)/(E_N + E_\gamma)$  – относительная расстройка по средней мощности (интенсивности) суммарной помехи  $n(t) + v(t)$ .

Предположим, что величины  $q_v$ ,  $q_0$  и  $\eta$  конечны, так что дисперсии нормированных шумовых функций  $\tilde{N}_1(l)$  и  $\tilde{N}_2(l)$  ограничены при любых  $\mu$ . Кроме того, нормированные сигнальные функции  $\tilde{S}_1(l)$  и  $\tilde{S}_2(l)$  не обращаются в нуль при  $l \in \Gamma$ ,  $\Gamma \equiv [\tilde{\Lambda}_1, \tilde{\Lambda}_2]$ ,  $\tilde{\Lambda}_{1,2} = \tilde{\Lambda}_{1,2}/\tau_0$ . С учётом (2) разложим (12) в ряд Маклорена по  $\varepsilon$  и ограничимся первым членом разложения, зависящим от реализации наблюдаемых данных  $x(t)$  (3). В результате при  $\varepsilon \rightarrow 0$  имеем

$$L_q(l) \approx \mu(1 + \delta_\tau) \left[ \tilde{S}_q(l) + \varepsilon \tilde{N}_q(l) \right], \quad (14)$$

где

$$\tilde{S}_q(l) = \tilde{S}_1(l) - 1 - \ln \left[ \tilde{S}_1(l) - \tilde{S}_2^2(l) \right] \quad (15)$$

– нормированная сигнальная;

$$\begin{aligned} \tilde{N}_q(l) &= \left\{ \left[ \tilde{S}_1(l) - \tilde{S}_2^2(l) - 1 \right] \tilde{N}_1(l) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{2} \tilde{S}_2(l) \tilde{N}_2(l) \right\} \left[ \tilde{S}_1(l) - \tilde{S}_2^2(l) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

– нормированная шумовая функция.

Введём в рассмотрение отношение сигнал/шум (ОСШ) для принятого сигнала. С этой целью заметим, что сигнальная функция  $\tilde{S}_q(l)$  (15) монотонно возрастает с ростом функции  $C(l - l_0\delta_\tau)$  и имеет плоскую вершину протяжённостью  $|\delta_\tau|$ , расположенную на интервале  $\Gamma_0 \equiv [l_0 - |\delta_\tau|/2; l_0 + |\delta_\tau|/2]$ . В частности,  $\tilde{S}_q(l)$  максимальна при  $l = l_0$ . Тогда согласно [7] выходное ОСШ  $z_q^2$  определится как

$$\begin{aligned} z_q^2 &= \frac{\mu \tilde{S}_q^2(l_0)}{\langle \tilde{N}_q^2(l_0) \rangle} = \frac{\mu}{\sigma_q^2} \left\{ -\frac{\delta_E}{1 + \delta_E} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2q_0 + \eta^2}{2(1 + q_v)(1 + \delta_E)[1 + \max(0, \delta_\tau)]} - \right. \\ &\quad \left. - \ln \left[ \frac{1}{1 + \delta_E} + \frac{2q_0 + \eta^2 \max(0, \delta_\tau)/(1 + \delta_\tau)}{2(1 + q_v)(1 + \delta_E)[1 + \max(0, \delta_\tau)]} \right] \right\}^2, \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_q^2 &= \left[ (q_0 - \delta_E(1 + q_v))^2 + \eta^2(1 + q_v + q_0) \right] / \\ &\quad / (1 + q_v)^2(1 + \delta_E)^2(1 + \delta_\tau), \end{aligned}$$

если  $\delta_\tau < 0$ , и

$$\begin{aligned} \sigma_q^2 &= \frac{(1 + q_v + q_0)(1 + q_v + q_0 + \eta^2) + \delta_\tau(1 + q_v)^2}{(1 + q_v)^2(1 + \delta_E)^2(1 + \delta_\tau)^2} - \\ &- 4 \frac{(1 + \delta_\tau)[(1 + q_v + q_0)^2 + \delta_\tau(1 + q_v)^2] + \eta^2 \delta_\tau(1 + q_v + q_0)}{(1 + q_v)(1 + \delta_E)(1 + \delta_\tau)} \left\{ 2(1 + \delta_\tau)[(1 + q_v)(1 + \delta_\tau) + q_0] + \eta^2 \delta_\tau \right\} + \\ &+ 4 \frac{(1 + \delta_\tau)^2[(1 + q_v + q_0)^2 + \delta_\tau(1 + q_v)^2] + \eta^2 \delta_\tau[1 + q_v + \delta_\tau(1 + q_v + q_0)]}{2(1 + \delta_\tau)[(1 + q_v)(1 + \delta_\tau) + q_0] + \eta^2 \delta_\tau} , \end{aligned}$$

если  $\delta_\tau > 0$ . Из (17) следует, что при  $q_0 > 0$ ,  $q_v \geq 0$ ,  $\delta_\tau > -1$ ,  $\delta_E > -1$  и  $\mu \rightarrow \infty$  ОСШ  $z_q^2 \rightarrow \infty$  при любых конечных значениях  $\eta$ .

В процессе анализа измерителя (5), (6) все возможные оценки времени прихода целесообразно разбить на два класса: надёжные и аномальные [7]. Нормированная оценка  $l_q = \lambda_q/\tau_0$  является надёжной, если она находится в пределах интервала  $\Gamma_S \equiv [l_0 - 1 - \delta_v/2; l_0 + 1 + \delta_v/2]$ , где сигнальная функция (15) зависит от истинного значения оцениваемого параметра  $l_0$ . Если же оценка  $l_q$  находится вне интервала  $\Gamma_S$ , то есть  $l_q \in \Gamma_N = \Gamma \setminus \Gamma_S$ , то оценка и соответствующая ошибка оценивания называются аномальными [7].

При  $z_q \rightarrow \infty$  надёжная оценка  $l_q$  (5) принимает значения из интервала  $\Gamma_0 \equiv [l_0 - |\delta_\tau|/2 - \delta; l_0 + |\delta_\tau|/2 + \delta]$ , где  $\delta \ll 1$ , с вероятностью 1. Поэтому, когда



$z_q \gg 1$ , для расчёта характеристик надёжной оценки  $l_q$  достаточно исследовать поведение функционала (14) на интервале  $[l_0 - |\delta_\tau|/2; l_0 + |\delta_\tau|/2]$  и в малых окрестностях точек  $l_0 \pm |\delta_\tau|/2$ . Обозначим  $\Delta = \max\{|\delta_\tau|/2 - |l_1 - l_0|, |\delta_\tau|/2 - |l_2 - l_0|, |l_1 - l_2|\}$ . Тогда при  $\Delta \rightarrow 0$  для (15), (16) справедливы асимптотические разложения:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_q(l) &= \frac{2q_0 + \eta^2}{2(1+q_v)(1+\max(0,\delta_\tau))} - \\ &- \ln \left[ 1 + \frac{2q_0 + \eta^2}{2(1+q_v)(1+\max(0,\delta_\tau))} - \frac{\eta^2}{2(1+q_v)(1+\max(0,\delta_\tau))^2} \right] + \\ &+ A'_s \min(0, |\delta_\tau|/2 - |l - l_0|) + o(\Delta), \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \langle \tilde{N}_q(l_1) \tilde{N}_q(l_2) \rangle &= \sigma_q^2 + A'_s \min(0, |\delta_\tau| - |l_1 - l_0| - |l_2 - l_0|) - \\ &- \sigma_1^2 |l_1 - l_2| - \sigma_2^2 [\min(0; \delta_\tau) + \\ &+ \max(0; l_1 - l_0 - \delta_\tau/2; l_2 - l_0 - \delta_\tau/2) - \\ &- \min(0; l_1 - l_0 + \delta_\tau/2; l_2 - l_0 + \delta_\tau/2)] + o(\Delta), \end{aligned}$$

где  $A'_s$  – несущественная постоянная,

$$\begin{aligned} A'_s &= \frac{2q_0^2 + \eta^2(2 + 2q_v + q_0) + \delta_E(1 + q_v)(\eta^2 - 2q_0)}{2(1+q_v)(1+q_v+q_0)(1+\delta_E)(1+\delta_\tau)}, \\ \sigma_1^2 &= \frac{[q_0 - \delta_E(1 + q_v)]^2 + \eta^2(1 + q_v)(1 + \delta_E)^2}{(1 + q_v + q_0)^2(1 + \delta_E)^2(1 + \delta_\tau)^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_2^2 &= \frac{q_0(2 + 2q_v + q_0) + \eta^2(1 + q_v + q_0)}{(1 + q_v)^2(1 + \delta_E)^2(1 + \delta_\tau)^2} + \\ &+ \frac{q_0(2 + 2q_v + q_0) - \eta^2(1 + q_v)}{(1 + q_v + q_0)^2(1 + \delta_\tau)^2} - \\ &- \frac{2q_0(2 + 2q_v + q_0)}{(1 + q_v)(1 + q_v + q_0)(1 + \delta_E)(1 + \delta_\tau)^2}, \end{aligned}$$

если  $\delta_\tau < 0$ , и

$$\begin{aligned} A'_s &= \frac{2q_0 + \eta^2}{2(1+q_v)(1+\delta_E)(1+\delta_\tau)} - \\ &- \frac{2q_0(1+\delta_\tau) - \eta^2(1-\delta_\tau)}{2(1+\delta_\tau)[(1+q_v)(1+\delta_\tau)+q_0]+\eta^2\delta_\tau}, \\ \sigma_1^2 &= \frac{1}{(1+\delta_E)^2(1+\delta_\tau)^2} - \\ &- \frac{4(1+q_v)[2q_0(1+\delta_\tau)+(1+q_v)(1-\delta_E)(1+\delta_\tau)^2-\eta^2(1+\delta_E-\delta_\tau)]}{(1+\delta_E)[2(1+\delta_\tau)[(1+q_v)(1+\delta_\tau)+q_0]+\eta^2\delta_\tau]^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_2^2 &= \frac{q_0(2 + 2q_v + q_0) + \eta^2(1 + q_v + q_0)}{(1 + q_v)^2(1 + \delta_E)^2(1 + \delta_\tau)^2} + \\ &+ \frac{q_0(2 + 2q_v + q_0)(1 + \delta_\tau)^2 - \eta^2[1 + q_v - \delta_\tau^2(1 + q_v + q_0)]}{[2(1 + \delta_\tau)(1 + q_v)(1 + \delta_\tau) + q_0] + \eta^2 \delta_\tau^2] - \\ &- \frac{q_0(2 + 2q_v + q_0)(1 + \delta_\tau) + \eta^2 \delta_\tau(1 + q_v + q_0)}{(1 + q_v)(1 + \delta_E)(1 + \delta_\tau)[2(1 + \delta_\tau)(1 + q_v)(1 + \delta_\tau) + q_0] + \eta^2 \delta_\tau]}, \end{aligned}$$

если  $\delta_\tau > 0$ .

Выберем значение  $\delta$  настолько малым, что при  $\Delta < \delta$  выражения (18) можно аппроксимировать главными членами асимптотических разложений с требуемой точностью. Тогда на основе результатов работ [8,9] можно получить приближенные выражения для условных (при фиксированном  $l_0$ ) смещения  $b_0(l_q|l_0) = \langle l_q \rangle - l_0$  и рассеяния  $V_0(l_q|l_0) = \langle (l_q - l_0)^2 \rangle$  надёжной оценки  $l_q$  (5):

$$b_0(l_q|l_0) \approx 0, \quad (19)$$

$$\begin{aligned} V_0(l_q|l_0) &= \frac{\delta_\tau^2}{8} + \exp\left(\frac{2\kappa^2 B_1 |\delta_\tau|}{B_2^2}\right) \left[ 1 - \Phi\left(\frac{2\kappa}{B_2} \sqrt{B_1 |\delta_\tau|}\right) \right] \left[ \frac{13B_2^2}{4\kappa^4} + \right. \\ &+ \left. \frac{|\delta_\tau|}{\kappa^2} \left( \frac{3B_2}{2} - 8B_1 \right) + \frac{4B_1}{B_2^2} \delta_\tau^2 (3B_1 - B_2) + \frac{8\kappa^2 B_1^2}{B_2^3} |\delta_\tau|^3 \left( 1 - \frac{4B_1}{3B_2} \right) \right] + \\ &+ \sqrt{\frac{|\delta_\tau| B_1}{2\pi}} \left[ 4\kappa \delta_\tau^2 \frac{B_1}{B_2^2} \left( \frac{4B_1}{3B_2} - 1 \right) + \frac{|\delta_\tau|}{\kappa} \left( 3 - \frac{22B_1}{3B_2} \right) + \frac{13B_2}{2\kappa^3} \right]. \end{aligned}$$

Здесь

$$\kappa = \frac{A_s \sqrt{\mu}}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}, \quad B_1 = \begin{cases} 2, & \delta < 0, \\ 2\sigma_1^2 / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2), & \delta > 0, \end{cases} \quad B_2 = \frac{2\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2},$$

а  $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt / \sqrt{2\pi}$  – интеграл вероятности.

Формулы (19) получены в предположении, что время корреляции  $|\delta_\tau|$  шумовой функции  $\tilde{N}_q(l)$  превосходит ширину плоской вершины сигнальной функции  $\tilde{S}_q(l)$  (15), то есть

$$|\delta_\tau| > -1/2, \quad (20)$$

и их точность возрастает с увеличением  $\mu$  (2) и  $z_q$  (17). Полагая в (19)  $\delta = 0$ , получаем рассеяние нормированной надёжной КПО времени прихода сигнала (1) с априори известной длительностью. Если же, кроме того,  $\delta_E = 0$ , то рассеяние (19) переходит в рассеяние нормированной надёжной ОМП [3].

Согласно (19) предельное (при  $z_q \rightarrow \infty$ ) значение рассеяния  $V_0(l_q|l_0)$  надёжной оценки  $l_q$  равно  $\delta_\tau^2/8$ . Следовательно, рассеяние КПО (5) даже при



очень малых случайных искажениях импульса (1) ограничено снизу постоянной величиной  $(\tau^* - \tau_0)/8$ , и при  $\delta_\tau \neq 0$  оценка (5) не является состоятельной.

Рассмотрим теперь пороговые (т. е. с учётом аномальных ошибок) характеристики оценки (5). Аномальные ошибки возможны, если приведённая длина [7]  $m = \tilde{\Lambda}_2 - \tilde{\Lambda}_1$  априорного интервала возможных значений времени прихода  $l_0$  значительно больше протяжённости интервала  $\Gamma_S$  надёжной оценки, то есть

$$m \gg 1. \quad (21)$$

Так как надёжные и аномальные решения об оценке являются несовместными событиями, то условные смещение  $b(l_q|l_0)$  и рассеяние  $V_0(l_q|l_0)$  оценки  $l_q$  с учётом аномальных ошибок можно представить в виде [7]:

$$b(l_q|l_0) = P_0 b_0(l_q|l_0) + (1 - P_0) b_a(l_q|l_0) = (1 - P_0) b_a(l_q|l_0), \quad (22)$$

$$V(l_q|l_0) = P_0 V_0(l_q|l_0) + (1 - P_0) V_a(l_q|l_0),$$

где  $P_0 = P[|l_q - l_0| \leq 1 + \delta_\tau/2]$ ,  $b(l_q|l_0)$  и  $V_0(l_q|l_0)$  – соответственно вероятность и условные смещение и рассеяние (19) надёжной оценки, а  $b_a(l_q|l_0)$  и  $V_a(l_q|l_0)$  – условные смещение и рассеяние аномальной оценки. Согласно [7] при выполнении (21)

$$\begin{aligned} b_a(l_q|l_0) &= (\tilde{\Lambda}_2 + \tilde{\Lambda}_1)/2 - l_0, \quad V_a(l_q|l_0) = \\ &= (\tilde{\Lambda}_2^2 + \tilde{\Lambda}_1 \tilde{\Lambda}_2 + \tilde{\Lambda}_1^2)/3 - (\tilde{\Lambda}_2 + \tilde{\Lambda}_1) l_0 + l_0^2, \end{aligned}$$

а для вероятности  $P_0$  можно записать

$$P_0 \approx \int_{-\infty}^{+\infty} F_N(u) dF_S(u). \quad (23)$$

Здесь  $F_S(u) = P[H_S < u]$  и  $F_N(u) = P[H_N < u]$  – функции распределения величин абсолютных максимумов  $H_S$  и  $H_N$  функционала  $L_q(l)$  (7) на интервалах надёжной  $\Gamma_S$  и аномальной  $\Gamma_N$  оценок. Будем считать, что ОСШ (17) достаточно велико, поэтому для расчёта вероятности (23) достаточно найти аппроксимации подынтегральных функций  $F_N(u)$  и  $F_S(u)$ , асимптотически точные при  $u \rightarrow \infty$  [7].

Вероятность надёжной оценки при  $\tau^* = \tau_0$  найдена в [3]. Поэтому ограничимся рассмотрением

случая  $\tau^* \neq \tau_0$  ( $\delta_\tau \neq 0$ ). Определим вначале вероятность  $F_N(u)$ . Учитывая (9)–(11), перепишем функционал  $L_q(l)$  (7) при  $l \notin \Gamma_N$  в виде:

$$\begin{aligned} L_q(l) = \mu(1 + \delta_\tau) \Bigg\{ & -\frac{\delta_E}{1 + \delta_E} + \ln(1 + \delta_E) + \\ & + \frac{\varepsilon}{(1 + \delta_E)\sqrt{1 + \delta_\tau}} N_{10} \left( \frac{l}{1 + \delta_\tau} \right) - \\ & - \ln \left[ 1 + \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \delta_\tau}} N_{10} \left( \frac{l}{1 + \delta_\tau} \right) \right] - \\ & - \frac{\varepsilon^2}{2(1 + \delta_\tau)} N_{20}^2 \left( \frac{l}{1 + \delta_\tau} \right) \Bigg\}. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь функции

$$N_{10}(l/(1 + \delta_\tau)) = \tilde{N}_1(l)(1 + \delta_E)\sqrt{1 + \delta_\tau},$$

$$N_{20}(l/(1 + \delta_\tau)) = \tilde{N}_2(l)\sqrt{(1 + \delta_E)(1 + \delta_\tau)},$$

причём согласно (10), (13)

$$\langle N_{10}(l) \rangle = \langle N_{20}(l) \rangle = 0, \quad \langle N_{10}^2(l) \rangle = \langle N_{20}^2(l) \rangle = 1,$$

$$\langle N_{10}(l_1)N_{10}(l_2) \rangle = \langle N_{20}(l_1)N_{20}(l_2) \rangle = \max(0; 1 - |l_1 - l_2|).$$

С учётом (2) разложим (24) в ряд Маклорена по малому параметру  $\varepsilon$  (11) и ограничимся двумя первыми членами разложения, зависящими от реализации наблюдаемых данных  $x(t)$  (3). В результате при  $\varepsilon \rightarrow 0$  имеем

$$L_q(l) = S_E + \left[ (N_{10}(l) - \Delta_E \sqrt{\mu(1 + \delta_\tau)})^2 + N_{20}^2(l) \right]/2 + o(\varepsilon), \quad (25)$$

где  $S_E = -\mu(1 + \delta_\tau)[\Delta_E(1 + \Delta_E/2) + \ln(1 - \Delta_E)]$ ,  $\Delta_E = \delta_E/(1 + \delta_E)$ . Опустим здесь члены разложения порядка  $\varepsilon$  и меньше. Учтём, что функционал  $H_{20}(l)$  гауссовский, а  $H_{10}(l)$  асимптотически (при выполнении (2)) гауссовский [1], причём  $\langle N_{10}(l_1)N_{20}(l_2) \rangle \approx 0$ . Тогда, при  $\mu \gg 1$  функционал (25) можно аппроксимировать выражением

$$L_q(l) = S_E + X_1^2 \left( \frac{l}{1 + \delta_\tau} \right) + X_2^2 \left( \frac{l}{1 + \delta_\tau} \right). \quad (26)$$

Здесь  $X_1(l)$ ,  $X_2(l)$  – реализации независимых стационарных гауссовых случайных процессов с МО  $\langle X_1(l) \rangle = -\Delta_E \sqrt{\mu(1 + \delta_\tau)/2}$ ,  $\langle X_2(l) \rangle = 0$  и



одинаковыми корреляционными функциями

$$\langle X_1(l_1)X_1(l_2) \rangle = \langle X_2(l_1)X_2(l_2) \rangle = \max(0; 1 - |l_1 - l_2|)/2.$$

Используя (26), вероятность  $F_N(u)$  можно представить следующим образом:

$$F_N(u) = P\left[\sup_{l \in \Gamma_N} L_q(l) < u\right] = P\left[\sup_{l \in \Gamma_N} \zeta(l) < \sqrt{u - S_E}\right],$$

где  $\zeta(l) = \sqrt{X_1^2(l) + X_2^2(l)}$  – стационарный обобщенный релеевский случайный процесс [10], коэффициент корреляции  $R(\Delta)$  квадратур  $X_1(l)$ ,  $X_2(l)$ , которого при  $\Delta \rightarrow 0$  допускает представление  $R(\Delta) = 1 - |\Delta|$ .

Когда выполняется (21)

$$F_N(u) \approx P\left[\sup_{l \in \Gamma} \zeta(l) < \sqrt{u - S_E}\right]. \quad (27)$$

Воспользовавшись в (27) асимптотической (при  $m \rightarrow \infty$ ,  $u \rightarrow \infty$ ) аппроксимацией функции распределения  $F(u) = P\left[\sup_{l \in \Gamma} \zeta(l) < u\right]$ , найденной в [10], имеем:

$$F_N(u) \approx \begin{cases} \exp\left[-\frac{m}{1+\delta_\tau} \phi\left(\sqrt{2(u-S_E)}, |\Delta_E| \sqrt{\mu(1+\delta_\tau)}\right)\right], & u \geq H, \\ 0, & u < H, \end{cases} \quad (28)$$

где  $H = S_E + (|\Delta_E| \sqrt{\mu(1+\delta_\tau)} + \sqrt{3})^2/2$ ,

$$\phi(h, z) = \{h[h - zI_1(zh)/I_0(zh)] \exp[-(h^2 + z^2)/2]\}I_0(zh),$$

а  $I_0(\cdot)$ ,  $I_1(\cdot)$  – модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков.

Перейдем теперь к определению вероятности  $F_S(u)$  (23). При  $\tau^* \neq \tau_0$  и  $z_q \rightarrow \infty$  функционал  $L_q(l)$  допускает представление (14), а надежная КПО  $l_q$  принимает значения из интервала  $\Gamma_0$  с вероятностью, стремящейся к 1. На этом интервале согласно (18) сигнальная функция  $\tilde{S}_q(l)$  постоянна, а шумовая функция  $\tilde{N}_q(l)$  является асимптотически гауссовским стационарным центрированным случайным процессом с корреляционной функцией  $\langle \tilde{N}_q(l_1)\tilde{N}_q(l_2) \rangle = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)R_1(l_1, l_2)$  при  $\delta < 0$  и  $\langle \tilde{N}_q(l_1)\tilde{N}_q(l_2) \rangle = \sigma_1^2 R_1(l_1, l_2) + \sigma_2^2$  при  $\delta > 0$ . Поэтому при  $z_q \gg 1$  и выполнении (2):

$$F_S(u) = P\left[\sup_{l \in \Gamma_S} L_q(l) < u\right] \approx$$

$$\approx P\left\{\sup_{l \in \Gamma_0} L_q(l) < u\right\} = P\left[\sup_{l \in [0, m_s]} r(l) < h(u)\right]. \quad (29)$$

Здесь  $m_s = |\delta_\tau|/(1 + \delta_\tau)$ , если  $\delta < 0$ ,

и  $m_s = \sigma_1^2 \delta_\tau / [\sigma_1^2(1 + \delta_\tau) + \sigma_2^2]$ , если  $\delta > 0$ ,

$$h(u) = [u - \mu(1 + \delta_\tau) \tilde{S}_q(l_0)] / \sigma_q(1 + \delta_\tau) \sqrt{\mu}, \quad \sigma_q$$

определяется из (17), а  $r(l)$  – стационарный центрированный гауссовский случайный процесс с корреляционной функцией

$$\langle r(l_1)r(l_2) \rangle = \max(0; 1 - |l_1 - l_2|).$$

Используя [11], можно найти вероятность не-превышения порога  $u$  реализацией процесса  $r(l)$  на интервале длительностью  $\rho \leq 1$ :

$$\begin{aligned} P\left[\sup_{l \in [0, \rho]} r(l) < u\right] &= \Psi_0(u, \rho) = \\ &= \int_{-\infty}^u \Phi\left[\frac{u - x(1 - \rho)}{\sqrt{\rho(2 - \rho)}}\right] \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \frac{dx}{\sqrt{2\pi}} - \\ &\quad - \frac{\rho u}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \Phi\left[u \sqrt{\frac{\rho}{2 - \rho}}\right] - \\ &\quad - \frac{\sqrt{\rho(2 - \rho)}}{2\pi} \exp\left(-\frac{u^2}{2 - \rho}\right). \end{aligned} \quad (30)$$

При выполнении (20) в (29) величина  $m_s < 1$ . Воспользовавшись (30), находим асимптотическую аппроксимацию функции (29)

$$F_S(u) \approx \Psi_0(h(u), m_s), \quad (31)$$

точность которой возрастает с увеличением  $\mu$  и  $z_q$ . Подставляя (28), (31) в (23), при  $\delta_\tau \neq 0$  окончательно получаем

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{\sigma_q(1 + \delta_\tau) \sqrt{2\pi\mu}} \int_H^\infty \exp\left[-\frac{m}{1 + \delta_\tau} \phi\left(\sqrt{2(u - S_E)}, |\Delta_E| \sqrt{\mu(1 + \delta_\tau)}\right)\right] \times \\ &\quad \times \left\{ \left[2 + m_s(h^2(u) - 1)\right] \exp\left(-\frac{h^2(u)}{2}\right) \Phi\left[h(u) \sqrt{\frac{m_s}{2 - m_s}}\right] + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\frac{m_s(2 - m_s)}{2\pi}} h(u) \exp\left[-\frac{h^2(u)}{2 - m_s}\right] \right\} du. \end{aligned} \quad (32)$$

Точность формулы (32) возрастает с увеличением  $m$ ,  $\mu$  (2) и  $z_q$  (17).



Полагая в (32)  $\delta_E = 0$ , получаем выражение для вероятности надёжной оценки времени прихода случайного импульса (1) при априори известных СП помех и белого шума.

Найдём теперь характеристики оценок  $a_q$  и  $D_q$  (6). Ограничимся условием высокой постериорной точности, когда  $z_q >> 1$ , и вероятностью аномальной ошибки  $P_a = P[l_q \in \Gamma_S] = 1 - P_0$  при оценивании времени прихода можно пренебречь. В этом случае КПО  $l_q$  принимает значения из интервала  $\Gamma_0$  с вероятностью, стремящейся к 1, так что погрешности измерения параметра  $l_0$  не превосходят величины  $|\delta_\tau|/2$ . Тогда для условных смещений  $b_0(a_q|a_0)$ ,  $b_0(D_q|D_0)$  и рассеяний  $V_0(a_q|a_0)$ ,  $V_0(D_q|D_0)$  оценок  $a_q$ ,  $D_q$  (6) путём непосредственного усреднения по реализациям  $x(t)$  (3) функционалов (4) находим:

$$\begin{aligned} b_0(a_q|a_0) &= a_0 \max(0; \delta_\tau)/(1 + \delta_\tau), \\ V_0(a_q|a_0) &= b_0^2(a_q|a_0) + \\ &+ E_N[1 + q_v + q_0/(1 + \max(0, \delta_\tau))] / 2\mu(1 + \delta_\tau), \\ b_0(D_q|D_0) &= -[E_N/(1 + \delta_\tau)][(q_0 - \eta^2/2(1 + \delta_\tau)) \max(0; \delta_\tau) - \\ &- \delta_E(1 + q_v) + (1 + q_v + q_0/(1 + \max(0; \delta_\tau))) / 2\mu], \\ V_0(D_q|D_0) &= b_0^2(D_q|D_0) + \\ &+ [E_N^2/\mu(1 + \delta_\tau)] \{ (1 + q_v + q_0)^2 / (1 + \max(0; \delta_\tau)) + \\ &+ [\max(0; \delta_\tau)/(1 + \delta_\tau)] [(1 + q_v)^2 + \\ &+ \eta^2(1 + q_v + q_0\delta_\tau/(1 + \delta_\tau))/(1 + \delta_\tau)] \}. \end{aligned} \quad (33)$$

При  $\delta_\tau = 0$  приходим в (33) к выражениям для характеристик КПО энергетических параметров  $a_0$  и  $D_0$  случайного импульса (1) с априори известной длительностью. Если же, кроме того, выполняется условие  $\delta_E = 0$ , то формулы (33) описывают смещения и рассеяния ОМП МО и дисперсии импульсного сигнала на фоне белой и коррелированной помех [3].

С целью проверки работоспособности предложенного измерителя временного и энергетических параметров случайного импульса и установления границ применимости асимптотически точных формул для его характеристик было выполнено статистическое моделирование алгоритма совместного оценивания (5), (6) на ЭВМ. В процессе моделирования, следя методике, изложенной в [9], на интервале  $[\tilde{\Lambda}_1, \tilde{\Lambda}_2]$  с шагом

$\Delta l = 0,01$  формировались отсчёты функционалов  $\tilde{L}_1(l) = L_1(\lambda, \tau^*)/\tau_0 N_0$ ,  $\tilde{L}_2(l) = L_2(\lambda, \tau^*)/\sqrt{\tau_0 N_0}$  (4) и согласно (5), (6) определялись оценки  $l_q$ ,  $a_q$ ,  $D_q$ . При этом относительная среднеквадратическая погрешность ступенчатых аппроксимаций непрерывных реализаций процессов  $\tilde{L}_1(l)$ ,  $\tilde{L}_2(l)$  на основе сформированных дискретных отсчётов не превышала 10 %. Посредством усреднения по всем обработанным реализациям находились условные смещения и рассеяния оценок.

Некоторые результаты статистического моделирования представлены на рис. 1–6, где показаны также соответствующие теоретические зависимости. Каждое экспериментальное значение получено в результате обработки не менее  $10^4$  реализаций  $x(t)$  (3) при  $\tilde{\Lambda}_1 = 0$ ,  $\tilde{\Lambda}_2 = m$ ,  $l_0 = (\tilde{\Lambda}_1 + \tilde{\Lambda}_2)/2$ ,  $q_v = 0,5$ ,  $z_0^2 = 2a_0^2\tau_0/N_0 = 10$  и  $\delta_E = -0,25$  (рис. 1,  $a - 6, a$ ) или  $\delta_E = 0,25$  (рис. 1,  $b - 6, b$ ). На рис. 1, 2 сплошными линиями нанесены зависимости нормированного условного рассеяния  $\tilde{V}(q_0) = 12V(l_q|l_0)/m^2$  (22) КПО  $l_q$  с учётом аномальных ошибок при  $m = 20$  и  $\delta_\tau = -0,1$  (рис. 1), либо  $\delta_\tau = 0,1$  (рис. 2). Штриховыми линиями на рис. 1, 2 показаны аналогичные зависимости нормированного условного рассеяния  $\tilde{V}(q_0) = 12V(l_q|l_0)/m^2$  (19) надёжной КПО  $l_q$ . Кривые 1 здесь рассчитаны для  $\mu = 50; 2 - 100; 3 - 200$ . Экспериментальные значения нормированных условных рассеяний  $\tilde{V}_0$ ,  $\tilde{V}$  надёжной оценки  $l_q$  и оценки  $l_q$  с учётом аномальных ошибок для  $\mu = 50, 100$  и  $200$  обозначены на рис. 1, 2 плюсиками, кружочками, треугольниками и квадратиками, крестиками, ромбиками соответственно.

На рис. 3, 5 (для  $\delta_\tau = 0,1$ ) и 4, 6 (для  $\delta_\tau = -0,1$ ) изображены теоретические зависимости нормированных условных рассеяний  $\tilde{V}_n(q_0) = 2V_n(a_q|a_0)/E_n$ ,  $\tilde{V}_q(q_0) = V_0(D_q|D_0)/E_n^2$  (33) КПО  $a_q$  и  $D_q$ . Экспериментальные значения рассеяний  $\tilde{V}_n$ ,  $\tilde{V}_q$  при  $m = 2 + \delta_\tau$  (когда оценка времени прихода является надёжной), показаны плюсиками, кружочками, треугольниками, а при  $m = 20$  (когда при оценивании времени прихода возможны аномальные ошибки) – квадратиками, крестиками и ромбиками. Остальные обозначения такие же, как на рис. 1, 2.

На основании полученных результатов можно сделать такие выводы. Как следует из рис. 1, 2, теоретические зависимости (19) для условного рассеяния надёжной оценки  $l_q$  удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные

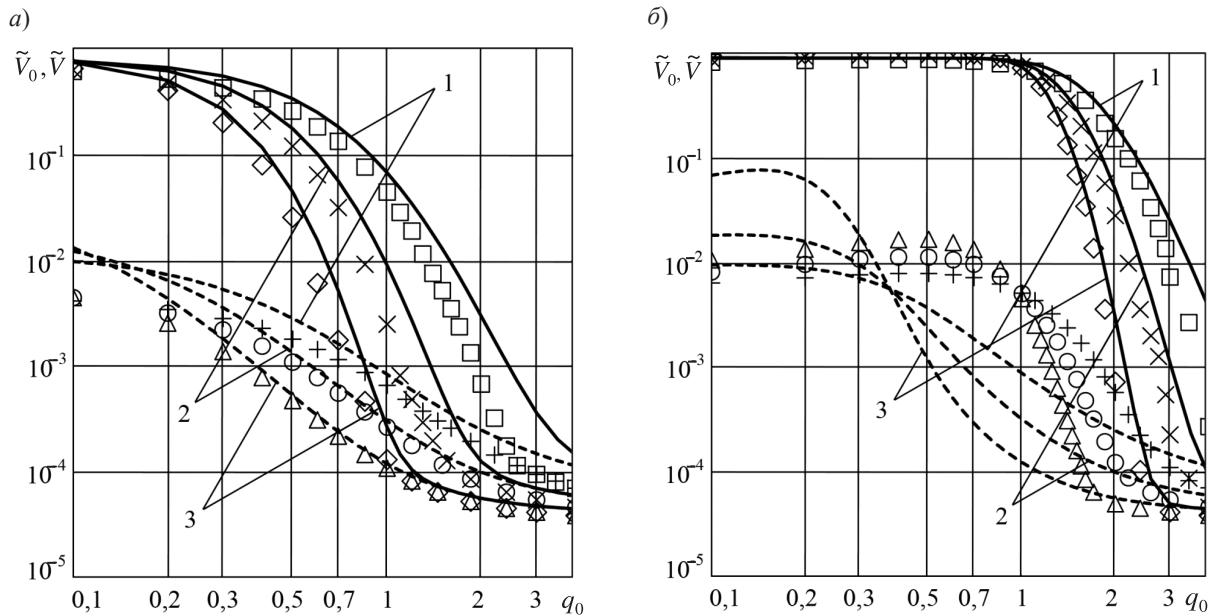


Рис. 1 (а, б). Нормированное рассеяние оценки времени прихода  
при отрицательной расстройке по длительности импульса

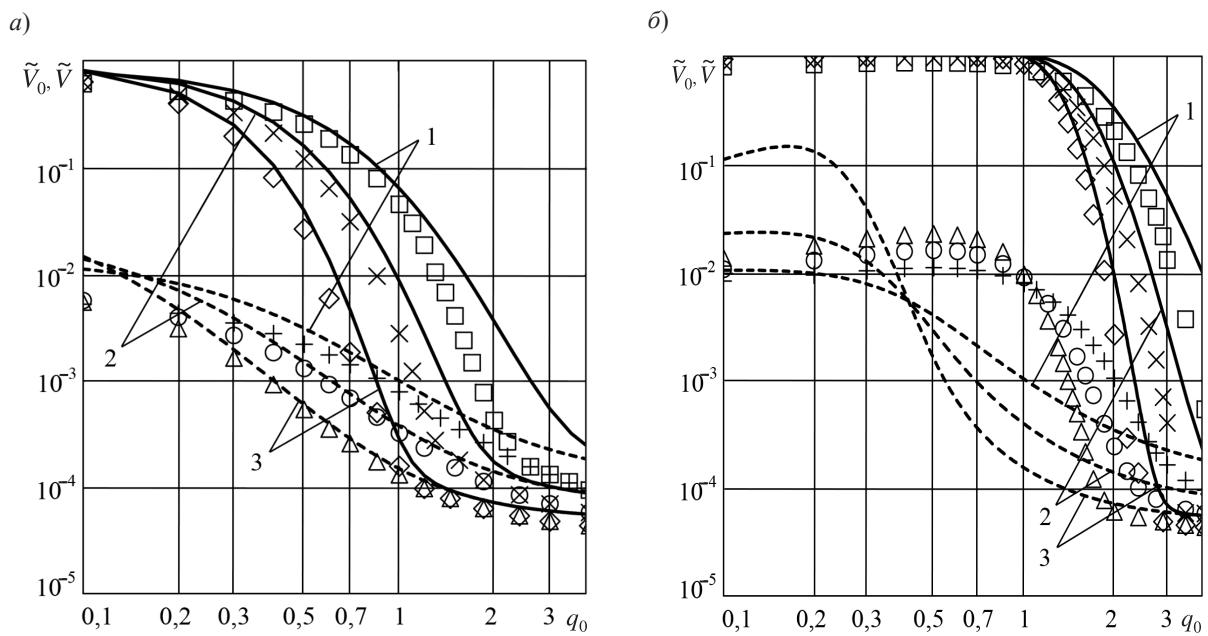


Рис. 2 (а, б). Нормированное рассеяние оценки времени прихода  
при положительной расстройке по длительности импульса

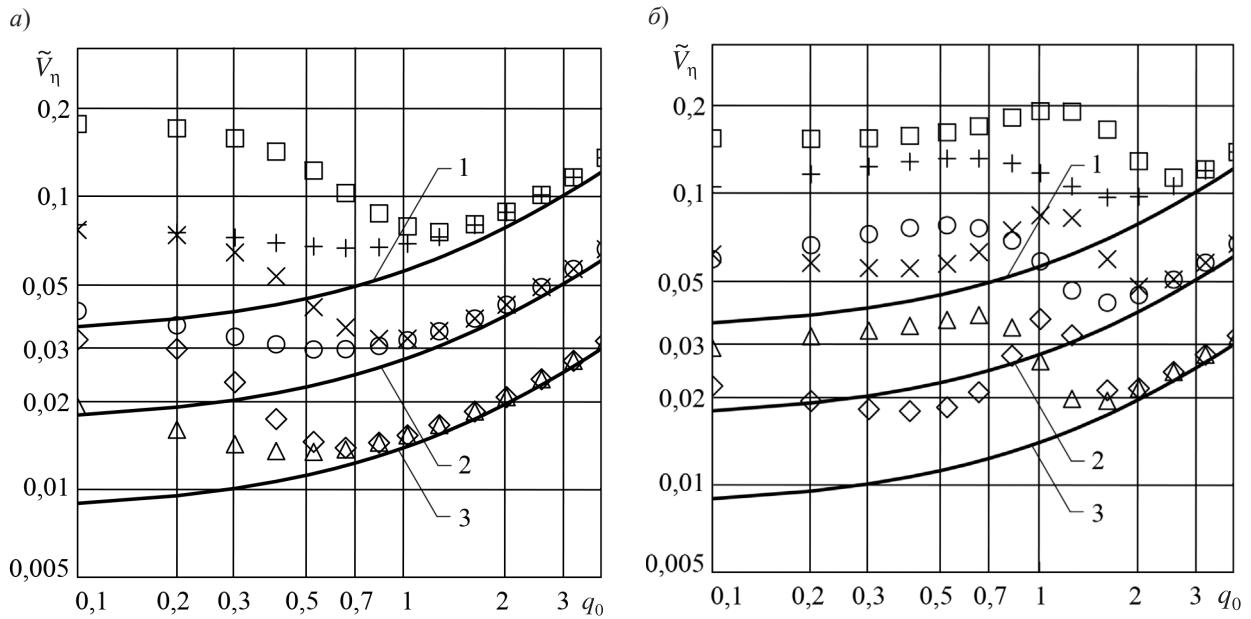


Рис. 3 (а, б). Нормированное рассеяние оценки математического ожидания при отрицательной расстройке по длительности импульса

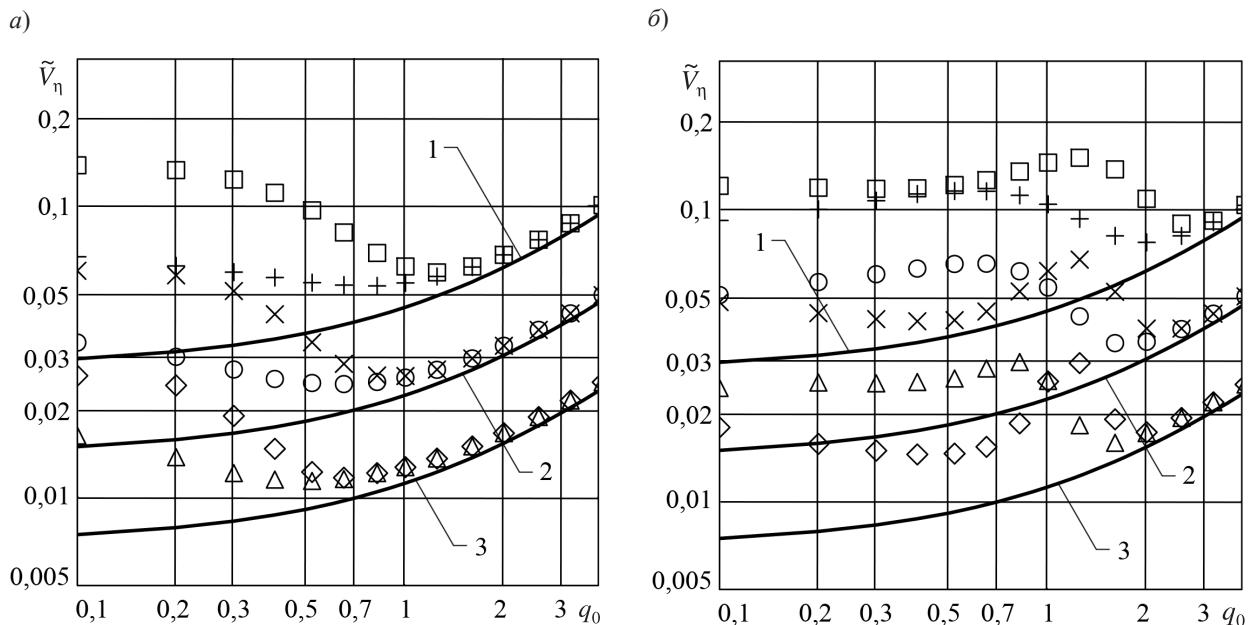


Рис. 4 (а, б). Нормированное рассеяние оценки математического ожидания при положительной расстройке по длительности импульса

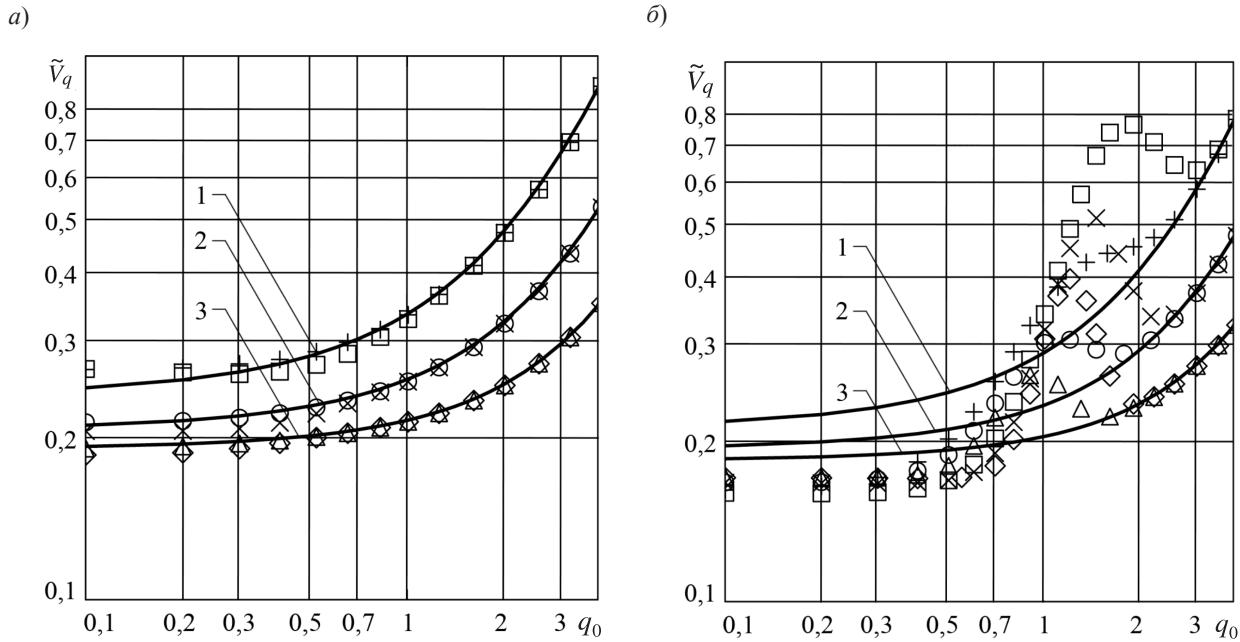


Рис. 5 (а, б). Нормированное рассеяние оценки дисперсии при отрицательной расстройке по длительности импульса

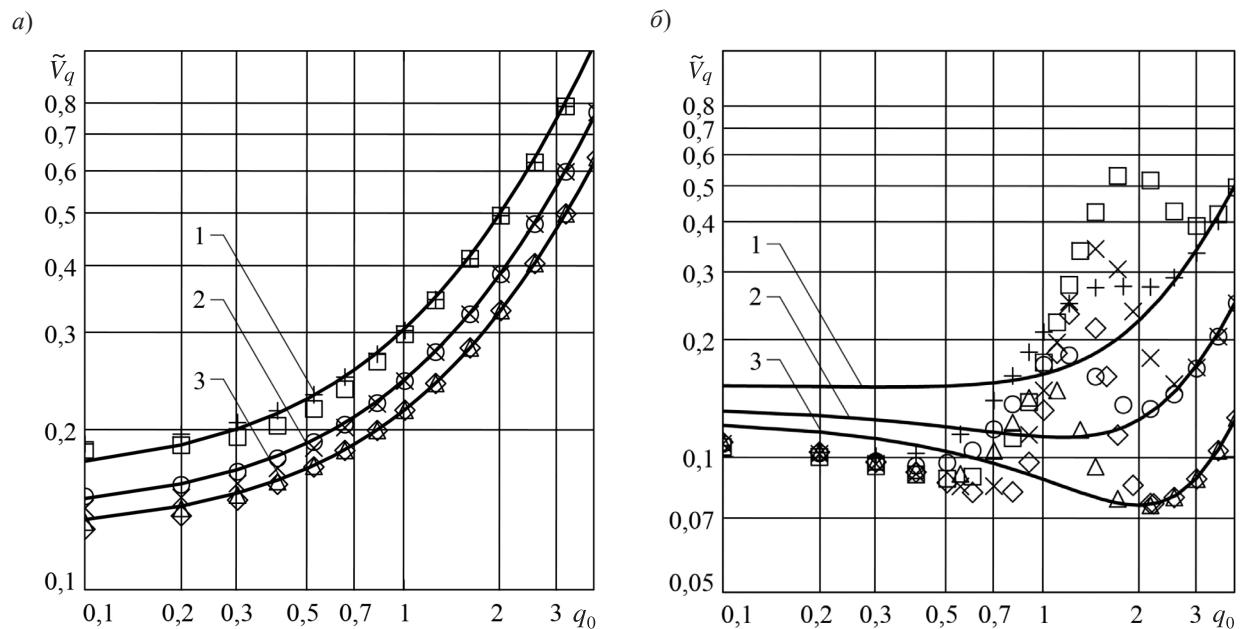


Рис. 6 (а, б). Нормированное рассеяние оценки дисперсии при положительной расстройке по длительности импульса



при ОСШ  $z_q > 2,5 \dots 3$ , а теоретические зависимости (22) для рассеяния оценки  $l_q$  с учётом аномальных ошибок – при  $\mu \geq 50$ ,  $q_0 \geq 0,1$ , что соответствует значениям  $z_q > 1 \dots 1,5$ . При  $z_q < 2,5$  и  $\delta_E < 0$  теоретические зависимости  $V_0(l_q|l_0)$  (19) отклоняются от экспериментальных значений, поскольку формула (19) для рассеяния надёжной оценки времени прихода не учитывает ограниченную протяженность априорного интервала  $[\tilde{\Lambda}_1, \tilde{\Lambda}_2]$  возможных значений параметра  $l_0$ . Вследствие этого, когда рассеяние  $V_0(l_q|l_0)$  становится соизмеримым или большим величины  $(\tilde{\Lambda}_2 - \tilde{\Lambda}_1)^2/12$ , точность формулы (19) существенно ухудшается. При  $z_q < 3$  и  $\delta_E > 0$  экспериментальные значения рассеяния надежной оценки  $l_q$  существенно отличаются в большую сторону от соответствующих теоретических значений. Кроме того, при фиксированных параметрах  $\mu$ ,  $q_0$ ,  $q_v$ ,  $\eta$ ,  $\delta_\tau$  в случае положительных расстроек  $\delta_E$  по средней мощности суммарной помехи обеспечивается заметно меньшее выходное ОСШ (17), чем при соответствующих отрицательных расстройках, причём

это различие возрастает с увеличением  $\mu$ ,  $q_0$ ,  $\eta$  и уменьшением  $q_v$ . Таким образом, при практической реализации измерителя (5), (6) переоценка мощностей действующих помех менее желательна, чем эквивалентная недооценка. Отклонение теоретических зависимостей  $V_0(l_q|l_0)$  (19),  $V(l_q|l_0)$  (22) от экспериментальных значений может наблюдаться также и при больших ОСШ, когда  $q_0 > 2 \dots 3$ . Это связано с тем, что формула (19) для рассеяния надёжной КПО времени прихода получена в пренебрежении ошибками оценивания порядка времени корреляции случайного процесса  $\xi(t)$ . Следовательно, когда рассеяние оценки  $l_q$  убывает до величины порядка  $\mu^{-2}$ , погрешность формул (19), (22) становится значительной.

Согласно рис. 3–6, формулы (33) для рассеяний КПО  $a_q$  и  $D_q$  (6) удовлетворительно аппроксимируют соответствующие экспериментальные данные при  $z_q > 2$  для  $\delta_E < 0$  и при  $z_q > 3$  для  $\delta_E > 0$ . При  $z_q > 3 \dots 4$ , когда вероятность аномальных ошибок при оценивании параметра  $\lambda_0$  достаточно мала, рассеяния оценок МО и дисперсии, полученные при  $m \gtrsim 1$  (порядка единицы или менее) и  $m \gg 1$ , практически совпадают.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трифонов А.П., Нечаев Е.П., Парfenov В.И. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. Воронеж: ВГУ. 1991. 246 с.
2. Трифонов А.П., Захаров А.В., Парфенов В.И. Эффективность приёма случайного импульсного сигнала с неизвестными параметрами // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36. № 7. С. 1300–1308.
3. Чернояров О.В., Сидорова Н.А. Оценка временного и энергетических параметров широкополосного случайного импульсного сигнала при наличии помехи с неизвестной интенсивностью // Вестник Московского энергетического института. 2009 № 2. С. 124–138.
4. Трифонов А.П., Алексеенко С.П. Квазиправдоподобная оценка дисперсии стационарного гауссовского случайного процесса. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1994. Т. 37. № 11. С. 10–18.
5. Вакин С.А., Шустов Л.Н. Основы радиопротиводействия и радиотехнической разведки. М.: Сов. радио. 1968. 443 с.
6. Палий А.И. Радиоэлектронная борьба. М.: Воениздат. 1981. 320 с.
7. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь. 1986. 264 с.
8. Трифонов А.П., Захаров А.В., Чернояров О.В. Пороговые характеристики квазиправдоподобной оценки времени прихода случайного радиоимпульса // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1998. Т. 41. № 10. С. 18–28.
9. Чернояров О.В. Статистический анализ случайных импульсных сигналов на фоне белой и коррелированной помех в условиях параметрической априорной неопределенности // Моделирование развития информационно-телекоммуникационных систем. СПб.: Изд-во “Синтез Бук”. 2009. С. 79–145.
10. Трифонов А.П., Чернояров О.В. Вероятностные характеристики абсолютного максимума обобщенного рэлеевского случайного процесса // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. № 12. С. 1213–1222.
11. Жиглявский А.А., Красковский А.Е. Обнаружение разладки случайных процессов в задачах радиотехники. Л.: ЛГУ. 1988. 224 с.

УДК 681.3.01

А.М. КУДРЯВЦЕВ, А.А. СМИРНОВ, А.В. ФЕДЯНИН

## АЛГОРИТМ “ТРАССОВОЙ” ОБРАБОТКИ ДАННЫХ РАДИОМОНИТОРИНГА

Специфика радиомониторинга (РМ) заключается в наличии на входе современных радиоэлектронных систем мониторинга потоков различной интенсивности, представляющих собой смесь перекрывающихся по частотно-временным параметрам последовательностей сигналов и помех, порождаемых наблюдаемыми и мешающими источниками радиоизлучений, а также в случайному характере данных, добываемых по радиоэлектронным средствам (РЭС), подлежащим мониторингу. Это приводит к отсутствию возможности однозначной селекции и разделения входных потоков, достоверному восприятию первичной информации при приёме сигналов по каждому источнику в отдельности [1].

Цикл радиомониторинга состоит из процессов добывания, сбора, обработки данных РМ и управления средствами РМ. В настоящее время существует несоответствие между высокой интенсивностью потока данных РМ на входе подсистемы обработки и оперативностью его обработки, что имеет свои технические приёмы решения на путях повышения пропускных способностей средств РМ, автоматизации составных процессов РМ. Однако суть научной проблемы заключается в том, что средства РМ случайным образом принимают и регистрируют излучения контролируемых РЭС со случайным неполным набором количественных характеристик этих излучений. Это объясняется простыми причинами, такими, как неоптимальное расположение средств РМ, низкая электромагнитная доступность, ограниченность средств РМ, отсутствие необходимой априорной информации о сигналах наблюдаемых РЭС.

Для решения задачи своевременной, полной и достоверной обработки потока случайных параметров радиосигналов предлагается использовать способ “трассовой” обработки данных РМ.

### Способ “трассовой” обработки данных радиомониторинга

Сущность “трассовой” обработки заключается в определении последовательности процедур решения задач обработки в условиях исходной

неопределённости, создаваемой радиоэлектронными средствами в радиоэлектронной обстановке, случайного характера добываемых данных радиомониторинга, случайного характера формирования реализаций признаков, поступающих на обработку.

Результаты анализа потока данных РМ свидетельствуют, что входная реализация будет представлять случайный набор параметров от различных средств РМ. Поэтому для formalизации процесса обработки необходимо определить универсальный вектор параметров источника радиоизлучения (ИРИ)  $\mathbf{r}_j$ , например  $\mathbf{r}_j = (f, XY, t, V, CS, T, \tau_u, T_u, \Delta\Theta, v_{bp}, \tau_{ci}, mode)$ , где  $f$  – частота (МГц);  $XY$  – координаты (км/град/рад);  $t$  – метка времени (дд.мм.гг чч.мм.сс);  $V$  – вид передачи (текстовая строка);  $CS$  – позывной (текстовая строка);  $T$  – тип радиоэлектронного (радиотехнического) средства (текстовая строка);  $\tau_u$  – длительность импульсов (мкс);  $T_u$  – период следования импульсов (мкс);  $\Delta\Theta$  – ширина диаграммы направленности антенны (град);  $v_{bp}$  – скорость вращения антенны (об/мин);  $\tau_{ci}$  – длительность серии импульсов (мкс),  $mode$  – режим функционирования средства, добывшего данные (поиск/наблюдение). Множество элементов вектора  $\mathbf{r}_j$  состоит из подмножеств ключевых параметров  $K$  ( $K \notin \emptyset$ ), основных параметров  $U$  и управляющих параметров  $C$  (табл.). Так как данные РМ поступают от различных средств добывания в случайные моменты времени в случайных наборах реализаций признаков, то вероятность одновременного заполнения всех элементов вектора слишком мала. Поэтому некоторые элементы подмножества  $U$  могут быть нулевыми [2]. Но минимальным представлением вектор-реализации признаков должна быть “триада” ключевых параметров  $K = \{f, XY, t\}$ , без них обрабатывать реализацию нецелесообразно. Остальные элементы реализации расширяют представление органа РМ о наблюдаемых РЭС, характеристиках излучений.

Указанные особенности процессов радиомониторинга во многом предопределяют многоуровневость и многоальтернативность характера решений, которые должны приниматься в ходе



### Пример разбиения элементов вектора $\mathbf{r}$ на подмножества

$\mathbf{r} = K \cup U \cup C$	$K$	$U$	$C$
	$f, XY, t$	$V, CS, T, \tau_i, T_i, \Delta\Theta, v_{bp}, \tau_{ci}, \dots$	$mode, \dots$

РМ при выявлении объектов. При этом решения по данным РМ на  $j$ -м этапе обеспечивают принятие решений на  $(j+1)$ -м этапе. Следовательно, если определить функцию обработки на  $j$ -м этапе как  $f_j(\mathbf{r}_j)$ , вектор параметров  $\mathbf{r}_j$ , задать начальную вектор-реализацию для обработки  $\mathbf{r}_0$ , то весь процесс обработки данных РМ можно описать в виде рекуррентной формулы

$$\mathbf{r}_j = f_{j-1}(\mathbf{r}_{j-1}) \text{ или } y = f_j(f_{j-1}(\mathbf{r}_{j-1})). \quad (1)$$

Функция обработки  $f_j(\mathbf{r}_j)$  представляет собой совокупность процедур обработки, которым подвергается вектор-реализация  $\mathbf{r}_j$  на  $j$ -м этапе. К настоящему времени разработан широкий спектр способов обработки данных РМ, но каждый из них даёт приемлемые результаты лишь при опре-

деленном характере входных данных, например, оценка плотности распределения РЭС на местности [3]. Следовательно, для обеспечения своевременности и достоверности обработки в ходе её необходимо определять задачи и процедуры обработки, для решения которых добываемые в случайные моменты времени данные РМ  $\mathbf{r}_0$  могут быть применены наилучшим образом. Этую задачу решает способ “трассовой” обработки данных радиомониторинга.

Данный способ основан на применении “мозаичной” схемы накопления информации, согласно которой для каждого этапа обработки  $j$  формируется матрица  $\mathbf{M}_j = [\mathbf{r}_{j1}, \mathbf{r}_{j2}, \dots, \mathbf{r}_{jm}]^T$  (на рис. 1 представлен пример формирования матрицы  $\mathbf{M}_1$  – таблицы ИРИ).

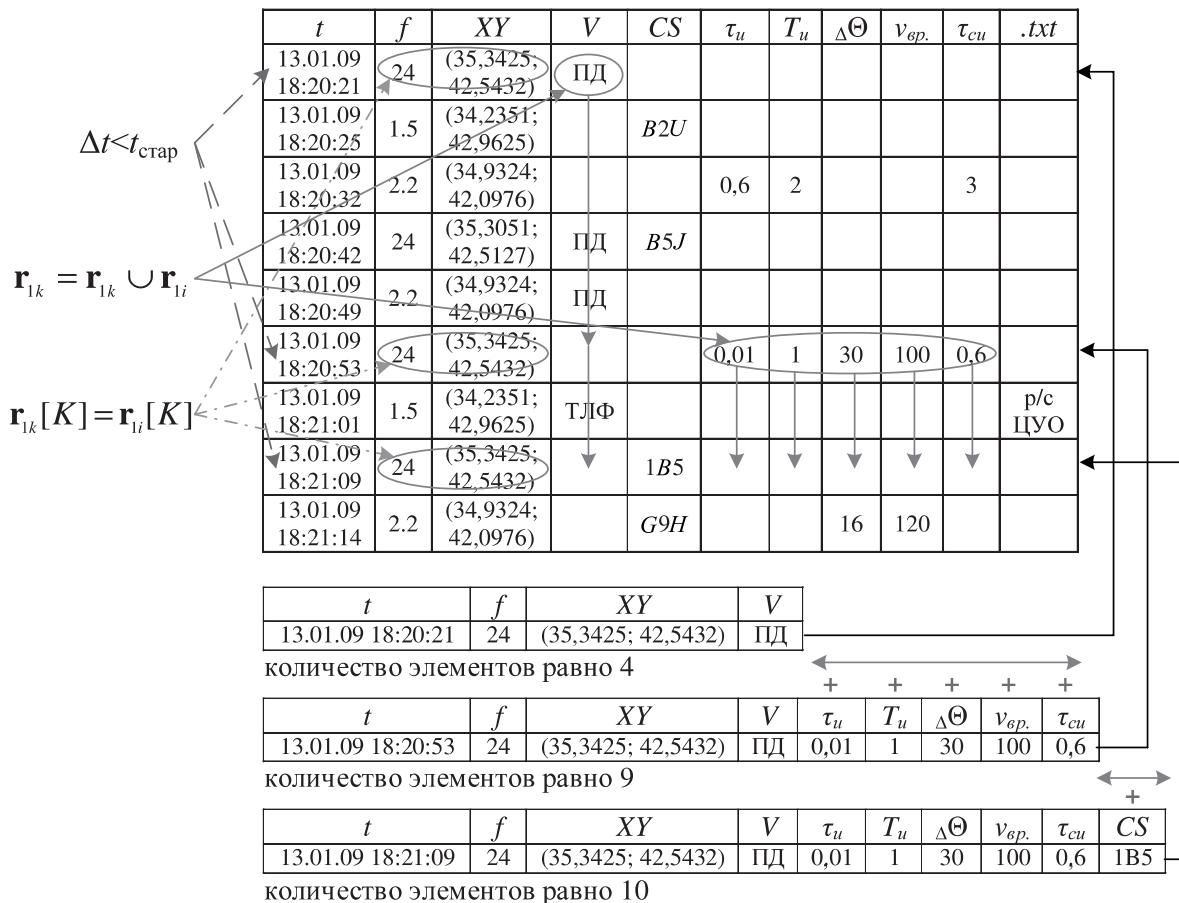


Рис. 1. “Мозаичная” схема накопления данных радиомониторинга

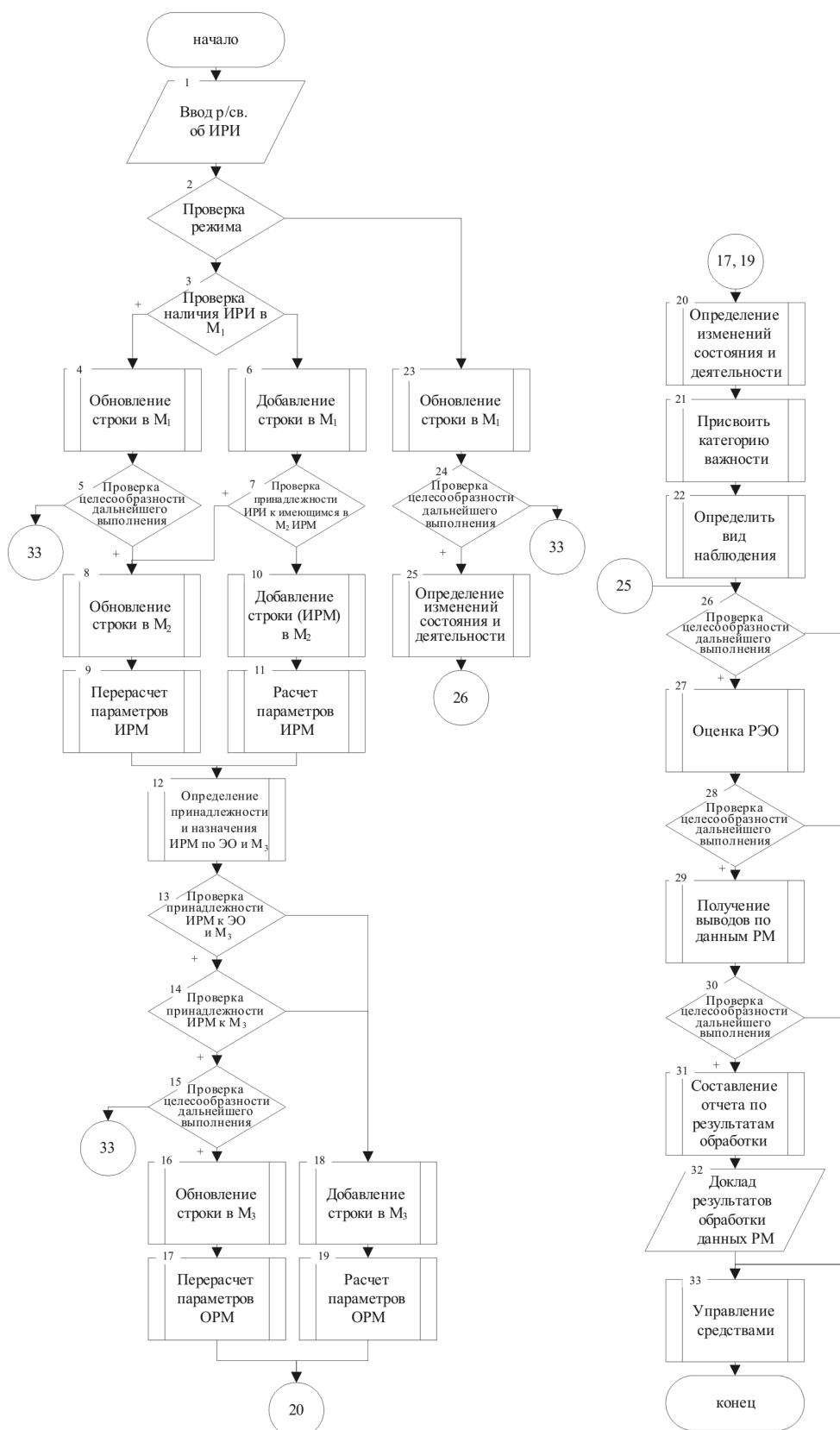


Рис. 2. Обобщенный алгоритм “трассовой” обработки данных РМ



Перед вставкой строки  $\mathbf{r}_j$  производится поиск по ключевым элементам строк матрицы  $\mathbf{M}_j$  на предмет наличия объекта с соответствующими характеристиками  $\mathbf{r}_i[K] = \mathbf{r}_j[K]$ . Если такой объект найден, и данные о нём поступали в течение времени, не превышающем время старения данных РМ, то строки объединяются:  $\mathbf{r}_{jk} = \mathbf{r}_{jk} \cup \mathbf{r}_{ji}$ , иначе – в матрицу  $\mathbf{M}_j$  добавляется новая строка  $\mathbf{r}_j$ . Наращивание количества значащих элементов строк матриц  $\mathbf{M}_j$  по “мозаичной” схеме за счёт учёта ранее добытых данных и сопоставления их с вновь поступающими является необходимым условием для обеспечения полноты и достоверности обработки.

При использовании способа “трассовой” обработки данных радиомониторинга количество этапов обработки для каждой входной вектор-реализации является переменной величиной, зависящей от применяемой стратегии обработки  $s$  и существенности изменений описания предметной области, вносимых поступившей для обработки вектор-реализацией (2). Для этого после выполнения процедур обработки  $j$ -го этапа принимается решение о необходимости обработки этой реализации на  $(j+1)$ -м этапе (3). Вектор существенности изменений может быть представлен в виде

$$\mathbf{v}_j = (\mathbf{v}_{j1}, \mathbf{v}_{j2}, \dots, \mathbf{v}_{jL}, \dots, \mathbf{v}_{jL}), \quad (2)$$

где  $\mathbf{v}_{jl} = \begin{cases} 0, l \notin V \\ 1, l \in V \end{cases}, l = 1, L, L$  – количество изменений описания предметной области на  $j$ -м этапе;  $V$  – конечное множество событий, относящихся к существенным изменениям описания предметной области.

Вид используемой стратегии обработки определяется элементом  $s$  из конечного множества стратегий обработки  $S: s \notin S$ , и представляет собой

подмножество этапов обработки из множества  $J: s \subseteq J$ . В свою очередь, вид стратегии обработки зависит от интенсивности входного потока данных РМ на входе подсистемы обработки  $s = f(\lambda_{bx})$ . Тогда функция принятия решения о необходимости дальнейшей обработки примет вид

$$D_j(\mathbf{v}_j, s) = \left( \bigcup_{l=1}^L \mathbf{v}_{jl} \right) \cap b, \text{ где } b = \begin{cases} 0, (j+1) \notin s \\ 1, (j+1) \in s \end{cases}. \quad (3)$$

Пример алгоритма, реализующего способ “трассовой” обработки данных радиомониторинга, представлен в виде схемы на рис. 2, где мощность множества  $J$  равна  $|J| = 7$ ; блоки 2–4, 6, 7 – функции обработки  $f_j(\mathbf{r}_j)$  (1) первого этапа, блоки 8–14 – второго, блоки 16–19 – функции обработки третьего этапа и т. д.; блоки 5, 15, 24, 26, 28, 30 – функции принятия решений  $D_j(3)$ ; ИРМ – источник РМ, ОРМ – объект РМ, РЭО – радиоэлектронная обстановка, ЭО – эталонное описание.

Для оценки эффективности алгоритма “трассовой” обработки данных РМ был проведен эксперимент, в ходе которого определялись время обработки входной реализации и полнота обработки по существующему и предложенному алгоритмам (рис. 3 и 4). Анализ результатов исследования показал, что организация обработки данных РМ с использованием предложенного алгоритма позволяет существенно повысить оперативность обработки за счёт автоматизации процедур принятия решений (3), что обеспечивает увеличение полноты обработки до требуемого уровня. При этом критерием полноты обработки является количество реализаций, обработанных в соответствии с их составом и структурой до их

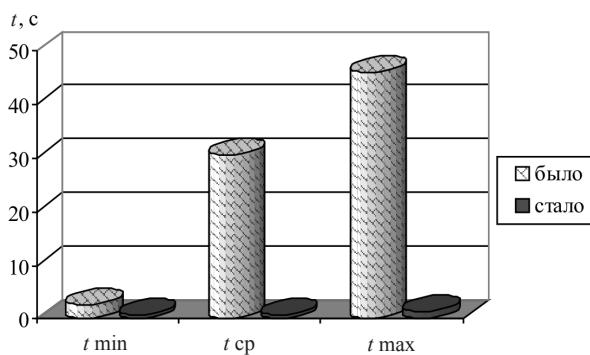


Рис. 3. Время обработки входной реализации, с

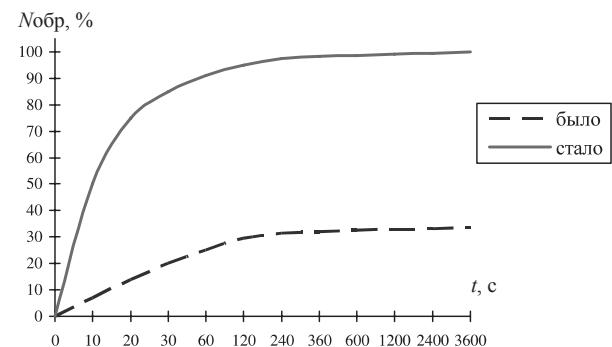


Рис. 4. Полнота обработки при интенсивности поступления реализаций 1/с

устаревания, среди всех реализаций, поступивших на обработку.

Представленный алгоритм “трассовой” обработки данных РМ реализует формализованное описание многоэтапного процесса обработки, в котором последовательность процедур обработки зависит от случайного набора параметров входной вектор-реализации признаков источника радиоизлучения и интенсивности входного потока данных РМ.

Новый подход к организации обработки данных РМ заключается в применении способа “трассовой” обработки данных радиомониторинга, основанного на оригинальной “мозаич-

ной” схеме накопления и учёта ранее добытой информации. Это позволяет осуществлять обработку входных реализаций за один проход, что обеспечивает достижение требуемых показателей своевременности обработки и определяет значимость и новизну работы. Значительное уменьшение времени на обработку входной реализации, учёт данных от всех доступных средств РМ и результатов предыдущих циклов обработки позволяют устранить упущения в её полноте. Сведение имевшихся ранее отдельных несвязанных процедур в один алгоритм обеспечивает комплексную автоматизацию процесса обработки данных радиомониторинга.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Радзиевский В.Г., Сирота А.А. Теоретические основы радиоэлектронной разведки. М.: Радиотехника. 2004. 432 с.
2. Иванов А.А., Кудрявцев А.М., Смирнов А.А., Удалцов Н.П. Способ “трассовой” обработки данных радиомониторинга среды со случайными параметрами// Информация и Космос. 2009. № 4. С. 10–14.
3. Андросов В.В., Кудрявцев А.М., Федягин А.В. Оценка плотности распределения радиоэлектронных средств на местности с целью радиомониторинга // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2006. № 6 С. 139–141.

УДК 621.396.969.3

И.Ф. Шишкин, А.Г. Сергушев

## ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ СЕЛЕКЦИЯ ЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ ДЛЯ ТРАССОЛОГИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ

В условиях сильного морского волнения или шторма происходит интенсивное образование так называемого приводного гидрометеора (пена, “барашки”, брызги и т. п.), затеняющего мелкоструктурные составляющие морского волнения (ряби) в спектре морского волнения, на фоне которого на морской поверхности наблюдаются следы движущихся судов [1–8]. В этих условиях радиолокационная видимость следов ухудшается и, как следствие, уменьшается вероятность их правильного обнаружения при контрастном приеме [9]. Для селекции отражений от ряби целесообразно использовать поляризационную селекцию радиолокационных сигналов.

Поляризационная селекция радиолокационных сигналов на фоне отражений от взволно-

ванной морской поверхности связана с влиянием взволнованной поверхности моря на поляризацию облучающей волны и на поляризацию отражённых сигналов. Теоретической моделью, наиболее полно соответствующей условиям рассеяния радиоволн морской поверхностью, может служить двухмасштабная модель [2], представляющая взволнованную морскую поверхность, как суперпозицию двух статистически шероховатых поверхностей.

Одна из этих поверхностей считается крупномасштабной и гладкой (зыбь). Статистические параметры её (дисперсия случайной высоты и пространственный радиус корреляции) выбираются в соответствии с параметрами большого морского волнения (длина и высота волн, на-



правление их распространения). В математическом отношении эта случайная поверхность должна быть настолько гладкой, чтобы удовлетворять условиям Кирхгофа.

Параметры другой поверхности выбираются такими, чтобы их можно было рассматривать как малые отклонения от средних величин, соответствующих первой поверхности. Это условие позволяет производить расчёт рассеянного поля с помощью теории возмущений. Физически второй случайной поверхности соответствуют мелкомасштабные неоднородности морской поверхности (рябь), расположенные на гребнях и скатах крупных волн.

Применение описанной модели позволяет учесть преобразование поляризации при рассеянии радиоволн взволнованной морской поверхностью и получить согласующиеся с практикой результаты почти во всех радиолокационных диапазонах.

Как известно [11], отражённые морской поверхностью радиолокационные сигналы непрерывно флюктуируют. Это является основным фактором, определяющим случайные изменения поляризации облучающей электромагнитной волны.

Введём в рассмотрение матрицу поляризационного рассеяния [10], учитывающую случайные изменения поляризации облучающей волны. Пусть флюктуирующей морской цели соответствует в поляризационном базисе статистическая матрица рассеяния вида

$$\dot{\mathbf{N}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{n}_{11}(t) & \dot{n}_{12}(t) \\ \dot{n}_{21}(t) & \dot{n}_{22}(t) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

элементы которой  $\dot{n}_{pq}(t)$  ( $p, q = 1, 2$ ) являются комплексными случайными функциями времени.

Матрица (1) определяет связь между облучающей и отражённой волнами, причём при произвольной степени поляризации облучающей волны, отражённая волна будет поляризована частично.

В равной степени статистическая матрица рассеяния (1) может быть представлена вектором в комплексном пространстве:

$$\dot{\mathbf{N}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{n}_{11}(t) \\ \dot{n}_{12}(t) \\ \dot{n}_{21}(t) \\ \dot{n}_{22}(t) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Пользуясь векторной записью статистической матрицы рассеяния  $\dot{\mathbf{N}}(t)$ , легко получить всю совокупность характеристик, необходимых для описания энергетических и спектральных свойств матрицы рассеяния флюктуирующей цели, образующих вектор в восьмимерном комплексном пространстве [10]

$$\dot{\mathbf{N}}(t_1, t_2) = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{N}}(t_1) \\ \dot{\mathbf{N}}(t_2) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где блоки  $\dot{\mathbf{N}}(t_n)$ , ( $n = 1, 2$ ) являются векторами вида (2) в два различных момента времени.

Как известно [10], в случае стационарно флюктуирующих целей, к которым относится и морская поверхность, математическое ожидание в определённый момент времени, являющееся характеристикой процессов вида  $\dot{n}_{pq}(t)$ , определяется следующим образом:

$$\mathbf{M}[\dot{\mathbf{N}}(t)] = \begin{pmatrix} \dot{s}_{11} \\ \dot{s}_{12} \\ \dot{s}_{21} \\ \dot{s}_{22} \end{pmatrix} = \dot{\mathbf{S}}; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{S}}(\tau) &= \mathbf{M}[\dot{\mathbf{N}}(t+\tau)\dot{\mathbf{N}}^+(t+\tau)] = \\ &= \left( \begin{array}{c|c} \dot{\mathbf{R}}(0) & \dot{\mathbf{R}}(\tau) \\ \hline \dot{\mathbf{R}}(\tau) & \dot{\mathbf{R}}(0) \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c|c} \dot{\mathbf{S}}\dot{\mathbf{S}}^+ & \dot{\mathbf{S}}\dot{\mathbf{S}}^+ \\ \hline \dot{\mathbf{S}}\dot{\mathbf{S}}^+ & \dot{\mathbf{S}}\dot{\mathbf{S}}^+ \end{array} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где первое слагаемое характеризует флюктуации вектора

$$\dot{\mathbf{N}}_0(t) = \dot{\mathbf{N}}(t) - \dot{\mathbf{S}}, \quad (6)$$

а второе определяется элементами матрицы неслучайных преобразований поляризации  $\dot{\mathbf{S}}$ . Блоки  $\dot{\mathbf{R}}(0)$  состоят из энергетических характеристик вектора (6) – дисперсий его компонент и комплексных коэффициентов корреляции между ними:

$$\dot{\mathbf{R}}(0) = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^2 & \dot{r}_{1112} & \dot{r}_{1121} & \dot{r}_{1122} \\ \dot{r}_{1211} & \sigma_{12}^2 & \dot{r}_{1221} & \dot{r}_{1222} \\ \dot{r}_{2111} & \dot{r}_{2112} & \sigma_{21}^2 & \dot{r}_{2122} \\ \dot{r}_{2211} & \dot{r}_{2212} & \dot{r}_{2221} & \sigma_{22}^2 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Блоки  $\dot{\mathbf{R}}(\tau)$  содержат диагональные элементы, представляющие собой функции автокорреляции



компонент вектора (2), и остальные элементы, являющиеся функциями взаимной корреляции:

$$\dot{\mathbf{R}}(\tau) = \begin{pmatrix} \dot{r}_{111}(\tau) & \dot{r}_{112}(\tau) & \dot{r}_{121}(\tau) & \dot{r}_{122}(\tau) \\ \dot{r}_{121}(\tau) & \dot{r}_{122}(\tau) & \dot{r}_{211}(\tau) & \dot{r}_{212}(\tau) \\ \dot{r}_{211}(\tau) & \dot{r}_{212}(\tau) & \dot{r}_{211}(\tau) & \dot{r}_{212}(\tau) \\ \dot{r}_{221}(\tau) & \dot{r}_{222}(\tau) & \dot{r}_{221}(\tau) & \dot{r}_{222}(\tau) \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Аналитические выражения для некоторых элементов корреляционной матрицы вида (7) были получены в [11] и соответствуют двухмасштабной модели статистически шероховатой поверхности моря. Вычисления выполняются в линейном базисе  $[e_x, e_y]$ , один из ортов которого перпендикулярен плоскости падения (горизонтальная поляризация), а второй лежит в этой плоскости (вертикальная поляризация). В описанном базисе корреляционная матрица (7) принимает вид:

$$\dot{\mathbf{R}}_0 = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{R}}_{11} & | & \dot{\mathbf{R}}_{12} \\ \hline \dot{\mathbf{R}}_{21} & | & \dot{\mathbf{R}}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}^2 & \dot{r}_{xxyx} & \dot{r}_{xxx} & \dot{r}_{xxyy} \\ \dot{r}_{yxxx} & \sigma_{yx}^2 & \dot{r}_{yxyx} & \dot{r}_{yxyy} \\ \dot{r}_{xyxx} & \dot{r}_{xyyx} & \sigma_{xy}^2 & \dot{r}_{xyyy} \\ \dot{r}_{yyxx} & \dot{r}_{yyyx} & \dot{r}_{yxyx} & \sigma_{yy}^2 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Матрица (9) является матрицей эрмитовского типа. Её вещественные элементы  $\sigma_{kl}$  ( $k, l = x, y$ ), лежащие на главной диагонали, имеют смысл отношения потока энергии (для компоненты  $e_k$  поля, рассеянного единицей площади морской поверхности в единицу телесного угла), к плотности потока энергии облучающей волны, поляризация которой определяется ортом  $e_l$ . Это отношение и определяет удельную эффективную площадь рассеяния (ЭПР) морской поверхности. Недиагональные элементы матрицы (9) представляют собой комплексные коэффициенты взаимной корреляции различных элементов статистической матрицы рассеяния вида (1).

Диагональные блоки  $\mathbf{R}_{11}$  и  $\mathbf{R}_{22}$  рассматриваемой корреляционной матрицы пропорциональны соответственно матрицам когерентности для отражённых радиолокационных сигналов при облучении поверхности волнами, поляризации которых определяются первым и вторым ортами используемого базиса.

Зависимость удельных ЭПР морской поверхности от угла скольжения рассмотрим для трёх случаев:

облучение поверхности моря и приём сигналов производятся с помощью горизонтально поляризованной антенны ( $\sigma_{xx}^2$ );

облучение поверхности моря и приём сигналов производятся с помощью вертикально поляризованной антенны ( $\sigma_{yy}^2$ );

облучение поверхности моря производится с помощью вертикально (горизонтально) поляризованной антенны, а приём сигналов – с помощью горизонтально (вертикально) поляризованной антенны ( $\sigma_{yy}^2$  или  $\sigma_{yx}^2$ ); по принципу взаимности предполагается равенство  $\sigma_{xy}^2 = \sigma_{yx}^2$ .

Крупномасштабная статистически шероховатая поверхность характеризуется среднеквадратическим значением тангенса угла наклона крупных волн  $\operatorname{tg}\gamma$ . Для описания мелкомасштабной поверхности (ряби) используется величина  $\sigma_h$  (среднеквадратическое отклонение поверхности от средней плоскости, составляющей угол  $\gamma$  с горизонтальной плоскостью). Рябь, кроме того, характеризуется величиной относительного пространственного радиуса корреляции  $k_1$ , где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число,  $1$  – абсолютная величина пространственного радиуса корреляции. Волнение моря предполагается при этом изотропным.

При углах скольжения, меньших  $60^\circ$ , когда исключена возможность изотропного в поляризационном смысле зеркального радиолокационного отражения, рассчитываемого по методу Кирхгофа, основная часть отражённого сигнала обусловлена мелкомасштабной резонансной ряби. Резонанс здесь следует понимать в том смысле, что в обратном рассеянии участвуют лишь те неровности морской поверхности, волновые числа которых  $\chi$  связаны с волновым числом облучающего электромагнитного поля  $k$  соотношением:

$$\chi = 2k \cos \theta. \quad (10)$$

Если рябь обладает широким пространственным спектром, ЭПР на некоторой частоте определяется спектральной плотностью тех составляющих ряби, для которых справедлива формула (10).

При  $\theta \leq 60^\circ$  характерно превышение удельной ЭПР для вертикальной поляризации над удельной ЭПР для горизонтальной поляризации. Для углов  $\theta$ , меньших  $30^\circ$ , удельная ЭПР для горизонтальной поляризации передающей и приёмной антенн становится меньше, чем в случае, когда передающая и приёмная антенны поляризованы ортогонально друг другу. В свою очередь, перекрёстно поляризованный компонента отраженного сигнала, определяемая величиной  $\sigma_{xy}^2 = \sigma_{yx}^2$ , стремится к нулю при углах визирования, близких к вертикалам.



При вращении плоскости поляризации радиоволн, излучаемых радиолокатором, интенсивность радиолокационных отражений от морской цели постепенно меняется от некоторого максимального до минимального значения. Интенсивность же отражений от морской поверхности, облучаемой под скользящими углами, не зависит от ориентации плоскости поляризации радиоизлучения. Таким образом, вращая плоскость поляризации, можно по характеру сигнала, отражённого от стробированного участка водной поверхности, получить представление о наличии или отсутствии на нём реальной цели [13, 14]. Так при облучении реальной цели линейно поляризованной волной с различными ориентациями вектора напряжённости электрического поля, конец вектора напряжения на выходе приёмной антенны радиолокационной станции описывает эллипс, в то время как при облучении морской поверхности под скользящими углами и при волнении моря больше 2–3 баллов он описывает окружность. Последнее следует из анализа общего выражения для удельной эффективной площади рассеяния морской поверхности:  $\sigma = \sigma_p + \sigma_d$ , где  $\sigma_p$  – часть ЭПР моря, определяемая наличием ряби на поверхности крупных волн;  $\sigma_d$  – часть ЭПР, определяемая брызгами, гребнями и другими образованиями на поверхности крупных волн.

Величина  $\sigma_p$ , как это следует из изложенного выше, пропорциональна среднему значению коэффициента затенений  $\eta$ :

$$\sigma_p \sim \langle \eta \rangle = \frac{a}{\psi(a)} \left[ 1 - e^{-\frac{\psi(a)}{a}} \right],$$

где  $a = \frac{\tga}{\gamma_\phi}$ ;  $\psi(a) = \int_a^\infty (\phi - a) w(\phi) d\phi$ ;  $\phi$  – угол наклона крупных волн;  $\gamma_\phi$  – дисперсия углов наклона крупных волн;  $w(\phi)$  – плотность распределения углов наклона крупных волн, нормированных по  $\gamma_\phi$ ;  $a$  – угол скольжения луча;  $\langle \cdot \rangle$  – знак усреднения по реализациям.

В судовой радиолокации морская поверхность облучается под углами  $\alpha \approx 1^\circ$ . При этом для волнения моря 3 балла  $a = 10^{-2}$ , что в случае нормального характера  $w(\phi)$  дает  $\langle \eta \rangle = -17$  дБ. Следовательно, при столь малых углах скольжения  $\sigma_p$  мало. Это объясняется тем, что при малых  $\alpha$  велика затенённая часть поверхности крупных волн с рябью и в формировании отражённого сигнала главную роль играют гребни, “барашки”, брызги и другие образования. Так как зависимость ЭПР моря от поляризации в основном определяется  $\sigma_p$ , то в описанных условиях зависимость суммарной ЭПР моря от поляризации должна практически отсутствовать.

На рис. 1 приведена проверенная экспериментально схема модернизации радиолокационной станции для селекции целей на фоне отражений от поверхности моря. В режиме приёма/передачи поляризации антenna вращалась со скоростью 0,5 об/с при помощи мотора M. Синхронно разворачивалась по углу развертка индикатора И, отклонение которой от центра электроннолучевой трубы соответствовало величине принимаемого сигнала. Стробирование по дальности участков морской поверхности и целей проводилось в каскаде совпадения С.

На рис. 2 показаны типичные фотографии фигур на экране индикатора И, полученные при



Рис. 1. Схема модернизации радиолокационной станции для селекции целей на фоне отражений от морской поверхности.

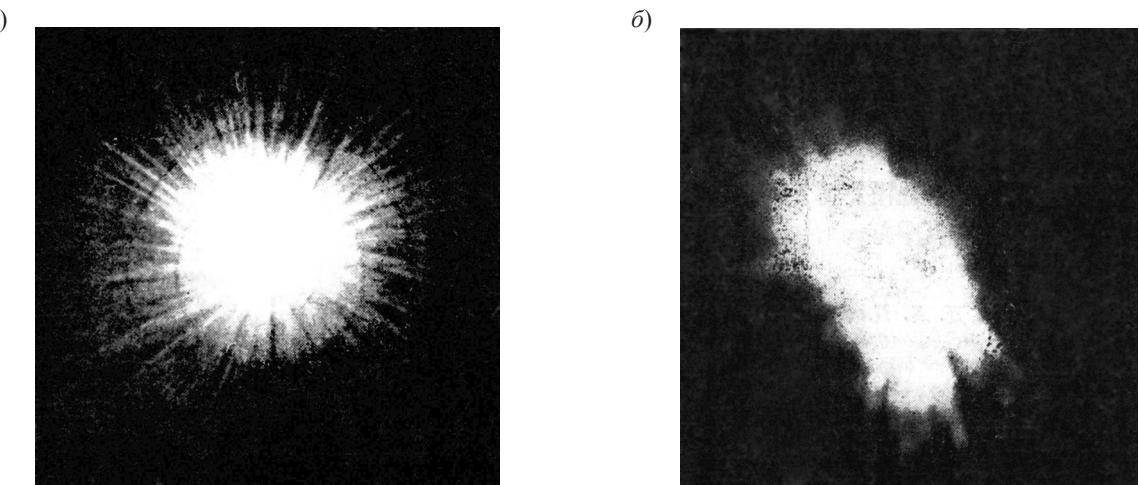


Рис. 2. Фотографии экрана индикатора, выполненные с трёхсекундной экспозицией (при этом частота вращения плоскости поляризации 0,5 об/с): (а) – при облучении участка водной поверхности  $15 \times 60$  м под углом скольжения  $1^\circ$  и волнении моря 2 балла; (б) – при тех же условиях радиолокации, но в стробированном участке поверхности моря находится буксирное судно

трёхсекундной экспозиции во время облучения участка морской поверхности  $15 \times 60$  м и судна типа буксир. Угол скольжения луча  $\alpha = 1^\circ$ , волнение моря – 2 балла.

Таким образом, сравнивая фотографии экрана индикатора (рис. 2, а и б), круговая развёртка которой синхронизирована с вращением плоскости поляризации излучения радиолокационной станции, а отклонение луча от центра пропорционально величине принимаемого сигнала, нетрудно заметить, что возможность селекции целей по указанному методу подтверждается.

При достаточном накоплении сигналов, отражённых от цели, фигура на экране индикатора поляризационного развертывания (ИПР) представляет собой эллипс (рис. 2, б). Эллипсы, образующиеся при радиолокации различных целей, отличаются друг от друга по величине, форме и ориентации [14].

Если ракурс, под которым осуществляется радиолокация цели, не меняется, картина на экране ИПР характеризуется большой устойчивостью. Однако более характерен для судовой радиолокации тот случай, когда вследствие относительного движения ракурса, под которым видна цель, медленно меняется и эллипс на экране ИПР постепенно деформируется. Обычно это происходит в процессе слежения за целью (исключение составляет разворот цели на месте), сопровождающемся перемещением стробированного участка водной поверхности по дальности и курсовому углу. Резкое изменение фигуры на экране ИПР при непод-

вижном или медленно перемещающемся стробе свидетельствует об изменении числа объектов на выделенном участке морской поверхности. Априорной информации обычно бывает достаточно, чтобы определить, какими именно причинами вызвано это обстоятельство.

Индикатор поляризационного развертывания в радиолокационной станции с селекцией целей в зоне отражений от морского волнения может быть заменён анализатором огибающей импульсов, отражённых от выделенного участка на поверхности моря.

Реализация подобной схемы (рис. 3) требует модернизации антенного устройства радиолокатора, а также использования приставки для селекции отражений по дальности и анализа низкочастотных процессов. Модернизация антенного устройства должна обеспечить возможность вращения плоскости поляризации излучения, что легко достигается с помощью различных устройств, описанных, например, в [10]. Простейшим из них является синхронный мотор  $M$ , в полый ротор которого вмонтирован прямоугольный волновод. Частота вращения ротора выбирается такой, чтобы время его полуоборота было не меньше интервала корреляции радиолокационных отражений, составляющего, как известно, несколько миллисекунд. Возникающая модуляция радиолокационных отражений от плавсредств имеет частоту десятки–сотни Гц, что обеспечивает обнаружение целей за доли секунды.



Рис. 3. Упрощённая схема соединения основных функциональных элементов анализатора  
огибающей импульсов, отражённых от выделенного участка на поверхности моря:

I – приёмник; II – каскад совпадения; III – схема выделения огибающей; IV – анализатор;  
V – передатчик; VI – регулируемая линия задержки; VII – генератор стробирующих импульсов

Схема селекции участков морской поверхности по дальности состоит из регулируемой линии задержки, генератора стробирующих импульсов и каскада совпадения. С помощью регулируемой линии задержки осуществляется обследование зоны отражений от морского волнения в радиальном направлении; обзор по курсовому углу происходит за счёт вращения антенны. Синхронизирующие импульсы от передатчика задерживаются на время, обеспечивающее селекцию отражений с выбранной дистанции. После этого запускается генератор стробирующих импульсов, в момент поступления которых на каскад совпадения радиолокационные отражения из приёмника проходят в схему выделения огибающей, состоящей из пикового детектора и фильтра низких частот. Напряжение низкой частоты поступает затем в анализатор, предназначенный для обнаружения модуляции радиолокационных отражений, возникающей за счёт зависимости эффективной площади рассеяния морских объектов от поляризации электромагнитного излучения. Частота модуляции не зависит от числа целей на выделенном участке водной поверхности и определяется исключительно частотой вращения ротора мотора М. Резкое изменение амплитуды или сдвиг по фазе модуляционной составляющей свидетельствуют об изменении количества объектов на стробированном участке моря. Причины и характер этого изменения (увеличение или уменьшение числа целей) определяются по данным навигационной обстановки. Отсутствие модуляции радиолокационных отражений, поступающих в анализатор, говорит об отсутствии целей на обследуемом участке моря.

При обнаружении следов движущихся судов в условиях маскирования ряби приводным гидро-

метеором для селекции отражений от ряби вблизи судна может быть использовано поляризационное развёртывание. Возможность селекции ряби на фоне приводного гидрометеора определяется тем, что интенсивность отражений от него не зависит от ориентации плоскости поляризации радиоизлучения, в то время как рассеяние на мелкоструктурных составляющих в спектре ветрового волнения характеризуется возникновением на экране индикатора поляризационного развёртывания вертикально ориентированного эллипса. Поэтому при радиолокации морской поверхности в непосредственной близости от судна исчезновение сигнала на частоте  $2\Omega$  в схеме селекции, представленной на рис. 3, свидетельствует об обнаружении аномалии, в которой отсутствуют составляющие в спектре ветрового волнения, резонансные по отношению к несущей частоте радиолокационной станции. К числу таких аномалий как раз и относятся кильватерные следы.

Достоинство поляризационного развёртывания заключается в простоте его технической реализации. К недостаткам следует отнести ухудшение разрешающей способности радиолокационной станции в зоне отражений от морского волнения вследствие стробирования, а также уменьшение скорости обзора пространства по азимуту в секторах селекции.

Поляризационное развёртывание позволяет увеличить вероятность обнаружения следов на морской поверхности при сильном морском волнении в условиях маскирующего действия приводного гидрометеора (пена, “барашки”, брызги и тому подобное).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шишкін І.Ф. Трассологія в акваторіях // Судостроєні. 1975. № 8. С. 45–48.
2. Ушаков И.Е., Шишкін І.Ф. Радіолокаціонне зондірування морської поверхності. М.: РІЦ “Та-тъянин день”. 1997. 264 с.
3. Шишкін І.Ф., Сергушев А.Г. Трассологія в акваторіях // Навігація і управління рухом: Сб. докл. IV конф. молодих ученых / Под общ. ред. акад. В.Г. Пешехонова. СПб.: ГНЦ РФ – ЦНІІ “Електроприбор”. 2002. С. 268–273.
4. Шишкін І.Ф., Сергушев А.Г. Трассологія в акваторіях // Проблемы машиноведения и машиностроения: Межвуз. сб. Вып. 30. СПб.: СЗТУ. 2003. С. 29–41.
5. Шишкін І.Ф., Сергушев А.Г. Трассологія в навігації // Сб. науч. трудов по матер. Междунар. науч.-практ. конф. “Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития ‘2006’”. Т. 5. Одесса: Черноморье. 2006. С. 46–47.
6. Шишкін І.Ф., Сергушев А.Г. Трассологія в навігації // Сб. науч. трудов по матер. Междунар. науч.-практ. конференции “Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития ‘2007’”. Т. 1. Одесса: Черноморье. 2007. С. 32–33.
7. Шишкін І.Ф., Сергушев А.Г. Трассологія в акваторіях. Техніческі средства для трассологіческих наблюдений и их эффективность // Гіроскопія и навігация: Матер. V конф. молодых ученых “Навігація і управління рухом”. 2003. № 4(43). С. 116.
8. Шишкін І.Ф., Сергушев А.Г. Радіолокаціонные методы для трассологических наблюдений // Навігація і управління рухом: Матер. Докл. V конф. молодых ученых. Под общ. Ред. Акад. В.Г. Пешехонова / ГНЦ РФ – ЦНІІ “Електроприбор”. СПб. 2004. С. 156–161.
9. Шишкін І.Ф., Сергушев А.Г. Контрастний прием сигналов при трассологических наблюдениях // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Інформатика, телекоммуникации, управление. СПб.: Ізд-во Політехн. ун-та. 2009. № 1(72). С. 67–72.
10. Канарейкин Д.Б., Потехін В.А., Шишкін І.Ф. Морська поляриметрія. Л.: Судостроєні. 1968. 328 с.
11. Фукс И.М. К теории рассеяния радиоволн на взволнованной поверхности моря / Изв. вузов СССР. Радиофизика. Т. 9. Вып. 5. 1966.
12. Ляпін К.К., Полянський В.А., Шишкін І.Ф. Селекція цілей на фоне отражень від морської поверхності // Радіотехніка. 1974. Т. 29. № 2. С. 76–77.
13. Шишкін І.Ф. Селекція цілей в зоні отражень від морської поверхності // Судостроєні. 1975. № 4. С. 45–46.
14. Copeland I.R. Radar target classification by polarization properties. “PIRE”. 1960. Vol. 48. № 7.



# Системный анализ и управление

УДК 004.89.

*А.Ф. Галямов, А.Г. Абайтуллин, Д.В. Попов*

## ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ПРОЦЕССЕ ИТ-КОНСУЛЬТИРОВАНИЯ

В условиях информационной экономики в России наблюдается увеличение спроса на услуги ИТ-консультирования (ИТК), в т. ч. в области оценки, развития и управления ИТ-инфраструктурой (ИТИ). Под развитием ИТИ понимается целенаправленное изменение её состава и структуры в соответствии со стратегией развития предприятия. Чтобы соответствовать необходимому уровню качества, предприятиям, предоставляющим услуги ИТК, равно как и клиентным предприятиям – заказчикам услуг, необходимо опираться на передовой международный опыт, представленный библиотекой ITIL и методологией ИТ-аудита CobIT.

На многих предприятиях ИТИ характеризуется сложностью и разнородностью, несогласованностью её функционирования со стратегией развития предприятия. Это приводит к высоким затратам на обслуживание ИТИ, связанным, в т. ч., с информационными трансакционными издержками\*. Также возникают трудности с повторным использованием опыта консультантов, которые уже решали подобные задачи консультирования, что особенно важно на предприятиях ИТК с высокой текучестью кадров. Динамичность изменения внешней среды клиентных предприятий, слабая структурированность предметной области и капитализация их знаний подразумевают применение новых способов ИТК, основанных на управлении знаниями, в котором одним из наиболее перспективных направлений является онтологическое.

\* Издержками на поиск необходимой информации, нахождением именно тех компонент, которые нужны для решения поставленных задач.

Исходя из перечисленных выше проблем, можно сформулировать следующую задачу: обеспечение информационной поддержки принятия решений (ИППР) ИТ-консультирования для развития ИТ-инфраструктуры клиентских предприятий. В данной статье рассматривается онтологическая модель ИТ-инфраструктуры типового клиентского предприятия, основанная на концепции решения этой задачи в виде системы взглядов на процесс ИТ-консультирования.

На основании анализа существующих решений и их недостатков сформулированы требования к концепции: учитывать навыки персонала, работающего с компонентами ИТ-инфраструктуры; накапливать и повторно использовать опыт консультантов для применения в схожих ситуациях.

### Модель представления ИТ-инфраструктуры

Для решения поставленной задачи сначала необходимо рассмотреть понятие ИТ-инфраструктуры [1] и определиться с моделью её представления. Существует два основных подхода к рассмотрению ИТ-инфраструктуры: как чисто технического объекта [2] и как социально-экономического [3]. В первом случае в ИТИ включают техническое обеспечение (компьютеры, периферию, комплектующие, сетевые устройства), программное обеспечение (прикладное, системное ПО и инструментальные программные средства) и информационное обеспечение (данные, форматы хранения, протоколы взаимодействия). Второй подход расширяет рассмотрение ИТИ добавлением персонала (условно её можно назвать кадровая ИТИ), обслуживающего техническое, программное и информационное обеспечение (условно её можно назвать техническая ИТИ). В данной статье предложена модель

ИТИ, базирующаяся на втором подходе. В соответствии с этим можно дать следующее определение ИТ-инфраструктуры, применительно к рассматриваемой задаче. ИТ-инфраструктура – это организационно-техническая система, элементы которой являются неделимым (целостным) объединением программных и технических компонент, связей между ними, навыков сотрудников по использованию компонент и реализуемых с помощью компонент ИТ-процедур (задач).

Основной функцией ИТИ является представление ИТ-услуг или реализация ИТ-процедур в рамках стратегии развития предприятия. Для того, чтобы увязать компоненты ИТИ со стратегией, необходимо:

декомпозировать стратегию развития предприятия до уровня ИТ-процедур, путём связывания стратегии развития предприятия с бизнес-задачами, бизнес-задач – с бизнес-процессами, а их, в свою очередь, с ИТ-процедурами;

определить те компоненты ИТИ, которые реализуют выявленные ИТ-процедуры.

Соответственно, деятельность предприятия в русле разработанной стратегии развития можно представить в виде ситуаций выбора, для каких ИТ-процедур какие компоненты могут подойти. В общем случае выбор необходимо делать с учётом навыков персонала, который будет их реализовывать. В связи с этим, формально ИТ-инфраструктуру *ITI* можно представить в виде четвёрки  $ITI = \langle C, ITP, P, R \rangle$ , где  $C$  – конечное множество компонент технической ИТ-инфраструктуры;  $ITP$  – конечное множество существующих на предприятии ИТ-процедур;  $P$  – конечное множество сотрудников предприятия, которые будут реализовывать ИТ-процедуры из множества  $ITP$  с помощью компонент из множества  $C$ ;  $R = \{R_1, R_2, R_3\}$  – множество бинарных отношений вида  $R_i: C \rightarrow C$  ( $i = 1,.., 3$ ), где  $R_1$  – бинарное отношение, описывающее, какие компоненты в состав каких входят; например, какие комплектующие входят в состав компьютеров (персональные компьютеры, нетбуки и проч.);  $R_2$  – бинарное отношение, описывающее какие компоненты соединены с какими. Например, описание соединения периферии (сканер, принтер) с компьютерами, или описание топологии локальной вычислительной сети;  $R_3$  – бинарное отношение, которое описывает, работоспособность каких компонент от каких зависит. Например, для обеспечения работоспособности системы управления содержимым (CMS) Joomla 1.5 необходимо наличие веб-сервера

Apache/ПІС, сервера приложений PHP и системы управления базами данных (СУБД) MySQL.

Из этого представления можно выделить тройку {компоненты, ИТ-процедура, сотрудник}, в которой сотрудник может отсутствовать, если ИТ-процедура выполняется автоматически. Две другие составляющие тройки всегда должны присутствовать, т. к. не должно быть компонент, не задействованных в решении каких-то задач, равно как и не должно быть ИТ-процедур, не реализуемых с помощью каких-то компонент.

В общем случае развитие ИТ-инфраструктуры состоит из трёх составляющих: изменение структуры (реорганизация, реинжиниринг) бизнес-процессов, организационной структуры и структуры ИТИ. В данной статье акцент делается на исследовании последней составляющей при фиксации двух других. При этом некоторые изменения в организационной структуре, в виде возможности переобучения сотрудников по работе с компонентами ИТ-инфраструктуры, учитываются в правилах принятия решений.

## Основные положения концепции ИППР

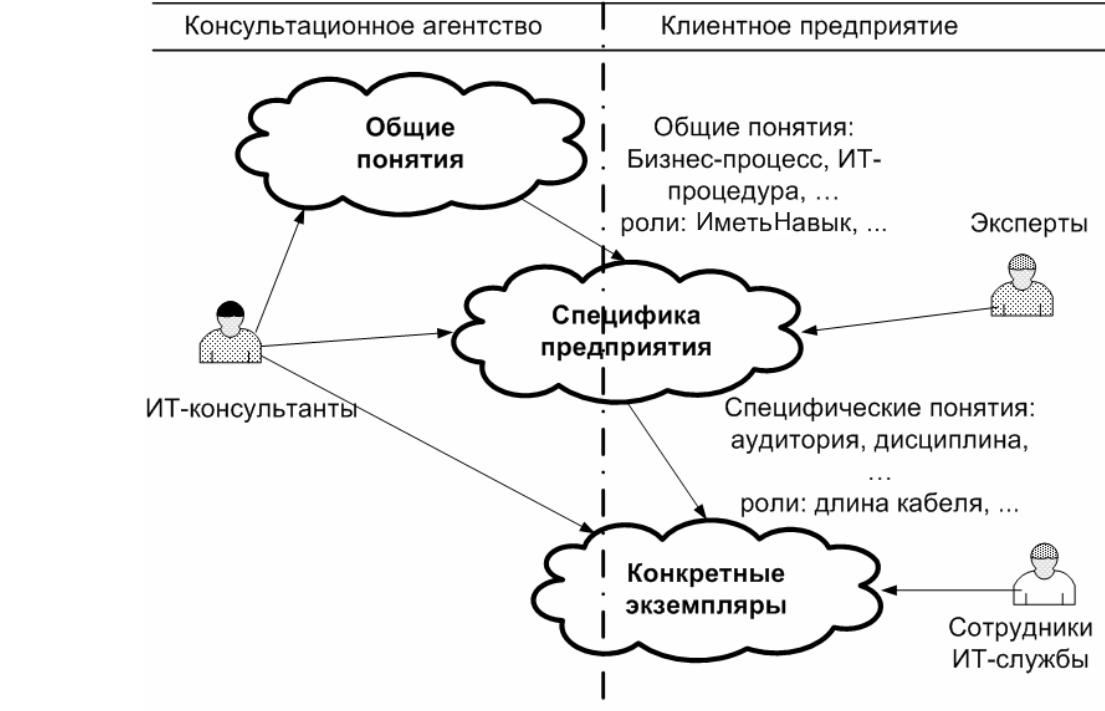
На основании предложенной модели ИТИ разработана концепция ИППР. Она является руководством для ИТ-консультанта и описывает способ реализации БД управления конфигурациями (configuration management database, CMDB) процесса ITIL “Управление конфигурациями” в виде онтологической базы знаний (ОБЗ).

Суть концепции состоит в следующем:  
предлагается комплексное рассмотрение ИТИ клиентного предприятия как социально-экономического объекта, на базе разработанной модели представления, что позволяет учитывать навыки сотрудников, связывать компоненты ИТ-инфраструктуры с бизнес-процессами, а ИТ-стратегию – со стратегией развития основной деятельности предприятия;

консультанты представляют информацию об организации бизнес-процессов и ИТИ клиентного предприятия в виде онтологической модели, на основе которой создаётся ОБЗ. Это позволяет повторно использовать знания консультантов;

на основе информации из ОБЗ оценивается рентабельность компонент ИТИ\*, их соответ-

\* Методика расчёта рентабельности компонент зависит от степени зрелости (по методу СММ) предприятия: например, для уровня 3 может использоваться модель ROI от Gartner Group.



ствие навыкам сотрудников, выявляются факты дублирования функций компонент и недостаточно автоматизированные, либо неавтоматизированные бизнес-процессы предприятия. Это позволяет формировать обоснованные решения об изменении состава ИТ-инфраструктуры в целях повышения её эффективности, а также подбирать наиболее подходящие компоненты для решения возникающих задач.

Предложенная концепция базируется на использовании онтологической модели представления знаний [4, С. 284–301] для описания и использует формализм дескриптивной логики (ДЛ). Использование этой модели представления имеет следующие преимущества, по сравнению с концептуальным описанием [5], продукционной моделью, текстом на естественном языке.

1. Представление семантики описания в формальном виде, что исключает неоднозначность трактовок и даёт возможность компьютерной обработки.

2. Свойство-ориентированность, как способ представления информации, позволяет повысить расширяемость и гибкость описаний.

3. Предположение об открытости мира, использование которого повышает расширяемость описания за счёт применения механизма логического вы-

вода и того, что при добавлении новых фактов не нарушается целостность и согласованность.

4. Наличие механизма логического вывода, использование которого позволяет достраивать описание на основе уже имеющейся информации.

5. Иерархичность описаний – удобный способ описания, близкий к человеческому мышлению, что упрощает моделирование.

Использование концепции подразумевает формирование описаний, по известному в онтологическом инжиниринге алгоритму [8], на трёх уровнях (см. рисунок).

1. Уровень общих понятий (по сути, онтология предметной области) подразумевает наиболее общее описание, которое не зависит от конкретного предприятия и решаемых на нём задач. Оно включает в себя такие понятия, как стратегия развития, бизнес-задача, бизнес-процесс, ИТ-процедура, компонента ИТ-инфраструктуры, их связи друг с другом. Составляется ИТ-консультантами.

2. Уровень специфики предприятия. На этом уровне общее описание, полученное на предыдущем, дополняется, на основании предварительно проделанного анализа деятельности предприятия, необходимыми понятиями и ролями. Например, для кафедры университета добавленными понятиями может быть аудитория, местоположение,

дисциплина, ролями – MAC-адрес, длина кабеля проектора. Описание на этом уровне реализуется консультантом при участии экспертов (аналитиков) клиентного предприятия.

3. Уровень конкретных экземпляров. На этом уровне решаются уже конкретные задачи, в связи с чем производится заполнение базы знаний конкретными экземплярами. Например, экземплярами конкретного программного обеспечения (ПО), используемого в ИТИ: Mozilla Firefox 3.5, the BAT 3.0 – компонент ИТИ, их взаимосвязей между собой (что где установлено, какие ИТ-процедуры реализует и т. д.). Этим занимаются сотрудники ИТ-службы клиентного предприятия либо же поставщики услуг ИТ-аутсорсинга.

### Онтологическая модель

В рамках предложенной концепции разработана онтологическая модель ИТИ предприятия уровня общих понятий на языке ДЛ, которая формально является TBox [6, с. 13] – блоком терминологии как описания понятий предметной области (концептов) и связей между ними (ролями). С помощью данного описания может быть построена ОБЗ на языке OWL (например, [7]) конкретной задачи, которая состоит из блоков TBox и ABox. В ABox представлены конкретные индивиды, составляющие концепты (фактология), и отношения между ними, которые заполняются на стороне клиентного предприятия с помощью разработанного на основе, например, связки PHP и RAP (RDF API for PHP), интерфейса. Правила принятия решений формируются непосредственно в ОБЗ на основе данных описаний с помощью языка SWRL. Результаты решений формируются в виде концептов или ролей (консеквент правила на SWRL), которые затем выдаются ЛПР (например, в виде списка компонент, которые необходимо удалить).

Например, список контрольных вопросов для проверки достоверности предложенной модели может быть следующий. К какому классу обеспечения относится этот компонент? Какие нетбуки имеются в ИТИ? Кто из сотрудников умеет отправлять факсы с помощью Panasonic KX-FAT88A? Какие комплектующие входят в состав этого персонального компьютера?

Фрагменты описаний онтологической модели представлены ниже. Вводятся атомарные концепты, на основании которых и введения ролей определяются составные концепты. Введён

атомарный концепт БФ, обозначающий бизнес-функцию, которая является частью некоторой функциональности технического обеспечения (ТО) и ПО; другие виды обеспечения (лингвистическое, информационное) в рамках предложенной концепции не рассматриваются.

Для описания ТО и ПО в общем введён концепт *ОБЕСПЕЧЕНИЕ*. *ОБЕСПЕЧЕНИЕ* состоит из функционала в виде бизнес-функций, что задаётся при помощи роли *Реализует* следующим образом, определяя составной концепт:

$$\text{ОБЕСПЕЧЕНИЕ} \equiv \forall \text{Реализует}. \text{БФ}$$

Заданы области определения и значения роли *Реализует* следующим образом:

$$\top \subseteq \forall \text{Реализует}^-. \text{ОБЕСПЕЧЕНИЕ}, \top \subseteq \forall \text{Реализует}. \text{БФ}$$

Для того, чтобы определить связь бизнес-функции с обеспечением, введено инверсное свойство *Реализуется*:

$$\text{Реализуется} \equiv \text{Реализует}^-$$

Зависимости между ПО и ТО (отношение  $R_3$ ) выражаются симметричными ролями *ЗависитОт*, *Совместимы*. Например, тот факт, что работоспособность системы перехвата телефонных разговоров MoBill-Interception3.7 зависит от 16-канальной платы компьютерной телефонии “Ольха”, записывается в ABox в виде факта: *ЗависитОт(MoBill-Interception3.7, Ольха)*. При этом роль *ЗависитОт* является транзитивной:

$$\text{Trans}(\text{ЗависитОт})$$

Иерархия обеспечения, представленная в виде совокупности дочерних концептов, как раз задаёт принадлежность обеспечения определённому классу; это сделано, чтобы не усложнять описание ненужными концептами (класс обеспечения, класс ПО, класс ТО). При этом под обеспечением подразумевается некая марка производителя (например, Mozilla Firefox или же принтер Samsung ML-2015). Обеспечение состоит из двух концептов:

$$\text{ОБЕСПЕЧЕНИЕ} \equiv \text{ПО} \cup \text{ТО}$$

В свою очередь, ПО состоит из системного, прикладного ПО и инструментальных программных средств:

$$\begin{aligned} \text{ПО} \equiv & \text{СИСТЕМНОЕ\_ПО} \cup \\ & \cup \text{ПРИКЛАДНОЕ\_ПО} \cup \text{ИПС} \end{aligned}$$



ТО подразделяется на:

$$TO \equiv СРЕДСТВО\_СВЯЗИ \cup ПЕРИФЕРИЯ \cup \\ \cup КОМПЛЕКТУЮЩИЙ$$

Соответственно, отношение  $R_1$  в онтологической модели описывается путём введения роли *Входит в Состав* и инверсной роли *Включать в Себя*:

$$Входит в Состав \equiv Включать в Себя^-$$

Концепт *ИТ-инфраструктура* задаётся введением концепта *ИТИ*. При этом любая компонента является либо конкретным представителем обеспечения в данной *ИТИ*, либо же совокупностью обеспечений в виде комплектующих (в случае компьютера). Соответственно, компоненту можно определить путём вхождения в состав *ИТИ*:

$$КОМПОНЕНТА \equiv \forall \text{Принадлежать ИТИ.ИТИ}$$

Компонента описывается такими общими свойствами, в виде ролей, как *ДатаВводаВЭксплуатацию*, *СовокупнаяСтоимостьВладения* и др. Особо стоит отметить роль *Рентабельность*, значение рассчитывается, например, на основе модели общей стоимости владения (total cost owning, TCO), внедрённой на предприятии. В зависимости от специфики предприятия и выбранной методики оценки рентабельности список свойств компоненты может дополняться.

Бывает два вида компонент:

$$КОМПОНЕНТА \equiv КОМПОНЕНТА\_ПО \cup \\ \cup КОМПОНЕНТА\_ТО$$

При этом разделение компьютеров на нетбуки, персональные компьютеры, и другие разновидности компьютеров можно задать путём введения соответствующих концептов и наследования их от концепта *КОМПОНЕНТА\_TO*. Тот факт, что каждая компонента ИТИ является либо ТО, либо ПО, а каждое обеспечение определяет компоненты ИТИ, задаётся функциональной\* ролью *ЯвляетсяОбеспечением* и инверсной ролью *ОпределятьКомпоненту*:

$$КОМПОНЕНТА\_ПО \equiv \forall \text{ЯвляетсяОбеспечением.ПО} \\ КОМПОНЕНТА\_ТО \equiv \forall \text{ЯвляетсяОбеспечением.ТО,} \\ \leq \text{ЯвляетсяОбеспечением,} \\ ОпределятьКомпоненту \equiv \text{ЯвляетсяОбеспечением}^-$$

Обычно программная компонента установлена на какой-то компоненте ТО, что задаётся в виде функциональной роли *Установлена На*:

\* То есть ролью, у которой допускается только одно значение.

$$T \subseteq \forall \text{Установлена На}^- \text{.КОМПОНЕНТА\_ПО,} \\ T \subseteq \forall \text{Установлена На} \text{.КОМПОНЕНТА\_ТО,} \\ \leq 1 \text{ Установлена На}$$

На основе этой роли можно определить, какие компоненты ПО установлены на указанной компоненте ТО (например, персональном компьютере или нетбуке).

Отношение  $R_2$  в онтологической модели описывается путём введения симметричной роли *СоединёнС*, причём необходимо ввести ограничение на область определения и область значения, т. к. могут быть соединены только технические компоненты:

$$T \subseteq \forall \text{СоединёнС}^- \text{.КОМПОНЕНТА\_ТО,} \\ T \subseteq \forall \text{СоединёнС.КОМПОНЕНТА\_ТО}$$

Подобным описанием мы не нарушаем требования концепции, описывая отношения  $R_1$  и  $R_3$  в модели для обеспечения, а не для компонент, т. к. это семантически более правильно, и любая компонента является обеспечением.

Общее описание предприятия выражается концептами *ПРЕДПРИЯТИЕ*, *ИТИ*, *СТРАТЕГИЯ\_РАЗВИТИЯ*, *БИЗНЕС-ЗАДАЧА*, *БИЗНЕС-ПРОЦЕСС*, *ИТ-ПРОЦЕДУРА*, их ролями (например, *ЮридическийАдрес* для концепта *ПРЕДПРИЯТИЕ*) и взаимосвязями: например, роль *Выполняет*, связывающая концепты *ИТ-ПРОЦЕДУРА* и *БИЗНЕС-ПРОЦЕСС*; или роль *ИмеетФункциональность*, связывающая концепты *ИТ-ПРОЦЕДУРА* и *БФ*. Атомарный концепт *ЧЕЛОВЕК* является родительским концептом для концептов *КОНСУЛЬТАНТ* и *СОТРУДНИК*. Последний описывается ролью *ИметьНавык*, связывающей его с концептом *НАВЫК*, который, в свою очередь, связывает навык с концептами *ИТ-ПРОЦЕДУРА* и *ОБЕСПЕЧЕНИЕ* посредством ролей *РеализовыватьИТП* и *ИспользоватьОбеспечение*. Таким образом, посредством ролей *ИметьНавык*, *ИмеетФункциональность* и *Реализуется*, сотрудники связываются с ИТ-процедурами, ИТ-процедуры – посредством бизнес-функций – с компонентами ИТИ, что позволяет выполнить одно из требований (учёт навыков сотрудников предприятия), поставленное перед разработкой концепции.

Аналогичным образом, введением ролей и определением на их основе составных концептов *TBox*, описаны другие концепты. При таком описании получаем логику SIF(D), в которой

проверка выполнимости концепта имеет в худшем случае сложность PSpace-complete, а также обладает свойством полноты конечных моделей (finite model property), т. е. для данной логики просто строится разрешающая процедура, позволяющая существенно сократить время вывода.

Для проверки сформированного описания вводится тестовая выборка: нетбуки, факсы (в т. ч. Panasonic KX-FAT88A), персональные компьютеры и их комплектующие, навыки сотрудников по работе с ними и проч. Как можно видеть, такая онтологическая модель является адекватной контролным вопросам.

На основании этой модели построена ОБЗ и информационная система [9] в виде веб-решения на базе PHP и RAP, которая внедрена в ООО “РАДЭК” в рамках договора № ИФ-ВК-24-09-ХК. Её использование позволило снизить время на поиск информации в среднем на 0,75 ч. в день, что было получено путём фиксации времени с использованием ОБЗ и без неё приблизительно в течение месяца и нахождения разницы между этими величинами (количество замеров сорок три). С учётом того, что зарплата сотрудника, который занимался поиском, составляет 16 тыс. руб. в месяц при пятидневной рабочей неделе, час работы стоит порядка 100 руб., можно сказать, что информационные транзакционные издержки снизились на 75 руб. в день или  $75 \cdot 20 = 1500$  руб. в месяц. Измерения были сделаны в тестовом режиме, при реаль-

ном использовании число запросов, равно как и выгода от использования ОБЗ, возрастёт.

Предложена концепция ИППР ИТ-консультирования, основанная на онтологической модели представления знаний. Она использует представление ИТ-инфраструктуры, включающее не только компоненты, но и ИТ-процедуры, и сотрудников, применяющих эти компоненты для реализации ИТ-процедур. Использование предложенной концепции позволяет находить компоненты для решения задач в рамках предприятия, увязать изменения в ИТ-инфраструктуре со стратегией развития предприятия.

Разработанная в рамках предложенной концепции модель описания общих понятий предприятия, заказывающего услуги ИТ-консультирования, отличается от существующих тем, что базируется на онтологической модели представления знаний. Это позволяет представлять знания консультантов и экспертов в формальном виде для компьютерной обработки и последующего повторного использования.

Предложенная концепция является теоретической основой для построения информационной системы поддержки принятия решений в процессе ИТ-консультирования.

Интегрирование подобной системы на уровне данных в уже существующую систему управления ИТ-инфраструктурой осуществлено в рамках договора № ИФ-ВК-24-09-ХК между УГАТУ и ООО “РАДЭК”.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галямов А.Ф., Попов Д.В. Анализ информационной и ИТ-инфраструктур организаций // Программные продукты и системы. 2009. Вып. 1. С. 91–93.
2. Криворуккий Л.Д., Массель Л.В. Фрактальный подход к построению информационных технологий // Информационная технология исследований развития энергетики. Новосибирск: Наука. Сиб. Изд. фирма РАН. 1995.
3. Chung Sock H., Byrd T.A. etc. An empirical study of the relationships between IT infrastructure flexibility, mass customization, and business performance. URL: <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=1080394> (21.01.09).
4. Гаврилова Т.А., Хорошевский В.Ф. Базы знаний интеллектуальных систем: Учебник для вузов. СПб.: Питер. 2000. 384 с.
5. Когаловский М.Р., Калиниченко Л.А. Концептуальное моделирование в технологиях баз данных // Товар. Симпоз. “Онтологическое моделирование”. Звенигород. 19–20 мая 2008. М.: ИПИ РАН. 2008. 303 с.
6. Baader F., Calvanese D. et al. The Description Logic Handbook. Theory, implementation, and applications. Cambridge University Press, 2003.
7. Галямов А.Ф. Онтологическая база знаний для поддержки принятия решений в процессе реализации ИТ-проекта // Товар. Всерос. зимней школы-семинара аспирантов и молодых учёных “Актуальные проблемы науки и техники”. Уфа: УГАТУ, 2008. С. 117–128.
8. Noy N.F. and McGuinness D.L. Ontology Development 101: A Guide to Creating Your First Ontology // Stanford Knowledge Systems Laboratory Technical Report KSL-01-05 and Stanford Medical Informatics Technical Report SMI-2001-0880. March 2001.
9. Система поддержки принятия решений по развитию инфраструктуры организации / Попов Д.В., Галямов А.Ф. Свид. об офиц. рег. программы для ЭВМ № 2009611536. Роспатент. 19. 03. 2009.



УДК 658.012.011.56

A.B. Сироткин

## УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕДУРАМИ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

В современных корпоративных системах управления для повышения эффективности используются средства автоматизации, ориентированные на повышение быстродействия системы за счёт ускорения процессов информационного обмена. В иерархической структуре автоматизированных систем управления (АСУ) различных степеней интегрированности можно условно выделить три уровня, обеспечивающих взаимодействие составляющих подсистем: передача данных → информационное взаимодействие → управляющее взаимодействие. Концептуальное обоснование данной трёхуровневой иерархии приведено в работах [1–2]. Иерархическая интерпретация процессов в АСУ устанавливает влияние обеспечивающих подуровней на эффективность системы управления. С этой точки зрения при разработке и эксплуатации подобных систем целесообразно учитывать и прогнозировать параметры информационного обмена для обеспечения максимальной эффективности процессов управления как объектов предметной области автоматизации.

В настоящее время существует реальная проблема снижения эффективности АСУ, возникающая за счёт возникновения задержек обслуживания в централизованной инфраструктуре информационной подсистемы с выделенным источником данных. Большинство исследований, ведущихся в этой области, относится к теории систем массового обслуживания (СМО) [3–4], точнее – приоритетных СМО, однако, не предусматривают воздействия на процессы обмена со стороны эксплуатирующей подсистемы с целью регулирования очередей и задержек обслуживания. Такое положение обусловлено отсутствием анализа управляющих приоритетов, которые не входят в предметную область исследования уровня передачи данных, а относятся к более высокому уровню – эксплуатации системы.

Разработки приоритетных систем передачи данных в настоящее время основываются на критериях, которые относятся к характеристикам

передающих систем [5–8], но не связаны напрямую с такими показателями как эффективность информационного обслуживания и, тем более, эффективность управления.

Отсутствие формализованной восходящей взаимосвязи между уровнями обеспечения управления в АСУ и обратной связи, регулирующей процессы информационного обмена, можно определить как методологическую проблему, препятствующую разработке технических решений, направленных на снижение стохастического влияния обеспечивающих подсистем передачи данных на эффективность управления. Решение данной проблемы может быть осуществлено за счёт разработки параметров и зависимостей, регулирующих процессы информационного обслуживания в приоритетных СМО, и имеющих функциональную взаимосвязь с характеристиками системы управления. Задачей данного исследования является разработка и обоснование связанного с целевым состоянием системы управления временного параметра, который может быть использован для регулирования информационного обслуживания в приоритетной автоматизированной информационной системе, имеющей централизованную архитектуру формирования данных.

Для анализа влияния обеспечивающих подуровней на состояние системы управления, последняя может быть представлена как совокупность взаимосвязанных процессов. Производя декомпозицию системы управления как процесса, интегрирующего процедуры взаимодействия субъектов управления различной сложности, можно установить, что успешное осуществление управления основано на условии достижения системой её промежуточных целевых состояний за счёт реализации всех управляющих процедур. Это условие, в свою очередь, влечёт за собой требование успешного завершения информационных процессов, обеспечивающих процессы управления, или иначе – требование обязательного информационного обеспечения процессов управления,

реализуемого на конечном множестве альтернативных информационных процессов. Альтернативность в данном случае предполагает наличие возможности использования различных информационных процедур для информационного обеспечения одной процедуры управления. Несоблюдение требования информационной обеспеченности влечёт за собой недостаточность ресурсообеспечения процессов управления, и, как следствие, снижение эффективности всей автоматизируемой системы.

Зависимость информационных процессов от технических решений их обеспечения формирует иерархическую зависимость процедур управления от параметров информационного обеспечения. Междисциплинарный разрыв, существующий в этой области, исключает возможность разработки чётко formalизованных механизмов управления техническими средствами информационного обеспечения с использованием соответствующих критериев эффективности систем управления. Одним из вопросов, которому не уделяется должное внимание, является допущение сколь угодно долгого времени протекания информационного процесса без введения ограничения на его продолжительность, вследствие чего отсутствуют решения, направленные на изменение параметров взаимодействия или изменение тактики и топологии информационных процедур. Например, в вопросах теории больших систем управления [9] исследуются механизмы неманипулируемого обмена данными в активных системах без анализа времени их протекания и, соответственно, анализа влияния длительности процедур обмена на согласованность взаимодействия подсистем при реализации рабочих планов.

Оценка времени поступления информации достаточно полно отражена в теоретических исследованиях [10]. В теории информации сформулирована такая оценка качества информации, характеризующая её соответствие и ценность для текущего времени, как актуальность. Представление управления как процесса заранее предполагает временную зависимость процедур управления, а, следовательно, и информационных обеспечивающих процессов от текущего времени. Эта зависимость ограничивает время каждого из информационных процессов регламентом выполнения следующей управляющей процедуры, а значит и снижением ценности информации, необходимой для обеспечения предыдущей. В силу этого впол-

не уместно ввести и математически обосновать параметр актуальности информационного процесса, который будет характеризовать требуемое время его выполнения и может быть использован для управления информационным обслуживанием, допустим, в приоритетных СМО.

Отсутствие формализации данного аспекта вовсе не исключает использование критерия актуальности в работе реальных производственных систем и систем управления. Более того, поиск альтернативных путей информационного обеспечения существует как элемент повседневной практики управления, например [11], но не существует в решениях автоматизации передачи данных, реализуемых в малых и средних информационных системах.

Рассмотрим процесс управления как систему управляющих воздействий, основанных на процессах информационного обслуживания каждого из субъектов общим источником данных. Все информационные процессы можно представить как множество  $P$  процедур взаимодействия подключённых субъектов. Каждую процедуру  $p \in P$  можно описать вектором:

$$p = (R, Q), \quad (1)$$

где  $R$  – приоритет информационного объекта процедуры;  $Q$  – приоритет субъекта управления [12];  $P:\Pi$  – всё множество процедур взаимодействия, определённое на полном процессе  $\Pi$  эволюции системы, выполняемое для достижения целевого состояния системы. Приоритет процедуры, устанавливающий порядок её выполнения, рассчитывается с помощью обобщённого показателя

$$d = F(R, Q),$$

где  $F$  – некоторый функционал, устанавливающий связь между приоритетами субъекта и объекта.

Задачей настоящего исследования будет обоснование необходимости введения дополнительного параметра для описания процедуры, который будет характеризовать время, в течение которого процедура будет изменять свою актуальность, описанную в критериях системы управления, и использовать этот параметр для оптимизации информационного взаимодействия.

Система в течение процесса полного информационного взаимодействия эволюционирует, начиная с состояния  $S_0$ , соответствующего начальному времени  $t = T_0$ , принимая в течение этого процесса  $m$  промежуточных состояний с



дискретностью  $t \in [T_1, T_2, \dots, T_m]$  где  $T_j$  – время, фиксирующее переход системы в  $j \in [1, m]$  состояние, и заканчивая целевым состоянием  $\overline{S_{trg}} = \overline{S_m}$ , определённом для момента  $t = T_{trg}$ , где  $T_{trg} = T_m$  характеризует время достижения системой конечного целевого состояния. В реальных условиях функционирования системы дефицит ресурсов не позволяет обеспечить запланированный процесс информационного взаимодействия. В качестве одного из ограничений может выступать задержка информационного обслуживания  $t_\Delta$ , формируемая за счёт множественного обращения нескольких субъектов к одному источнику данных при невозможности последнего обеспечить выполнение всех запросов в требуемое время. Задержка обслуживания, в свою очередь, продлевает планируемое время  $T_{trg}^{(j)}$  достижение системой промежуточного состояния  $\overline{S_j}$  до момента времени  $T_j = T_{trg}^{(j)} + t_\Delta^{(j)}$ , что создает отклонение от идеальной траектории развития. Возврат к ней возможен при опережающем достижении последующих состояний  $\overline{S_k}$ ,  $k \in (j, m]$  с условием компенсации ранее возникших задержек. Иллюстрация вариативности процесса развития системы приведена на рисунке.

В позициях 0–5 изображены состояния системы, соответствующие идеальной траектории развития, с отклонениями, допустимыми в пределах

заданной девиации. Позиции реального состояния, наступающего при выборе альтернативного пути развития 4', 5'. На рисунке показан случай, когда система, не дождавшись в течение времени  $T_4$  завершения обеспечивающей процедуры (позиции 3, 4), предпочла процедуру позиции 3, 4' и в результате достигла целевого состояния  $S_5$ , но за время  $T_5'$ , большее ожидаемого времени  $T_5$ . Целесообразность альтернативного выбора в данном случае диктовалась резким возрастанием неопределённости успешного завершения процедуры (позиции 3, 4) и, соответственно, времени  $T_4$ , а далее – и времени достижения целевого состояния  $T_5$ , по сравнению с гарантированной обеспеченностью процессов (позиции 3, 4', 5').

В общем случае процесс альтернативного выбора может быть formalизован следующим образом. Состояние системы  $\overline{S_j}$  в каждый момент времени  $t_j$  описывается вектором, включающим  $n$  параметров:

$$\overline{S_j} = (G_1(t_j), G_2(t_j), \dots, G_n(t_j)), t_j \in [0, T],$$

где  $T$  – полное время протекания процесса  $\Pi$ ;  $G$  – функция, характеризующая численное значение качественного показателя состояния системы.

Оценить численно состояние  $\overline{S_j}$  можно с помощью обобщенного показателя:

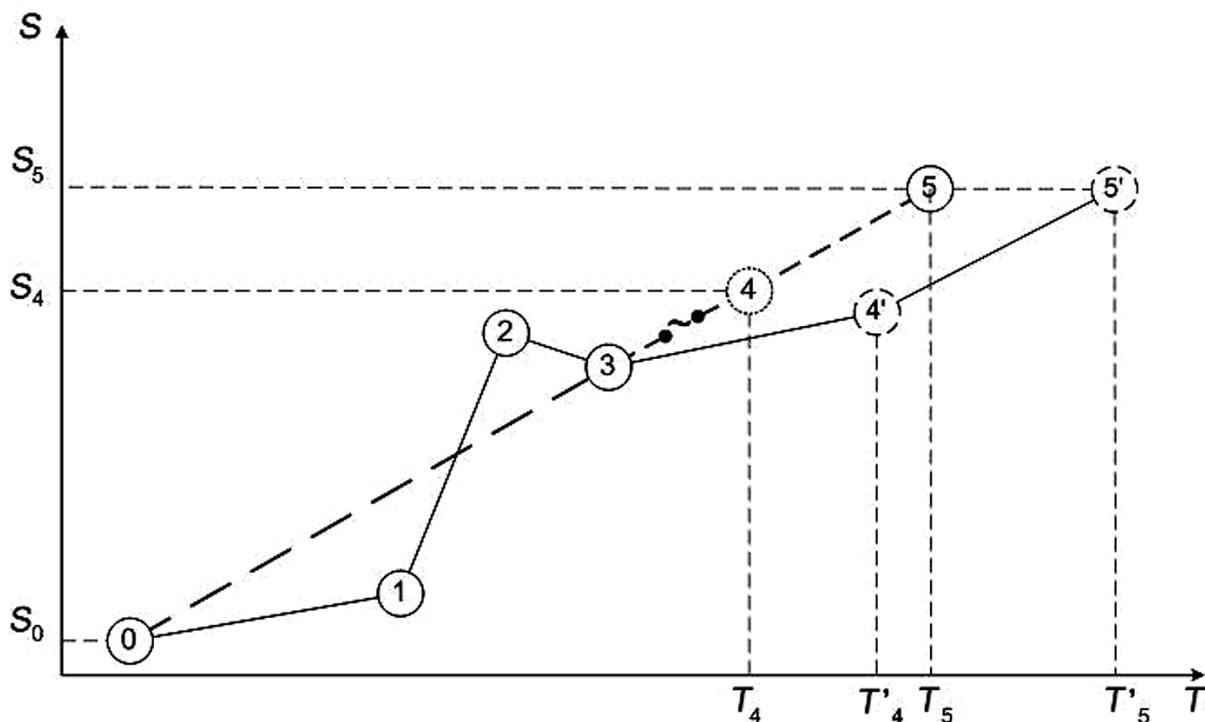


Иллюстрация альтернативности развития системы

$$\Omega_j = F(G_1(t_j), G_2(t_j), \dots, G_n(t_j)); j = \overline{0, m}; T_0 \leq t_j \leq T, \quad (1)$$

где  $m$  – число возможных состояний системы на идеальной траектории  $S_0 - S_{trg}$ .

Соответственно этому, переход системы из одного состояния в другое можно описать вектором  $\bar{s}_j = \bar{S}_j - \bar{S}_{j-1}$ , или иначе как

$$\bar{s}_j = (G_1(t_j), G_1(t_{j-1}), G_2(t_j) - G_2(t_{j-1}), \dots, G_n(t_j) - G_n(t_{j-1})), \quad j = \overline{1, m}. \quad (2)$$

Учитывая, что изменение показателя  $G_i(t)$ ,  $i = \overline{1, n}$  обусловлено изменением времени достижения нового состояния системы  $t = t_{j-1}$ ,  $t_j$  а весь диапазон  $t \in [0, T]$  является непрерывно-монотонным, можно вектор (2) формализовать следующим образом:

$$\bar{s}_j = (G_1(T_\Delta^{(j)}), G_2(T_\Delta^{(j)}), \dots, G_n(T_\Delta^{(j)})); T_\Delta^{(j)} = t_j - t_{j-1}; j = \overline{1, m},$$

где  $T_\Delta^{(j)}$  – время, необходимое системе для изменения состояния с  $j_{-1}$  на  $j$ .

Для определения численного значения изменения состояния системы можно использовать обобщённый показатель (1) в следующем виде:

$$\Omega_j^{(j-1)} = F(\bar{s}_j); j = \overline{1, m}$$

что будет также характеризовать эффективность выполнения соответствующей процедуры  $p_j$ , в результате которой произошла эволюция. Отсюда можно выразить  $T_\Delta^{(j)}$ , которое будет определять время достижения  $j$ -го состояния как

$$T_\Delta^{(j)} = \text{Arg } \Omega_j^{(j-1)}; j = \overline{1, m}.$$

Исходя из того условия, что функционирование системы в процессе управления происходит без смены конечной цели, достижение системой промежуточных  $j$ -х состояний является обязательным. При этом возможны различные пути достижения этих состояний и различное время, которое, в конечном итоге будет влиять на время достижения целевого состояния системы.

Рассматривая время как один из ресурсов системы, если не задано иных условий, можно формализовать условие достижения системой максимально возможного состояния как

$$\Omega_{j_{max}} = \max F(\bar{s}_j), T_\Delta^{(j)} \in [0, \infty), T_\Delta^{(j)} \rightarrow \min.$$

Таким образом, рассматривая информационные процессы как процессы обеспечения управления, можно охарактеризовать  $T_\Delta^{(j)}$  как время актуализации  $p_j \in P$  процедуры информационного взаимодействия, т. е. как время, в течение которого система будет ожидать завершения  $p_j$  процеду-

ры без поиска альтернативных путей достижения  $S_j$ -го состояния.

В реальных условиях функционирования система не всегда имеет возможность получить желаемые ресурсы для достижения целевого состояния. Например, в автоматизированных офисных системах этот фактор в значительной степени зависит от состояния инфраструктуры, обеспечивающей процессы информационного взаимодействия субъектов. В этих условиях реальное время завершения  $p_j$  информационной процедуры может в значительной степени превышать идеальное  $T_\Delta^{(j)}$ . В таких случаях возможно использование альтернативных процедур и связей для достижения требуемого состояния, а также возможно иное управление ходом информационного обслуживания (например, с помощью изменения приоритетов процедур) для достижения состояния  $S_j$ . В этом случае оценка времени, необходимого для принятия решения об отказе от использования регламентированных и использования альтернативных процедур и связей, может быть произведена при сравнении значений некоторых функционалов, описывающих зависимость состояния целевой функции от времени и параметров взаимодействия.

В СМО альтернативное действие системы в одном из случаев может заключаться в изменении приоритетов информационного обслуживания запросов источником данных. В общем случае для каждой  $j$ -й процедуры взаимодействия  $p_j$  проектировщиком заранее устанавливается фиксированный приоритет выполнения  $d_j$ , соответствующий оптимальному порядку информационного обслуживания [12].

В процессе динамического управления влияние  $T_{act}$  может использоваться для изменения приоритета процедуры, например, как

$$d_j^* = \frac{T_\Delta^{(j)}}{T_{act}^{(j)}} d_j,$$

где  $d_j^*$  – альтернативный приоритет процедуры,  $T_{act}^{(j)}$  – заданное время актуальности  $j$ -й процедуры. Далее параметр  $d_j^*$  может быть использован в качестве аргумента функции оптимизации обслуживания по критерию задержки, например, для поиска индексов такой процедуры, задержка для которой будет оказывать минимальное влияние на значение целевой функции системы. Функция оптимизации в данном случае может иметь вид:

$$i = \text{Arg min} \left( \sum_{\substack{i \neq j \\ j \in \overline{1, m}}} (\sigma_j d_j^*) \right),$$



где  $\sigma_j$  – интегральный параметр, описывающий задержку выполнения  $p_j$  процедуры,  $i$  – индекс процедуры, выбираемой в ходе оптимизации.

Для динамического управления приоритетами обслуживания может быть использован иной критерий, в достаточной степени характеризующий влияние процессов информационного обмена на управление. Например, может анализироваться объём данных, не переданный в ходе процедуры взаимодействия  $p$ , за отведённое фиксированное время  $t$ . В этом случае управление приоритетом может быть выражено с учётом характера прямого влияния непереданного объёма данных на приоритет процедуры следующим образом:

$$d_j^* = \frac{T_{\Delta}^{(j)} V_j}{T_{act}^{(j)} V_j^*} d_j,$$

где  $V_j$  и  $V_j^*$  – объём данных, подлежащий передаче в ходе  $j$ -й процедуры взаимодействия, и переданный объём, соответственно. Возможно формирование более сложных зависимостей, учитывающих различное сочетание и влияние критериев выполнения процедуры и, в конечном итоге, управляющих порядком выполнения процедур путём динамического изменения установленных для них приоритетов.

В итоге в описание каждой процедуры  $p \in P$  может быть введён показатель времени актуальности, в результате чего получится новый вектор  $p^* = (R, Q, T_{act})$ , который будет в большей степени соответствовать реальному состоянию процессов информационного взаимодействия и предоставит более широкие возможности для оптимизации подпроцессов информационного обеспечения по сравнению с ранее formalизованным вектором (1).

При заранее formalизованном информационном обмене, подлежащем оптимизации, дополнительно к таким параметрам процедуры как ранги субъекта и объекта взаимодействия, битовая матрица процедур взаимодействия  $P$ , разработчик определяет матрицу  $T_{act}$ , содержащую соответствующие значения времени актуализации для каждой из процедур.

Параметры управления, выработанные с помощью данной методики, могут быть применены для формирования политик информационного обмена в корпоративных информационных системах, основанных, например, на программно-аппаратных комплексах *Avaya Cajun Rules Policy Manager* или аналогичных, использующих технологию *QoS* для регулирования потоков данных в системах массового обслуживания.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сироткин А.В. Разработка критериев оптимизации корпоративной информационной системы. // Экономика и управление. 2009. №1/4 спец. вып. (40). С. 77.
2. Баран Е.Д., Белова Т.В., Гребенникова Р.В. и др. Информационные технологии: особенности применения и приоритетные направления развития. Новосибирск: ЦРНС Изд-во "Сибпринт", 2008. 179 с.
3. Вишневский В.М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. М.: Техносфера, 2003. 512 с.
4. Цициашвили Г.Ш., Осипова М.А. Алгебраические методы моделирования стохастических сетей: Монография. Владивосток: Дальнаука, 2007. 132 с.
5. Павловская В.Ф. Исследование эффективности приоритетного обслуживания заявок в системе управления сетью связи: Дисс. канд. техн. наук. Новосибирск: СибГУТИ. 2005. 162 с.
6. Ефимушкин В.А., Ледовских Т.В. Анализ геометрической системы массового обслуживания с конечным накопителем изменяющейся емкости // Вестник РУДН. Прикладная и компьютерная математика. 2005. Т. 4. № 1. С. 19–30.
7. Ледовских Т.В. Дискретная система массового обслуживания с групповым потоком фазового типа и пороговым управлением // Вестник РУДН. Прикладная математика и информатика. 2002. № 1. С. 107–118.
8. Ефимушкин В.А. Песков Н.В. Инженеринг трафика и методы обеспечения QoS параметров в мультисервисных сетях связи на базе технологий ATM, IP, TDM // Новые технологии в инфокоммуникациях. Тр. Откр. науч.-техн. семинара 1-НИТИКОМ. 20.10.2000. М.: Изд-во ПАИМС, 2000. С. 7–13.
9. Коргин Н.А. Неманипулируемые механизмы обмена в активных системах. М.: ИПУ РАН. 2003. 126 с.
10. Таненбаум Э., Ван Стен М. Распределенные системы. Принципы и парадигмы. СПб.: Питер. 2003. 877 с.
11. Несторов В.П. Информационное обеспечение процесса принятия управлений решений. // Сервер библиотеки менеджмента качества. URL: <http://quality.eup.ru/MATERIALY2/ioppur.htm> (дата обращения 03.10.2009).
12. Сироткин А.В., Старикова О.А. Приоритетная модель оптимизации дискретного информационного взаимодействия по критерию задержки обслуживания // Экономика и управление. 2009. № 10. С. 105.

УДК 519.6(07)

В.П. Житников, Н.М. Шерыхалина, С.С. Поречный

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРИ ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В [1] предложен двухэтапный метод уточнения и оценки погрешностей результатов вычислений по последовательности решений задачи с разным числом узлов сетки. На первом этапе путём исключения искомого и фильтрации проводится предварительная оценка погрешности и выбор “местоположения” эталона. На втором этапе проводится фильтрация исходной последовательности, вычисление эталона и окончательная оценка погрешности.

При применении суперкомпьютеров и увеличении объёмов вычислений погрешность округления накапливается и при увеличении числа арифметических операций может свести на нет эффект от увеличения мощности компьютерной системы. С помощью фильтрации становится возможным изучение погрешности округления и закона её изменения при увеличении числа узлов. Однако фильтрация приводит к некоторому изменению погрешностей, что, в частности, искажает погрешность округления.

Применение комбинации методов фильтрации и идентификации позволяет, как показано ниже, выделить погрешность округления практически без искажения.

### Постановка задачи идентификации

Задача идентификации ставится на основе математической модели зависимости приближенных результатов вычисления численными методами от числа узловых точек сетки [1–5]

$$z_n - z = c_1 n^{-k_1} + c_2 n^{-k_2} + \dots + c_L n^{-k_L} + \Delta(n), \quad (1)$$

где  $z$  – точное значение;  $z_n$  – приближенный результат, полученный при числе узловых точек, равном  $n$ ;  $k_j$  – произвольные действительные числа ( $k_1 < k_2 < \dots < k_L$ ).

Такая зависимость погрешности имеет место при применении разностных формул численного дифференцирования, квадратурных формул Ньютона-Котеса, разностных методов решения задач для уравнений математической физики и многих других формул и численных методов. При

этом  $\Delta(n)$  не стремится к нулю при увеличении  $n$ , а может даже возрастать, поскольку в  $\Delta(n)$  входит погрешность округления [1–5].

Если имеется конечная последовательность  $z_{n_i}^{(0)} = z_{n_i}$ ,  $i = 1, \dots, I$  вычисленных результатов, то задачу можно сформулировать в виде системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} z_{n_1} &= z + c_1 n_1^{-k_1} + c_2 n_1^{-k_2} + \dots + c_L n_1^{-k_L} + \Delta(n_1), \\ z_{n_2} &= z + c_1 n_2^{-k_1} + c_2 n_2^{-k_2} + \dots + c_L n_2^{-k_L} + \Delta(n_2), \\ &\dots \\ z_{n_I} &= z + c_1 n_I^{-k_1} + c_2 n_I^{-k_2} + \dots + c_L n_I^{-k_L} + \Delta(n_I). \end{aligned} \quad (2)$$

Решение системы (2) (определение коэффициентов  $c_j$ ) представляет собой задачу идентификации математической модели по результатам численного эксперимента.

Для уменьшения неопределенности в [1] предложено разделить этапы оценки погрешности и определения эталона. Для этого на первом этапе проводится фильтрация по формуле:

$$z_{n_i}^{(1)} = z_{n_i}^{(0)} - z_{n_{i-1}}^{(0)}, \quad (3)$$

устраняющая из последовательности  $z_{n_i}^{(0)}$  неизвестное искомое  $z$ .

Дальнейшая фильтрация по формуле Ричардсона [4, 5]:

$$z_{n_i}^{(l)} = z_{n_i}^{(l-1)} + \frac{z_{n_i}^{(l-1)} - z_{n_{i-1}}^{(l-1)}}{(n_{i-1}/n_i)^{k_l} - 1} \quad (4)$$

служит оценкой погрешностей, независимой от выбора эталона. Полученная этим способом оценка позволяет выбрать наилучшие, с точки зрения минимума погрешности, соотношения  $n_i$  и  $l = l_0$ , которые используются на втором этапе – фильтрации исходной последовательности для определения эталона  $z_{n_i}^{(l_0)}$ .

Фильтрация имеет как положительные, так и отрицательные качества. К положительным следует отнести полное устранение степенных слагаемых (1) с показателем  $k_p$  к отрицательным – изменение (как правило, увеличение) остальных компонент при применении формулы (4).



Избежать увеличения регулярных составляющих и нерегулярной погрешности  $\Delta(n)$  можно, если вместо фильтрации применить вычитание регулярных составляющих. Однако при этом погрешность вычисления коэффициентов  $c_j$  может затруднить определение следующих коэффициентов и исказить оценки погрешностей. Поэтому вычитание компонент погрешности можно применить только после определения коэффициентов.

### Метод решения задачи идентификации

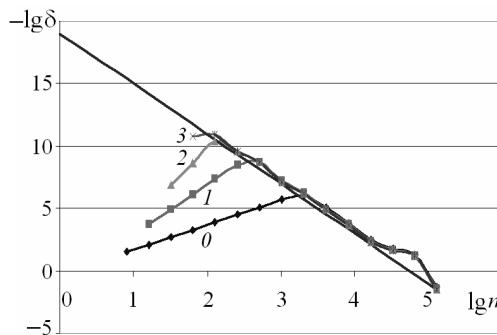
Найти коэффициенты  $c_j$  и их оценки погрешности можно путём повторной фильтрации, приводящей к последовательности следующего вида:

$$z_{n_i}^{(j)} = c_j^{(0)} + c_{j+1}^{(j)} n_i^{-k_{j+1}+k_j} + \dots + c_L^{(j)} n_i^{-k_L+k_j} + n_i^{k_j} \Delta^{(j)}(n_i), \\ i = j+1, \dots, I. \quad (5)$$

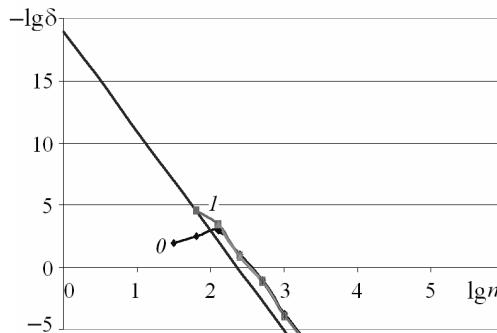
Рассмотрим линейную комбинацию вида:

$$z_{n_i}^{(j)} = (\alpha_j z_{n_{i-1}}^{(j-1)} + \beta_j) n_i^{k_j - k_{j-1}} = \\ = c_{j-1}^{(0)} (\alpha_j + \beta_j) n_i^{k_j - k_{j-1}} + c_j^{(j-1)} \left[ \alpha_j \left( \frac{n_i}{n_{i-1}} \right)^{k_j - k_{j-1}} + \beta_j \right] + \dots$$

*a)*



*б)*



и потребуем выполнения условий:

$$\alpha_j + \beta_j = 0, \quad c_j^{(j-1)} \left[ \alpha_j \left( \frac{n_i}{n_{i-1}} \right)^{k_j - k_{j-1}} + \beta_j \right] = c_j^{(0)}. \quad (6)$$

$$\text{Тогда } \alpha_j = -\beta_j = \frac{\gamma_j}{Q^{k_j - k_{j-1}} - 1}, \quad \gamma_j = c_j^{(0)} / c_j^{(j-1)}.$$

Отсюда получим формулу фильтрации:

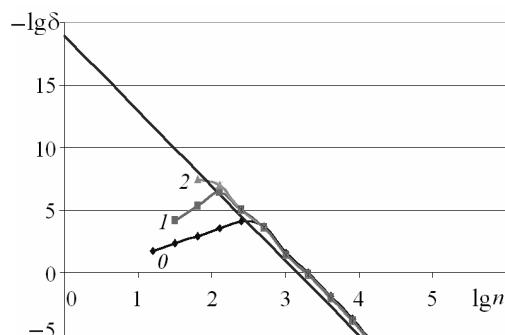
$$z_{n_i}^{(j)} = -\gamma_j \frac{z_{n_{i-1}}^{(j-1)} - z_{n_i}^{(j-1)}}{Q^{k_j - k_{j-1}} - 1} n_i^{k_j - k_{j-1}}, \quad (7)$$

$$c_l^{(j)} = \gamma_j \frac{Q^{k_l - k_{j-1}} - 1}{Q^{k_j - k_{j-1}} - 1} c_l^{(j-1)}, \quad l = j, \dots, L, \\ \gamma_j = \prod_{l=0}^{j-2} \frac{Q^{k_{j-1} - k_l} - 1}{Q^{k_j - k_l} - 1}. \quad (8)$$

**Вычисление коэффициентов и оценка погрешностей.** Найти величину  $c_j^{(0)}$  и оценку её погрешности можно предложенным выше двухэтапным способом: фильтрацией последовательности (5) по формуле (3) с последующей фильтрацией по формуле Ричардсона (4) и выбором эталона.

На рис. 1 приведены оценки относительных погрешностей коэффициентов  $c_1, c_2, c_3, c_4$  модели (1)

*в)*



*г)*

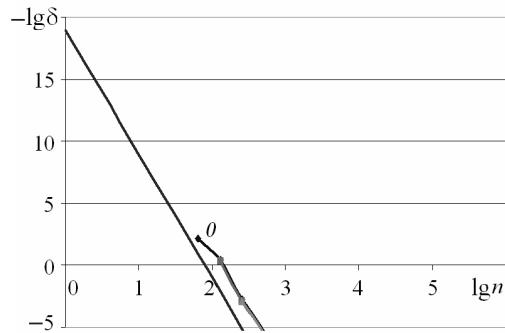


Рис. 1. Результаты идентификации математической модели погрешности (1):

*а* – коэффициента  $c_1$ ; *б* – коэффициента  $c_2$ ; *в* – коэффициента  $c_3$ ; *г* – коэффициента  $c_4$

Прямые  $y = 19 - 4 \cdot \lg n$ ,  $y = 19 - 6 \cdot \lg n$ ,  $y = 19 - 8 \cdot \lg n$  и  $y = 19 - 10 \cdot \lg n$

**Значения коэффициентов  $c_l$  и оценки погрешности**

$l$	$c_l$	$\Delta c_l$	$\Delta' c_l$	$\delta c_l$
1	$7,31318801575481 \cdot 10^{-2}$	$-8,97 \cdot 10^{-13}$	$1,71 \cdot 10^{-14}$	$1,23 \cdot 10^{-11}$
2	$-2,43772925817123 \cdot 10^{-3}$	$8,02 \cdot 10^{-11}$	$8,04 \cdot 10^{-11}$	$3,29 \cdot 10^{-8}$
3	$4,35295936960347 \cdot 10^{-5}$	$-1,22 \cdot 10^{-9}$	$-1,29 \cdot 10^{-9}$	$2,81 \cdot 10^{-5}$
4	$-4,78824175567842 \cdot 10^{-7}$	$3,68 \cdot 10^{-9}$	$4,85 \cdot 10^{-9}$	$7,69 \cdot 10^{-3}$
5	$3,68355419645798 \cdot 10^{-9}$	$-7,06 \cdot 10^{-7}$	$1,93 \cdot 10^{-11}$	$1,92 \cdot 10^{+2}$

для второй разностной производной:

$$\frac{d^2y}{dx^2}(x) = \frac{y(x+h) - 2y(x) + y(x-h)}{h^2} + O(h^2).$$

Для наглядности графики представлены в логарифмическом масштабе. При этом шаг сетки  $h = 1/n$ . По оси ординат отложены десятичные логарифмы относительных разностей  $-\lg \delta$ ,  $\delta = |\Delta_{n_i}^{(j)} / z_{n_i}^{(j)}|$ , по оси абсцисс – десятичные логарифмы  $n$ . Видно, что точность определения коэффициентов ограничивается влиянием погрешности округления, которая быстро нарастает с увеличением  $n$  и  $j$ .

В таблице даны полученные значения коэффициентов  $c_l$  и оценки их погрешности. В колонке  $\Delta c_l$  даны оценки, полученные методом фильтрации разностей (3), в колонке  $\Delta' c_l$  – разности полученных величин  $c_l$  и точных значений (фактические погрешности), в колонке  $\delta c_l$  – относительная оценка погрешности коэффициентов. Эти результаты показывают, что погрешности первых четырёх коэффициентов оцениваются достаточно

но хорошо, пятый вычисляется намного точнее, чем это следует из оценки. Видно, что с возрастанием номера коэффициента относительная погрешность увеличивается, что объясняется увеличивающимся влиянием погрешности округления. Грубость оценки пятого коэффициента нетрудно объяснить тем, что согласно рис. 1, получению оптимальной оценки мешает, с одной стороны, погрешность округления, с другой – уменьшение числа доступных для анализа значений при возрастании номера фильтрации.

### Результаты идентификации

После определения  $L$  коэффициентов последовательности (2) с оценками их погрешностей соответствующие слагаемые могут быть вычтены из (2), т. е. приходим к последовательности

$$z_{n_i}^{(L)} = z + \Delta^{(L)}(n_i), \quad (9)$$

где  $\Delta^{(L)}(n) = \Delta(n) - \Delta_{c_1} n^{-k_1} - \Delta_{c_2} n^{-k_2} - \dots - \Delta_{c_L} n^{-k_L}$ ;  $\Delta_{c_l}$  – погрешности вычисления коэффициентов  $c_l$ .

Для оценки совместного влияния погрешностей определения коэффициентов на погрешность

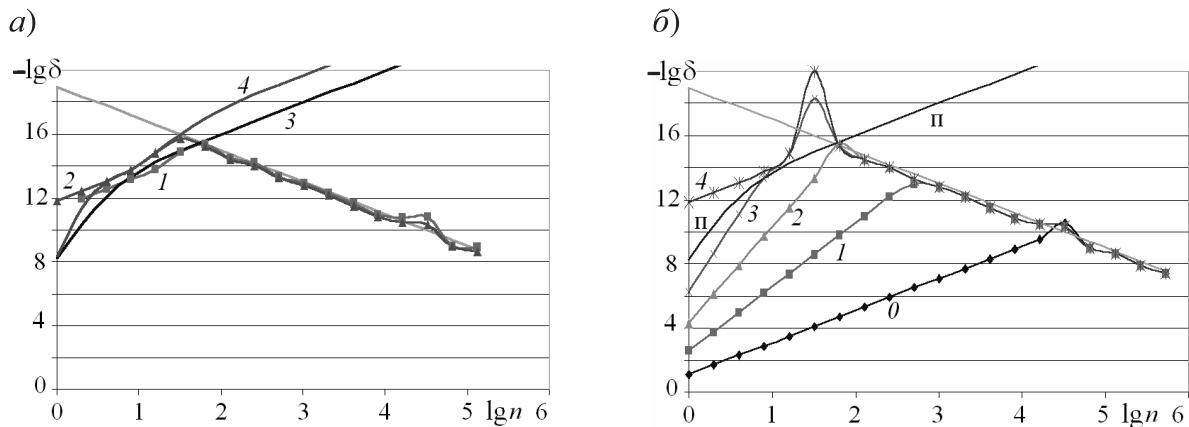


Рис. 2. Результаты идентификации математической модели погрешности (2):  
а – суммарные оценки; б – результаты покомпонентного вычитания  
Прямая  $y = 19 - 2 \cdot \lg n$



вычисления производной на рис. 2, *a* приведены кривые 1–4, при этом цифрой 1 обозначена оценка зависимости (9) методом разностей (3), цифрой 2 – отличие значений (9) от точного, цифрами 3 и 4 – оценка суммарной погрешности и суммарного влияния фактических погрешностей:

$$\begin{aligned} & |\Delta_{c_1}| n^{-k_1} + |\Delta_{c_2}| n^{-k_2} + \dots + |\Delta_{c_L}| n^{-k_{L-1}} \\ & \text{и } \Delta'_{c_1} n^{-k_1} + \Delta'_{c_2} n^{-k_2} + \dots + \Delta'_{c_L} n^{-k_{L-1}}. \end{aligned}$$

Видно, что кривые 1 и 2 почти совпадают, хотя оценка по разности несколько “запаздывает”, а потому имеет несколько заниженные по точности значения. Кривая 3 более заметно отличается от 4, т. е. оценка также несколько превышает фактическую погрешность, тем не менее, она может быть использована для ограничения “зоны доверия” на диаграмме оценок погрешностей при сравнении с эталоном (рис. 2, *b*, кривая “п”).

Следует отметить, что при достаточно больших *n* влияние степенных слагаемых уменьша-

ется, и вычитанием компонент погрешность  $\Delta(n)$  в зоне, расположенной ниже кривой “п”, может быть выделена практически в исходном неискаженном виде (рис. 2, *b*).

В данной статье предложен метод идентификации модели погрешности путём многоэтапной повторной фильтрации результатов численного решения задач с различным числом узлов сетки.

С помощью этого метода становится возможным выделение и исследование зависимости погрешности округления и других составляющих погрешности.

В результате фильтрации повышение точности с большим запасом компенсирует затраты на необходимость получения нескольких решений одной задачи.

Предложенные методы фильтрации и идентификации могут быть использованы в различных комбинациях для повышения точности при решении задач математической физики [6,7].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Житников В.П., Шерыхалина Н.М., Поречный С.С. Об одном подходе к практической оценке погрешностей численных результатов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2009. № 3 (80). СПб., С. 105–110.
2. Житников В.П., Шерыхалина Н.М. Моделирование течений весомой жидкости с применением методов многокомпонентного анализа. Уфа: Гилем, 2009. 336 с.
3. Шерыхалина Н.М., Поречный С.С. Применение методов многокомпонентного анализа для решения некорректных задач // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2008. № 6 (69). СПб., С. 89–96.
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Наука, 2004. 636 с.
5. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы. М.: Изд. дом МЭИ, 2008. 672 с.
6. Шерыхалина Н.М. Применение фильтрации численных результатов для увеличения надежности САПР // Информационные технологии. 2008. № 9. С. 16–22.
7. Шерыхалина Н.М., Поречный С.С. Моделирование погрешности и численная фильтрация при решении смешанных задач // Вестник УГАТУ. 2008. Т. 11. № 1 (28). С. 181–188.

УДК 658.012.011.56

*И.Г. Анкудинов, А.В. Сироткин*

## ДИСПЕТЧЕРИЗАЦИЯ ПРОЦЕДУР ИНФОРМАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В АСУ

Возрастающий интерес исследователей к оптимизации взаимодействия в инфраструктуре автоматизированных систем управления вызван расширением сферы применения средств телекоммуникаций и автоматизации информа-

ционного обеспечения в различных прикладных областях. Одной из проблем, возникающей при внедрении систем автоматизации, является появление в инфраструктуре передачи данных очередей обслуживания подключенных клиентов [1],

а, следовательно, и субъектов автоматизированной системы управления. В качестве субъектов выступают автоматизированные рабочие места сотрудников предприятия, активные хранилища данных, осуществляющие автоматический сбор информации, подсистемы управления, организованные согласно иерархической структуре и пр. Особенностью этой проблемы является тот фактор, что она зависит от характера эксплуатации информационной системы и, соответственно, выходит за рамки компетенции разработчиков инфраструктуры. В то же время, в существующей методологии информационного менеджмента производственных объектов, например [2], уделяется не достаточно внимания анализу эксплуатационных характеристик обеспечивающих подсистем, а также разработке методов решения данной проблемы, основанных на управлении информационным обслуживанием.

Похожие задачи рассматриваются теориями систем массового обслуживания (СМО) и сетей массового обслуживания (СeМО), например [3]. Основными ограничениями, которые препятствуют получению решений, способствующих достижению максимальной эффективности АСУ в условиях конкурентности информационного обслуживания субъектов, является абстрактность классических методов СМО и низкоуровневая ориентированность СeМО. В обеих методологиях объектами исследования являются элементы сетевой инфраструктуры, заявки на обслуживание, пакеты данных и пр. без анализа их взаимосвязи с прикладной областью. В силу этого разработанные решения, регулирующие взаимодействие на сетевом уровне, не являются оптимальными с точки зрения всей управляющей системы, что снижает эффективность их применения.

Следует также отметить неприменимость классических аналитических и имитационных моделей СeМО, построенных на стохастической теории массового обслуживания и предполагающих стационарный режим, к исследованию реальных информационных систем, отличительной особенностью которых является флюктуирующий сетевой трафик.

Для решения этих задач существует теория процессов реального времени, на основе которой разработаны методы [3] и технические средства [4] для обслуживания клиентов с динамическими приоритетами в автоматизированной информационной системе. Но эти средства неприменимы

для решения задач анализа нестационарных стохастических процессов передачи данных, возникающих в распределённых инфраструктурах, а также непригодны для разработки механизма управления обслуживанием, минимизирующего влияние задержек на эффективность АСУ.

Учитывая иерархическое влияние подуровней передачи данных на производительность АСУ, а, следовательно, и на её эффективность, для снижения негативного влияния задержек обслуживания рекомендуется использовать механизмы, учитывающие эксплуатационные параметры объектов прикладной области. Одним из путей разрешения проблемы задержек может быть оптимизация взаимодействия в инфраструктуре АСУ, использующая диспетчеризацию процедур информационного обслуживания на основе динамических приоритетов. Сами процессы могут быть представлены в виде отдельных процедур взаимодействия субъектов управления и информационных объектов, соответствующих семантическому содержанию этих процедур [5]. В качестве объектов в зависимости от уровня декомпозиции информационных потоков могут рассматриваться сами потоки, отдельные документы или блоки документов, относящихся к одной технологической операции, фрагменты документов, вплоть до уровня информационных запросов к базам данных. Глубина декомпозиции при определении объекта зависит от уровня детализации модели информационной системы, основанной на методологиях *IDEF0*, *IDEF1*, *IDEF3* (*ICAM DEFinition*) и *DFD* (*Data Flow Diagram*) [6].

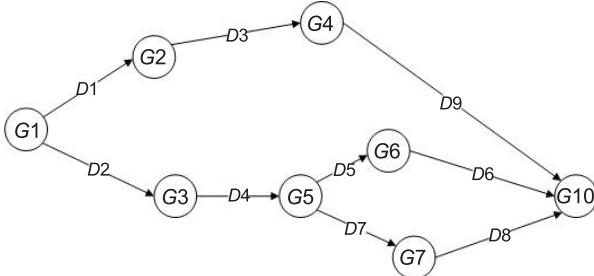
В исследованиях, ведущихся в этом направлении, достаточно полно formalизованы субъекты управления АСУ и механизмы формирования их рангов в иерархии управления [7]. В то же время отсутствует семантическая formalизация объектов информационных процедур, а также отсутствует методика определения их рангов в иерархии объектов автоматизации, что препятствует разработке технических решений оптимизации взаимодействия в инфраструктуре АСУ. В силу этого для диспетчеризации процедур на основе динамических приоритетов необходимо решить задачу определения рангов информационных объектов в режиме реального времени.

Эта задача может быть решена с использованием графоаналитической модели электронного документооборота предприятия, основанной на нотации, предложенной в [8]. В соответствии с



этой нотацией, композитный документооборот представляется кортежем:  $\Delta_t = \{U, D, \Phi\}$ , где  $\Delta_t$  – формальная модель документооборота (ФМД);  $U$  – множество участников;  $D$  – множество действий;  $\Phi$  – множество состояний документооборота. Нотация читается следующим образом: “Документооборот – это множество действий, производимых множеством участников над множеством документов”. Предполагается, что все существующие процессы документооборота и те процессы, возникновение которых связано в будущем с перспективой модернизации документооборота, могут быть представлены системой трёх множеств. В рамках данной нотации не рассматривается семантика самого документооборота, т. е. модель является общей и не привязывается к информации, хотя и выступает её носителем.

Модель документооборота, формализующая процессы управления в производственной системе, последовательно изменяет свое состояние, принимая формы  $G \in \Phi$  под влиянием действий  $D \in D$ , производимых субъектами управления  $U \in U$ . Возможны различные сценарии эволюции документооборота, обусловленные альтернативностью развития управляющих процессов. Иллюстрация модели документооборота на основе гра-фоаналитической модели приведена на рисунке.



Пример графа модели документооборота

Каждый процесс  $D_i \in D$ ,  $i \in \overline{1, n}$ ;  $n = |\Delta|$  включает в себя множество подпроцессов, обеспечивающих изменение состояния документооборота  $G_j \rightarrow G_k$ ,  $G_j, G_k \in \Phi$ ,  $j, k \in \overline{1, n}$ ;  $n = |\Phi|$ , где  $n$  обеспечивает тождественность процессов и состояний модели.

Каждое действие  $D$  является интегральным процессом, включающим в себя выполнение процедур формирования, передачи, преобразования и интерпретации документов, текущее множество которых  $P$  однозначно определяет состояние ФМД как

$$P_i \rightarrow D_p, p_j \in P_i, j \in H_p$$

где  $p$  – процедура, идентифицированная соответствующим индексом из набора  $H_p$ , соответствующего  $D_i$ . Отсюда можно установить однозначное соответствие множества индексов выполняемых процедур  $H_i \Leftrightarrow G_i$ , которое показывает, что для достижения каждого из состояний модели документооборота необходимо выполнить определённый набор процедур взаимодействия субъектов управления и информационных объектов инфраструктуры.

Каждая процедура  $p$  формализует передачу информационного объекта, представляющего собой массив данных, соответствующий документу  $g \in G$ , между источником данных и субъектом управления  $u \in U$ , подключёнными к инфраструктуре. Каждую процедуру можно описать вектором  $\vec{p} = (s, q)$ , где  $s$  представляет собой численное значение приоритета обслуживания, установленного для объекта взаимодействия, а  $q$  – для субъекта. Приоритет  $d$  процедуры в обслуживании источником данных формируется на основе некоторой обобщающей функции, использующей значения компонент вектора  $\vec{p}$  как

$$d = f(s, q). \quad (1)$$

В приоритетных системах массового обслуживания, к которым относится подавляющее большинство существующих в настоящее время технических реализаций инфраструктуры АСУ, действия  $D$  будут претерпевать задержки выполнения, связанные с возникновением очередей информационного обслуживания, что, безусловно, будет оказывать негативное воздействие на эффективность производственной системы. Минимизация ущерба от неизбежного возникновения задержек может быть достигнута путём оптимизации информационного взаимодействия за счёт установления приоритетов выполнения информационных процедур  $p \in P_i$ , где  $P_i: H_i$  – множество производимых процедур информационного обеспечения, выполняемых для достижения  $G_i$  состояния ФМД.

Эта задача может быть решена как для статических значений  $s$  и  $q$ , заданных заблаговременно до начала исследований (на основе экспертных оценок или иным образом), например [5], так и путём диспетчеризации процедур с помощью динамически изменяющихся значений их приоритетов  $d \in R$ , зависящих от эксплуатационных характеристик информационной системы. Во втором случае у процессора, выполняющего диспетчеризацию,



есть свобода действий по управлению за счёт изменения численных значений рангов  $s$  информационных объектов. Ранги субъектов  $q$ , в данном случае, считаются неизменными и определяются местоположением субъекта в иерархии управления [7].

Рассмотрим СМО, синхронизирующую выполнение процедур  $p$ , в соответствии с некоторым дискретным временем  $t = 0, 1, 2, \dots, T_{\Sigma}$ , которое характеризует параметры передачи данных в системе, например, передачу кадра в общем канале Ethernet 802.3, к которому подключен сервер. Счётчик  $t$  изменяется в момент завершения передачи кадра данных выполняемой процедуры, время  $T_{\Sigma}$  синхронизирует передачу последнего кадра полного объема  $W_{\Sigma}$  композитного потока данных для процедур множества  $P$ . В данной постановке игнорируется время, свободное от передачи данных, вызванное иными причинами, не входящими в компетенцию СМО. Этот аспект подчёркивает характер диспетчеризации фрагментов процедур в отличие от иных способов их абсолютного или относительного ускорения.

Допустим, существует набор процедур  $E \subseteq H$ , которые должны начаться или продолжить свое выполнение в настоящий момент  $t$ . Продолжение выполнения процедуры  $p_i$  можно рассматривать как начало выполнения процедуры  $p_i^*$ , для которой  $V_i \geq V_i^*$ , где  $V$  – объём данных соответствующей процедуры.

Для всего набора индексов  $E$  определён набор рангов  $R$  (“статических приоритетов”) процедур, для каждой из которых ранг описывается как

$$d_i \in R; d_i = f(s_i, q_i); i = \overline{1, m}; m = |E|,$$

где  $f$  – обобщающая функция вектора приоритетов  $(s, q)$ .

Задано максимальное (например, с вероятностью 0,9) время выполнения каждой процедуры, если она одна использует ресурсы системы (например, монопольный  $LLC^*/MAC$ -Ethernet захват канала для передачи данных), в частности, для  $E \in H$ :

$$T_{max} = (T_{1,max}, T_{2,max}, \dots, T_{m,max}); T_{imax} = W_i / \mu,$$

где  $W_i$  – трудоёмкость процедуры (операций),  $\mu$  – производительность системы (операций / с).

Заданы целевые (нормативные) значения времени обслуживания для каждой процедуры, в частности, для  $E \subseteq H$ :

$$Y_{\Pi} = (Y_{1,\Pi}, Y_{2,\Pi}, \dots, Y_{m,\Pi}).$$

Заданы допустимые значения времени обслуживания и, в частности, для  $E \subseteq H$ :

$$Y_{\Delta} = (Y_{1,\Delta}, Y_{2,\Delta}, \dots, Y_{m,\Delta}) > (Y_1, Y_2, \dots, Y_m),$$

причём  $Y_{i,\Delta} / Y_i > 1$  тем больше, чем выше ранг  $R_i$ .

Сформулируем задачу нахождения такой последовательности выполнения процедур  $E$ , при которой влияние времени обслуживания на целевую функцию (ЦФ) АСУ стремится к минимуму, при этом нормированные значения минимизируемых показателей вычисляются по формуле  $\bar{y}_i = \bar{Y}_i / Y_{i,\Pi}$  – нормированное ожидаемое время выполнения,  $\bar{Y}_i$  – ожидаемое время выполнения процедуры,  $M_r$  – функция свёртки, построенная на основе взвешенного степенного среднего (BCC), которая вычисляется как

$$f(\bar{y}) = M_r(w, \bar{y}) = \left( \sum_{i=1}^{i=m} w_i \bar{y}_i^r \right)^{1/r}, \quad (2)$$

где  $r$  – параметр выпуклости функции,  $r \in (-\infty, +\infty)$ ;  $w_i \geq 0$  – вес  $i$ -го нормированного показателя. Веса  $w_i$  нормируются так, что

$$\sum_{i=1}^{i=m} w_i = 1; \quad i \in \overline{1, m}. \quad (3)$$

Приняв неизменным ранг субъекта, и определив монотонный характер изменения функции (1), будем производить поиск решения путём изменения рангов объектов  $s_i \in S$  из набора  $S:E$ . Из условия (3) следует уравнение:

$$\sum_{j=1}^{j=m} 1 / \tilde{y}_j^r = 1, \quad (4)$$

где  $\tilde{y}_i = \frac{Y_{i,\Delta}}{Y_{i,\Pi}}$  – нормированное значение допустимого предела ухудшения каждого показателя ( $i \in \overline{1, m}$ ).

Из уравнения (4) получаем значение параметра кривизны  $r$ , затем, согласно методике [9] для  $r < 0$  или  $r > 1$ , используем формулу:

$$w_i = 1 / \tilde{y}_i^r, \quad i \in \overline{1, m} \quad (5)$$

и вычисляем веса нормированных показателей времени обслуживания процедуры.

Для решения поставленной задачи введём переменный вектор динамических приоритетов объектов:

$$S(t) = (s_1, \dots, s_m) \in M!; |M!| = m!; M = (1, 2, \dots, m),$$

где  $M!$  – множество всевозможных перестановок из последовательности  $M$  значений рангов объектов.

Введём функционал  $\Psi$ , выражающий зависимость прогнозируемой длительности обслуживания процедур  $\bar{Y} = (\bar{Y}_1, \dots, \bar{Y}_m)$  от  $S(t)$ :

\* LLC – Logical Link Control, MAC – Media Access Control.



$$\bar{Y}(S(t)) = (\bar{Y}_1(S(t)), \dots, \bar{Y}_m(S(t))) = \Psi(S(t)).$$

Пусть  $Y(t) = (Y_1(t), Y_2(t), \dots, Y_m(t))$  – переменный вектор показателей времени незавершённого обслуживания процедур  $p_i, i \in \overline{1, m}$  (т. е. нахождения процедуры в системе), накопленного для каждой из них к моменту  $t$ .

Для каждой процедуры  $p_i$  на этапе её описания устанавливается время незавершённого обслуживания  $Y_i(t) = 0$ . Обозначим время счёта по каждой процедуре к моменту времени  $t$  как  $T(t) = (T_1(t), T_2(t), \dots, T_n(t))$  и установим, что в момент  $t_j$  запуска  $i$ -й процедуры  $T_i(t_j) = 0$ .

Для осуществления диспетчеризации воспользуемся следующим алгоритмом реализации функционала  $\Psi$ .

В некоторый момент

$$t_j \in [0, T_\Sigma]; \quad T_\Sigma = \sum_E W_i / \mu; \quad i \in \overline{1, m}; \quad m = |E| \quad (6)$$

формируем подмножество процедур  $p_i \in E, E \subseteq P$ . Из подмножества  $E$  выбираем  $p_i$  процедуру. Используем индекс процедуры для получения значения ранга объекта из последовательности  $M$ , т. е.  $i = 1 \rightarrow s_i = s_1$ . Рассчитываем длительность незавершённого обслуживания  $T_i^*(t) = T_{i,\max} - T_i(t)$ . Рассчитываем прогнозируемую длительность обслуживания  $\bar{Y}_i = Y_i(t) + T_i^*(t); t \in [t_j, T_\Sigma]$ . Для этого же диапазона изменения  $t$  производим расчёт прогнозируемой длительности обслуживания процедуры с индексом  $k = 2$ , для которой  $s_k = s_2$ :

$$\bar{Y}_k = Y_k(t) + T_k^*(t) + T_k^*(t); \quad T_k^*(t) = T_{k,\max} - T_k(t). \quad (7)$$

Производим аналогичные расчеты для  $s_k, k \in \overline{3, m}$  по формуле (7), которая в общем виде выглядит как:

$$\bar{Y}_k = Y_k(t) + \sum_E (T_{k,\max} - T_k(t)); \quad k \in \overline{1, m}; \quad m = |E|. \quad (8)$$

Рассчитываем функцию свертки на основе ВСС (2–5)  $f(\bar{y}(S(t))) = M_r(w, \bar{y}(S(t)))$ , где  $\bar{y}(S(t))$  – нормированный относительно целевых значений вектор  $\bar{Y}(S(t))$  для используемого порядка  $S(t)$  выполнения процедур. Параметры среды взаимодействия, используемой для реализации информационной инфраструктуры (например, *LLC/MAC Ethernet*), обусловливают выполнение только одной процедуры для каждого момента времени  $t_j \in [0, T_\Sigma]$ . Это, в свою очередь, означает, что все ресурсы физического и канального уровней модели *OSI (Open System Interconnections)* системы используются полностью только одной процедурой,

откуда следует  $T_i^*(t) \geq 0, i \in \overline{1, m}; t \in [0, T_\Sigma]; m = |E|$ . Это условие устанавливает однозначность значений прогнозируемой длительности обслуживания, определяемой по формулам (7–8).

Поочередно изменяем последовательность  $S(t)$  так, что

$$S(t) \in M!; \quad S_l(t) \neq S_g(t), \quad l, g \in \overline{1, m}!; \quad m = |S(t)|,$$

и повторяем вычисления ВСС. Определяем порядок выполнения процедур, соответствующий значениям приоритетов объектов:

$$\begin{aligned} S^*(t) &= (s_1^*, s_2^*, \dots, s_m^*) = \operatorname{Arg} \max_{l \in \overline{1, m}!; m = |S(t)|} (f(\bar{y}(S_l(t)))); \\ & \quad (9) \end{aligned}$$

Представленная дисциплина очередности обслуживания может быть охарактеризована как “первоочередное обслуживание по наивысшему рангу фрагмента” – “Higher Priority – First Frame Out (HPFFO)”.

В зависимости от способа формирования множества процедур  $E$  можно классифицировать дискретную и непрерывную *HPFFO*.

В дискретной *HPFFO* множество  $E(t_j)$  формируется для дискретных интервалов времени  $j \in J$ , как описано в (6). Анализируются только те процедуры, время начала которых попадает в интервал  $t = t_j \pm t_\Delta$ , где  $t_\Delta$  – доверительный интервал, характеризующий близость времени начала процедуры к  $t_j$  по генеральной совокупности с заданной вероятностью, например 0,9. Новый набор  $E(t_{j+1})$  начинает формироваться только после завершения обслуживания всех процедур  $p_i \in E(t_j)$ .

Непрерывная *HPFFO* характерна тем, что множество  $E$  не ограничивается каким-либо фиксированным набором, для которого система обслуживает все входящие в него процедуры. В любой момент  $t_{j+1} \in [0, T_\Sigma]$  происходит пополнение множества  $E$ , образуя новое множество  $E(t) \cup E(t_{j+1}) = E^*(t_{j+1})$ , к которому применяется алгоритм (6–9) для определения последовательности  $S^*(t_{j+1})$ . При этом существует вероятность получения неопределённо долгого обслуживания (зависания) некоторой процедуры  $p_i; l \in \overline{1, m}; m = |E(t_{j+1})|$  за счёт постоянного пополнения множества новыми процедурами, для которых будут определяться более высокие приоритеты. Для исключения этого положения следует ввести:

$$\begin{aligned} \forall (p_i \in E^*(t_{j+1})) \wedge (p_i \in E(t_j)) \Rightarrow s_i(t_{j+1}) &= C s_i(t_j); \\ p_i = (s_i); \quad C > \max s_i(t_{j+1}), \end{aligned}$$

где  $C$  – коэффициент корректировки, устанавливающий абсолютный приоритет набора  $E(t_j)$  перед  $E(t_{j+1})$ . Коэффициент  $C$  исключит эффект “зависания” для процедур ранее поступивших в очередь диспетчеризации.

Разработанная методика диспетчеризации процедур информационного взаимодействия и дисциплина *HPFFO* на её основе может быть применена при формировании информационных

политик для широковещательных инфраструктур АСУП. Реализация *HPFFO* возможна с использованием современных интегрированных сетевых аппаратно-программных комплексов, например, на программно-аппаратных комплексах *Avaya Cajun Rules Policy Manager* или аналогичных, применяющих технологию *QoS (Quality of Service)*, для регулирования потоков данных в системах массового обслуживания.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стручков И.В. Распределение и планирование периодических задач и потоков данных в многопроцессорной вычислительной системе // Системы управления и информационные технологии. № 4.2 (26). С. 271–276.
2. Александров Д.В., Костров А.В., Макаров Р.И., Хорошева Е.Р. Методы и модели информационного менеджмента: Учеб. пособие. М.: ФиС, 2007. 336 с.
3. Башарин В.Г. Модели информационно-вычислительных систем. М.: Наука, 1993. 69 с.
4. Автоматизация принятия решений в режиме реального времени SAS Real-Time Decision Manager URL: <http://www.sas.com/offices/europe/russia/software/solutions/RTDM.html> (04. 01. 2010).
5. Сироткин А.В., Старикова О.А. Приоритетная модель оптимизации дискретного информационного взаимодействия по критерию задержки обслуживания. // Экономика и управление. 2009. № 10. С. 105–108.
6. Маклаков С.В. Создание информационных систем с AllFusion Modeling Suite. М.: ДИАЛОГ-МИФИ. 2003. 423 с.
7. Липаев В.В., Колин К.К., Серебровский Л.А. Математическое обеспечение управляющих ЦВМ. М.: Советское радио, 1972. 528 с.
8. Круковский М.Ю. Графовая модель композитного документооборота // Математичні машини і системи. 2005. № 3. С. 149–163.
9. Анкудинов И.Г. Автоматизация структурного синтеза и принятия решений в управлении и проектировании. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2008. 202 с.

УДК 004.891.2

А.В. ПОПОВ, К.А. АКСЕНОВ, Л.Г. ДОРОСИНСКИЙ

## ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СИСТЕМА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛОГИСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ В ПРОЦЕССЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Насыщение рынка поставщиками товаров и услуг значительно увеличило конкуренцию и создало у компаний на рынке потребность в поисках новых методов привлечения покупателей к собственной продукции. Различные акции и распродажи привели к снижению рентабельности продаж. Предприниматели начали признавать важность обеспечения сбыта за счёт снижения транспортных, складских, внутрифирменных издержек. По European оценкам, снижение логистических издержек на 10 % позволяет увеличить прибыль

на 50 % [1]. Логистика позволяет минимизировать товарные запасы (а в ряде случаев вообще отказаться от их использования), существенно сократить время доставки товаров, ускоряет процесс получения информации, повышает уровень сервиса. К логистическим процессам (ЛП) можно отнести большинство внутренних и внешних процессов компаний: процессы, протекающие в производстве и делопроизводстве, процессы, связанные с ценообразованием, складская логистика, экономика, отношения с клиентами и т. д.



Традиционные методы анализа бизнес-процессов (в т. ч. моделирование [3, 4]) могут дать ответ на вопрос, где находится проблема, позволяют её увидеть, но не рассчитать. Получить определённые шаги по решению проблемных ситуаций, найти конкретные решения для поставленных задач, получить численные значения можно используя логистический подход, рассматривая процессы с точки зрения преобразования различных потоков (материальных, финансовых, информационных).

Проблема исследования и разработки моделей, методов и средств моделирования процессов логистики в которых совместно используются численные методы (ЧМ), элементы экспертных систем (ЭС), методы моделирования (ММ) мультиагентных систем (МС), а также *алгоритмы оптимизации модели* в настоящее время находится в стадии развития. На данный момент не существует систем динамического моделирования ситуаций (СДМС) для области процессов логистики. Об актуальности исследования, разработки и внедрения методов, моделей и средств динами-

ческого моделирования ситуаций говорится в работах А.В. Андрейчикова, О.Н. Андрейчиковой, Ю.И. Клыкова, Д.А. Постеплова, Э.А. Трахтенберга, А.Ю. Филипповича, А.Н. Швецова.

### Варианты решения

Существуют различные методы оптимизации ЛП компаний, среди них: ММ, ЭС, ЧМ. В таблице представлена сравнительная характеристика использования ЧМ, систем моделирования и ЭС [4]. Каждый из методов имеет свои преимущества и недостатки, но ни один не позволяет решить комплексную задачу оптимизации ЛП. Для комплексной оптимизации ЛП компании подходят только ММ, при этом они не позволяют решать задачи большой размерности в связи с невысокой скоростью моделирования, сложностью описания изменения модели системы, невозможностью получения оптимальных значений, зависимостью результата моделирования от заложенных при построении модели правил, которые описывают воздействие на систему в виде фиксированного значения в той или иной ситуации.

**Сравнение методов решения задач логистики**

Критерий		Численные методы	Экспертные системы	Моделирование
Область применимости метода	Локальная оптимизация	+	+	-
	Комплексная оптимизация	-	+	+
Скорость работы метода высокая (+); низкая (-)		+	+	-
Качество получаемого результата	Оптимальное решение	+	+ <sup>1</sup>	-
	Эффективное решение	-	+ <sup>1</sup>	+
Наличие математического аппарата для решения задачи		+	+	+
Реализация на ЭВМ простая (+); сложная (-)		+	-	-
Возможность оценки развития ситуации во времени		-	+	+
Возможность использования вероятностных показателей		-	+	+
Применимость при решении задач большой размерности <sup>2</sup>		+	-	-

<sup>1</sup> Качество результата зависит от знаний, находящихся в базе знаний модели

<sup>2</sup> В данном случае подразумеваются именно задачи, сводимые к решению с помощью ЧМ, при больших размерностях задачи большое количество параметров может свести результаты моделирования на нет, аналогично с ЭС, где такого критерия отбора решения (по всем необходимым параметрам), скорее всего, просто нет.

## Комплексная модель описания процессов логистики

В [2] представлена модель мультиагентного процесса преобразования ресурсов (МППР), включающая в себя методы имитационного, ситуационного и экспериментного моделирования. В модели нет специальных методов и возможностей для построения и моделирования ЛП, также в ней не используются ЧМ оптимизации и методы теории систем массового обслуживания (СМО). Применение данного подхода [2] позволяет построить модель системы, адекватно описывающую предметную область процессов логистики, но построение данной модели весьма трудоёмко, а длительное время проведения экспериментов весьма ограничивает возможность анализа. Для реализации поставленной задачи данная модель была дополнена аппаратом моделирования очередей, элементами СМО, и возможностью использования ЧМ для решения типовых задач нахождения оптимальных (эффективных) решений. За основу были взяты определения из [2].

Под системой (Sys) понимается совокупность объектов (элементов), связей между ними и собственных атрибутов. В системе все объекты должны быть связаны. В системе может изменяться значение свойств объектов и связей.

$Sys = \langle O, \{Relation\}, A^{self} \rangle$ , где  $O$  – объекты (элементы), ресурсы, средства, сообщения, преобразователи, цели, агенты, параметры;  $\{Relation\}$  – связи;  $A^{self}$  – собственные атрибуты системы

Основными объектами ситуационного МППР являются: операции (*Op*), ресурсы (*Res*), команды управления (*U*), средства (*Mech*), процессы (*Pr*), источники (*Sender*) и приёмники ресурсов (*Receiver*), перекрёстки (*Junction*), цели (*G*), параметры (*P*), агенты (*Agent*). Отдельно выделены информационные типы ресурсов: сигналы (*Sig*) и заявки на выполнение операций (*Order*). Описание причинно-следственных связей между элементами преобразования и ресурсами задаётся объектом “связь” (*Relation*). Существование агентов предполагает наличие сообщений (*Message*), микроситуаций (*Mis*), макроситуаций (*Mas*), ситуаций (*Sit*) и решений (планов действий (*Decision*)). При описании системы создаётся её модель (*M*). В модели пренебрегают некоторыми связями, параметрами и объектами. Поэтому для одной модели может существовать множество различных систем. Понятие модели будет отличаться

от понятия системы набором условий, которые определяют совокупность объектов и связей как систему.

Модели ППР (*M*) соответствует следующая структура:  $M = \langle Name, desc, O, \{Relation\}, A^{self} \rangle$ , где *Name* – имя модели, *Desc* – описание модели.

В данной модели было formalизовано понятие цели (*G*), и дополнена модель агента (*Agent*). Каждый агент тоже имеет набор целей ( $\{G^{\text{agent}}\}$ ), каждая из целей агента может отличаться от целей модели. Каждый агент имеет определённый набор ограничений ( $\{Restriction\}$ ), в рамках которых он может функционировать.

Цель агента может быть представлена в виде целевой функции (ЦФ):  $G^{\text{agent}}(\{Param\}) \rightarrow \max (\min)$ , где  $\{Param\}$  – это набор параметров модели, от которых зависит значение ЦФ.

Ограничения представляются в виде неравенств, которые могут быть преобразованы в матрицы ограничений (для решения задачи оптимизации с помощью ЧМ).

$Restriction = \{Restriction_i\}$ , где  $Restriction_i: \sum a_n * Param_n > 0$ , где  $a_n$  – коэффициент,  $Param_n$  – значение параметра (из  $\{Param\}$ ).

Модель агента имеет возможности “запоминать” результаты анализа и принятых решений. С этой целью модель была дополнена буфером (*ResultBuf*). Данные из буфера результатов необходимы для анализа принятых агентом решений после проведения моделирования.

$ResultBuf = \langle G^{\text{agent}}, Restriction, Param, Time, Result \rangle$ , где  $G^{\text{agent}}$  – цель агента;  $Restriction$  – ограничения агента;  $Param$  – набор параметров модели;  $Time$  – модельное время, когда был получен результат;  $Result$  – результат проведённого анализа и принятое решение.

Используя ЧМ (рис. 1), определяется путь (определенный набор шагов) получения оптимального решения. Согласно принятому пути корректируется воздействие агента на модель (степень воздействия). Каждому агенту сопоставленный набор ЦФ (цели функционирования агента в системе  $G^{\text{agent}}$ ). Данные матрицы для расчёта ЦФ (*Restriction*) являются как фиксированными параметрами, так и параметрами (переменными) получаемыми в процессе моделирования. Таким образом, в каждый произвольный момент времени у каждого агента имеется исходная матрица. Переменные, которые характеризуют воздействие этого агента на систему, являются решением определённой задачи оптимизации. В зависимости

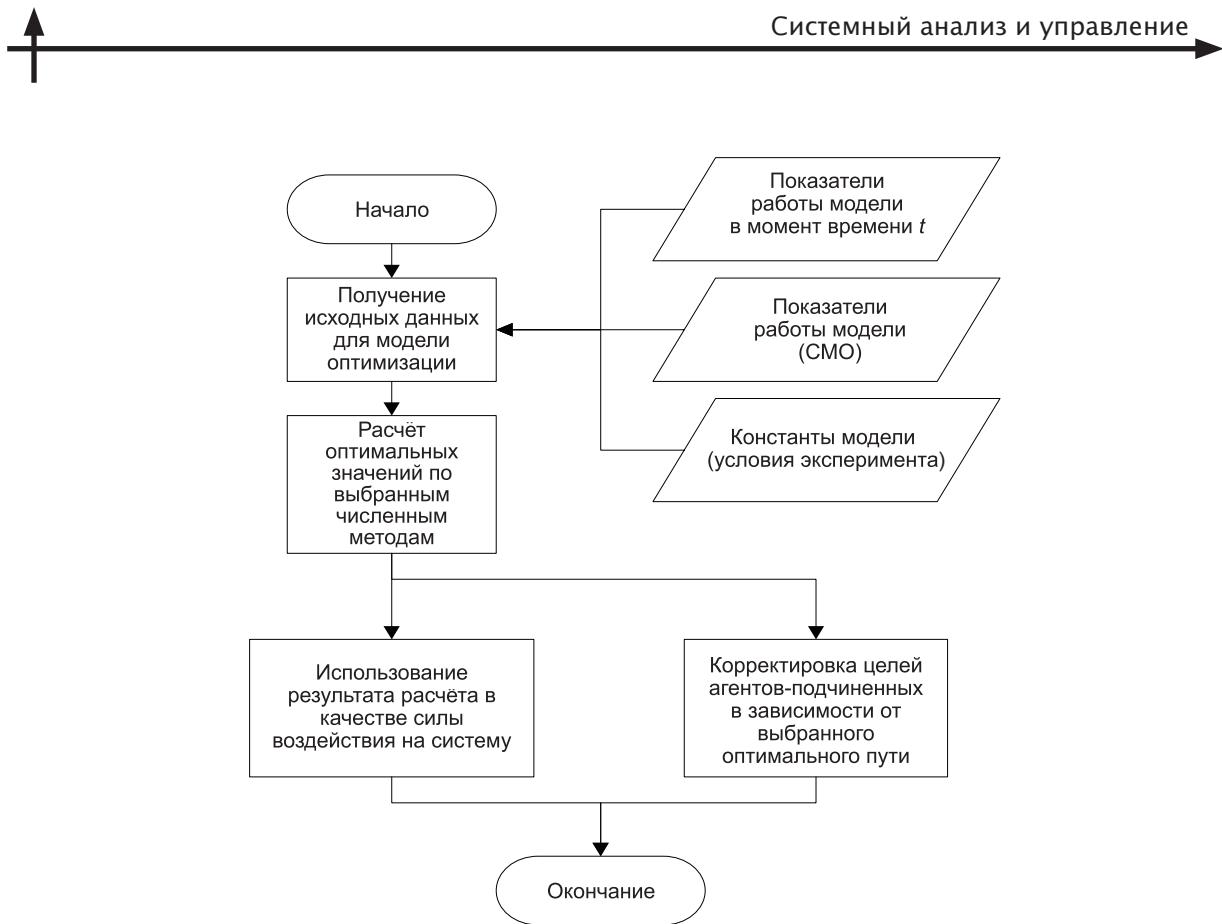


Рис. 1. Алгоритм использования численных методов в процессе моделирования

от принятого решения принимается решение о необходимом воздействии на систему.

На рис. 2 представлена блок-схема работы агента-управляющего.

Полученные действия агента в данном случае записываются в определённый буфер (*ResultBuf*), равно как и состояние системы на этом шаге для дальнейшего анализа и составления карты решений ЛПР в определённых ситуациях.

Особенностью данного подхода является то, что степень воздействия (либо же само действие) задается *не специалистом*, разрабатывающим модель, *а самой системой* в зависимости от выбранного критерия оптимальности (эффективности), что, существенно уменьшает время разработки модели, а также существенно увеличивает качество работы модели. Представление некоторых фрагментов модели в виде элементов СМО позволяет применять статистические показания, накопленные в этих элементах (таких как время обслуживания, длина очереди и т. д.) для выработки решения, а также для использования этих показателей в ЦФ агента-управляющего. Также при построении модели следует ориентироваться

на построение элементарных блоков, а потом – на составление из них общей модели (см. рис. 4).

**Пример использования.** В качестве примера можно привести простейшую модель, представленную на рис. 3, состоящую из источника заявок (*Source*), очереди (*Queue*), канала обслуживания (представленного в виде задержки *Delay*) и удаления заявок из системы (*Sink*).

**Параметры системы (Param).**  $Param = < t, q, m, u, i, t^{serv} >$ ;  $t$  – среднее время обслуживания заявки в системе, ч.;  $q$  – среднее значение длины очереди перед обслуживанием, ед.;  $m$  – количество каналов обслуживания, ед.;  $u$  – средний процент занятости каналов обслуживания, %;  $i$  – интенсивность потока входящих заявок, ч.<sup>-1</sup>;  $t^{serv}$  – время обслуживания одной заявки в канале обслуживания, ч.

**Ограничения (Restriction).**  $Restriction = < t, q, m >; t < 10; q < 15; m < 3.$

Цель агента представляет собой ЦФ следующего вида:

$$G = u > \max, \text{ при заданных ограничениях.}$$

Агент имеет возможность изменять только один параметр –  $m$  (количество каналов обслуживания).

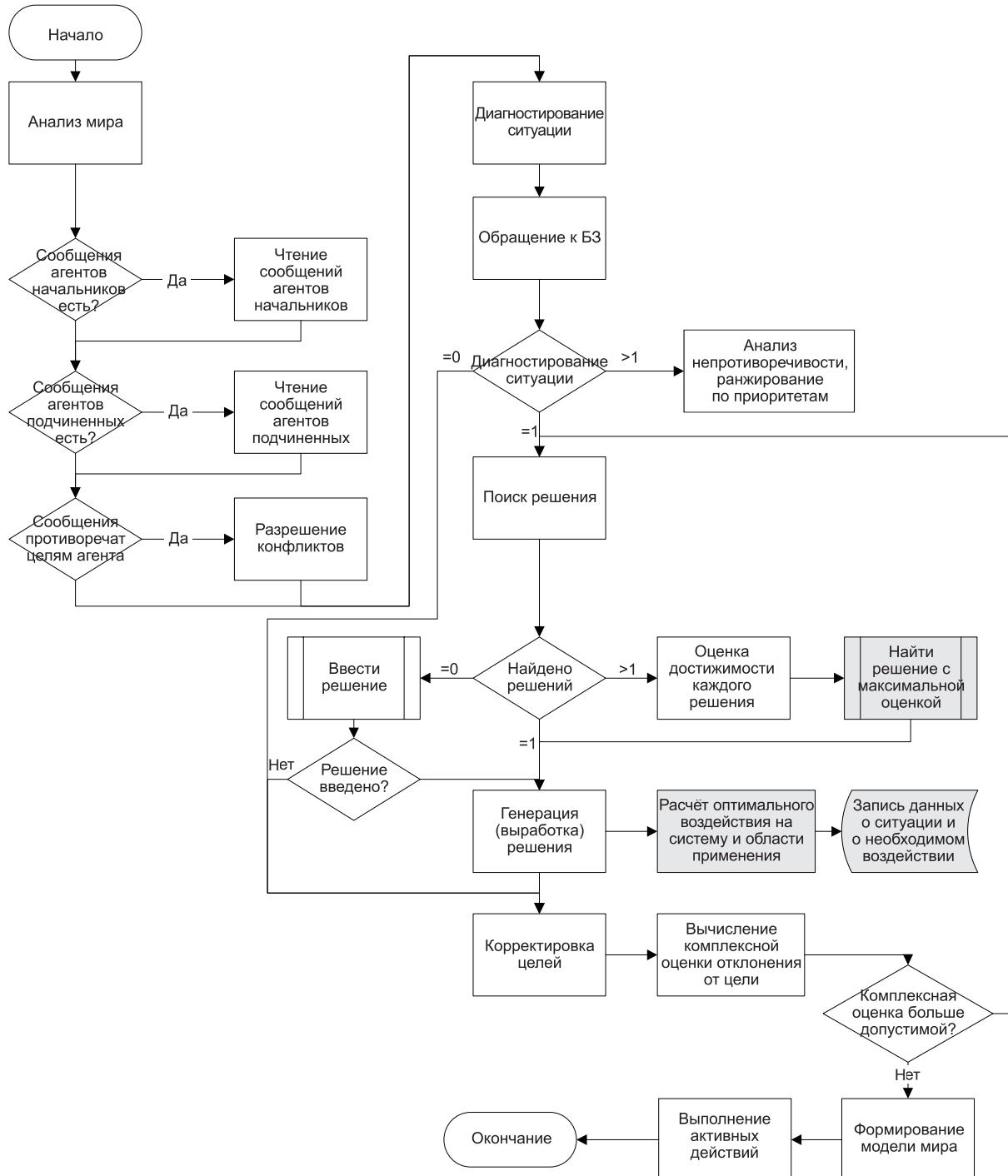


Рис. 2. Блок-схема работы агента-управляющего

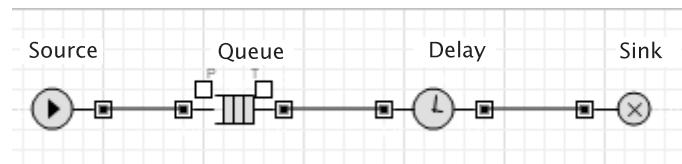


Рис. 3. Простейшая модель обслуживания



В зависимости от этого параметра уже изменяются значения  $t$ ,  $q$  и  $i$ .

Модель агента представляет собой следующий набор правил.

1. Если  $t \geq 10$  или  $q \geq 15$ , то  $m = m + 1$ . В случае, если время обслуживания или длина очереди превосходит ограничения, увеличиваем количество каналов обслуживания.

2. Если  $t < 10$  и  $q < 15$ , то  $m = m - 1$ . В случае, если все ограничения удовлетворены, то стараемся уменьшить количество каналов обслуживания (тем самым увеличивая процент занятости каналов обслуживания).

3. Если  $m \geq 3$ , то сообщить (“Ошибка. Превышение максимального количества каналов обслуживания”). В случае, если количество каналов обслуживания превосходит ограничение, следует сообщить об этом. Задача уже не может быть решена с заданными ограничениями и указанным потоком заявок.

Таким образом, агент постоянно изменяет количество каналов обслуживания, исходя из указанных ограничений и описанных целей. Можно формализовать данную задачу с помощью ЧМ и представить её в следующем виде:

Количество обслуживаемых заявок за единицу времени:  $N_{\text{обсл}} = m / t^{\text{serv}}$ .

Таким образом,  $i$  – средний процент занятости каналов обслуживания (%) будет равен:

$i = \text{MIN}(1, i / N_{\text{обсл}}) = \text{MIN}(1, i \cdot t^{\text{serv}} / m)$ . Функция на минимум выставлена для того, чтобы не получить среднюю занятость более 100 % (при небольшом количестве каналов математически это возможно).

В данном случае максимально возможное значение параметра  $i = 1$  (100 %) и можно математически посчитать оптимальное количество каналов обслуживания в любой момент времени:  $m = i \cdot t^{\text{serv}}$ .

Таким образом, набор правил агента можно заменить расчётом одной единственной функции расчёта оптимального количества каналов и округлить результат до ближайшего целого числа.

### Применение на практике

На сегодняшний день данная модель была опробована на предприятии, занимающемся продажей и сервисным обслуживанием автомобилей. На рис. 4 представлен один из блоков модели “Система управления запасами”. В качестве исходных данных для определения характеристик ЛП были использованы статистические данные, характеризующие спрос в зависимости от времени года, а также данные по фактическим срокам доставки продукции (автомобилей, автозапчастей, дополнительного оборудования) характеризующие поведение модели и определяющие работу автосалона в каждом отдельном городе. В качестве критериев эффективности были использованы:

прибыль по различным видам деятельности;  
количество обслуживаемых клиентов за определённый промежуток времени (количество продаж);  
скорость обслуживания клиентов (сроки доставки запчастей под заказ);  
эффективность использования персонала.

В результате анализа и проведённого моделирования были получены данные, которые позволили

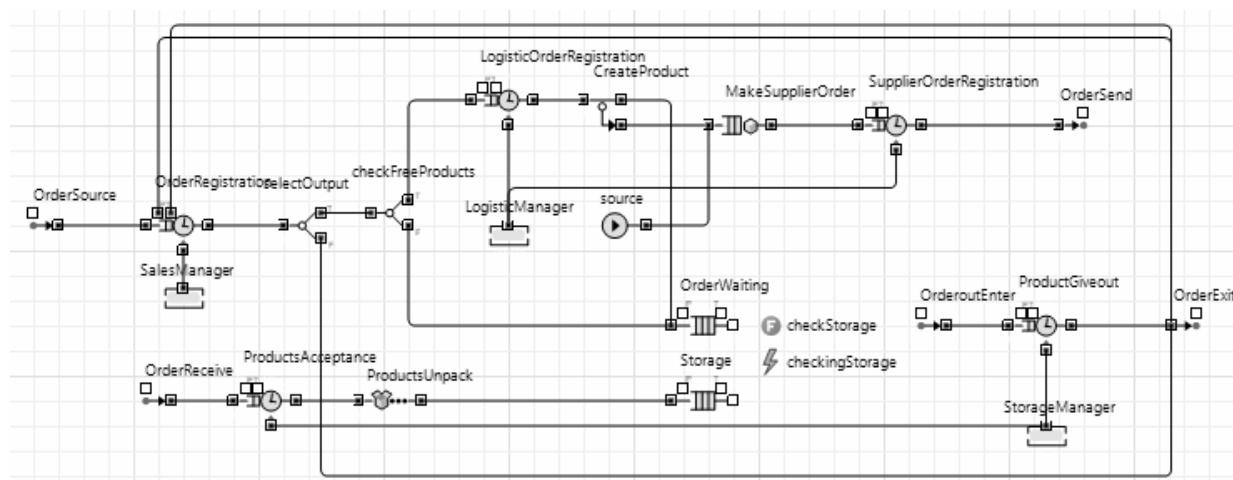


Рис. 4. Система управления запасами, построенная в системе AnyLogic



сократить текущие товарные запасы более чем на 30 % за четыре месяца, при этом оставаясь на том же уровне продаж. Были определены узкие места в доставке запчастей, что привело к увеличению количества поставщиков и, как следствие, уменьшило зависимость от задержек поставок и средний срок доставки запчастей. В результате моделирования было определено наиболее оптимальное количество персонала для обслуживания входящего потока клиентов, что привело к сокращению численности персонала без ущерба для качества обслуживания клиентов.

Использование теории СМО совместно с системами моделирования и ЧМ открывает новые возможности анализа информации и построения более точных моделей, наиболее адекватно описывающих реальные объекты окружающего мира.

У многих компаний существует реальная потребность в формализации собственных бизнес-процессов и нахождении оптимальных решений для оптимизации собственного бизнеса. Перспективой развития созданной модели и информационной системы является накопление опыта в различных отраслях бизнеса и формирование лучших практик и методик взаимодействия и описания бизнес-процессов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов А.В., Аксенов К.А., Доросинский Л.Г. Использование мультиагентных систем (МАС) для решения задач логистики и распределения ресурсов // Тр. Междунар. науч.-практ. конф. "СВЯЗЬ-ПРОМ 2006" в рамках III Евро-Азиатского Междунар. форума "СВЯЗЬ-ПРОМ ЭКСПО 2006". Екатеринбург: ЗАО "Компания Реал-Медиа", 2006.

2. Аксенов К.А., Гончарова Н.В. Динамическое моделирование мультиагентных процессов преобразования ресурсов: Монография. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2006. 311 с.

3. Аксенов К.А., Гончарова Н.В., Смолий Е.Ф. Мультиагентный подход к процессам преобразования ресурсов // IX отчет. конф. молодых ученых ГОУ ВПО УГТУ-УПИ. Екатеринбург, 2005.

4. Попов А.В., Аксенов К.А. Использование теории систем массового обслуживания в информационной системе оптимизации процессов логистики в автомобильном бизнесе // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов, 2008.

УДК 654

Л.Л. Делициын

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНТЕРНЕТА ПРИ ПОМОЩИ МОДЕЛИ ДИФФУЗИИ НОВОВВЕДЕНИЙ

Актуальность моделей распространения нововведений в неоднородной социально-экономической системе вызвана значительными отклонениями данных социологических опросов от предсказаний классических логистических моделей. Опубликованные ранее прогнозы распространения Интернета в России и других странах, построенные на основе классических трёхпараметрических логистических моделей [1,2], оказались существенно занижены. Простая экстраполяция линейного тренда количества пользователей российского Интернета на период с 2005-го по 2009-й г. [3] оказалась точнее логистических моделей. Однако данные о распространении Интернета в развитых странах и в российской столице

(рис.1 и 3) свидетельствуют о том, что приток пользователей постепенно замедляется, и линейный тренд нельзя успешно эксплуатировать долго.

Кроме того, предсказания логистических моделей противоречат данным социологических и статистических служб. В частности, данные опросов Фонда "Общественное мнение" (ФОМ) об использовании россиянами Интернета с 2002-го по 2007-й г. точнее всего описывает трёхпараметрическая логистическая модель с весьма низким потенциалом распространения среди взрослых россиян – 34 % [2]. Однако уже в 2006-м г. более половины россиян в возрасте от восемнадцати до двадцати четырёх лет пользовалась Интернетом. В таком случае, предсказанный



Рис. 1. Использование Интернета в Швеции и в США

моделью однородного общества потенциал распространения Интернета в 34 % подразумевает, что значительная часть россиян по мере взросления откажется от использования Сети. Такой вывод не подтверждается наблюдениями.

Отметим, что хотя тренд показателей проникновения Интернета во многих странах является S-образным, он не обязательно является логистическим. В этом убеждает рис. 1. Изображенные в нижней части этого рисунка цепные приrostы показателей проникновения, рассчитанные с шагом один год, не образуют симметричный “колокол”, характерный для логистической функции. Они асимметричны, с резким началом и сравнительно длинным и пологим “хвостом” справа от максимального значения цепного прироста, которое в Швеции и в США было достигнуто в 1997 г.\*. Если бы мы поставили задачу описания данных при помощи одной из S-образных кривых с малым числом параметров, то хорошее приближение можно было бы получить при помощи модели Гомперца [9, 15–16] или NUI [11, 15].

К сожалению, такие модели не помогут нам объяснить данные о распространении Интернета

в разных возрастных группах или среди лиц с разным уровнем дохода. Существенно больший объём данных можно описать и объяснить при помощи общей модели распространения нововведений, учитывающей процессы воспроизведения населения и траектории управляющих параметров [7]. Здесь уместно вспомнить дискуссию между Р. Диксоном и Ц. Грилихесом [9, 13]. Напомним, что в 1957 г. Ц. Грилихес успешно описал распространение гибридных сортов кукурузы в ряде штатов США при помощи логистической модели [12]. В 1980 г. Р. Диксон [9] дополнил новыми данными динамические ряды, использованные Ц. Грилихесом, и обнаружил, что модель Гомперца описывает их точнее, чем логистическая. Отвечая на критику Диксона, Ц. Грилихес [13], предложил не искать одну универсальную или наилучшую S-образную кривую, а применять модели диффузии нововведения с растущим потенциалом распространения. Мы надеемся, что этот совет Ц. Грилихеса полезен не только для моделирования распространения гибридных сортов кукурузы.

#### Учёт воспроизведения населения

Мы используем модель распространения Интернета в неоднородном обществе и идентифицируем её параметры при помощи данных социологических опросов ФОМ и ВЦИОМ об использовании Интернета в России и в Москве.

\* Примечательно, что в 1997 г. Интернет использовало 37 % населения США (рис. 1), и это заставляет вспомнить о модели Гомперца. В точке перегиба, т. е. в точке максимальной скорости роста, значение модели Гомперца составляет  $1/e = 0,37$ . Сплошные линии на рис. 1 представляют результаты расчётов по модели Гомперца.



По данным опросов ВЦИОМ, проведенных в сентябре и ноябре 2008 г., доля пользователей Интернета среди взрослых россиян (в возрасте восемнадцати лет и старше) составила от 31 % до 35 %. По данным ФОМ, собранным осенью 2008-го, полная взрослая аудитория также достигла уровня 30 % [6]. В частности, для возрастной группы от восемнадцати до двадцати четырех лет проникновение Интернета по данным как ВЦИОМ, так и ФОМ, составило 63 %. В сентябре 2009-го ВЦИОМ сообщил о стагнации проникновения Интернета среди взрослых россиян на уровне 32 %, а ФОМ по итогам летних опросов получил величину 35 %.

Важным фактором будущего роста распространения Интернета стало подключение в 2006–2008 г.г. всех российских школ к Сети в рамках национального проекта “Образование”. В случае продолжения действия этой программы, в ближайшие годы российские выпускники будут вступать во взрослую жизнь, обладая навыками использования Интернета. В благоприятных экономических условиях от применения этого нововведения молодые россияне уже вряд ли откажутся.

Уравнения одностадийного процесса распространения нововведений с учётом взросления, рождаемости и смертности, которые можно рассматривать как частный случай общих уравнений социальной динамики, получены нами в [7].

Пусть непрерывная переменная  $\pi$  соответствует дате рождения индивида. Совокупность индивидов, рожденных в момент  $\pi$ , будем называть поколением. Кроме того, разделим общество на два однородных непересекающихся сегмента по полу (мужчины и женщины).

Одностадийные модели распространения нововведений являются частным случаем общих моделей социальной динамики. Их специфика проявляется в том, что в каждый момент времени  $t$  каждый  $i$ -й сегмент каждого поколения  $\pi$  разбивается на три непересекающихся подмножества, в зависимости от использования нововведения. Численности этих подмножеств удовлетворяют уравнению:

$$K_i(t, \pi) = X_i(t, \pi) + Y_i(t, \pi) + Z_i(t, \pi),$$

где  $X_i(t, \pi)$ ,  $Y_i(t, \pi)$ ,  $Z_i(t, \pi)$  – численности существующих пользователей, потенциальных пользователей и представителей “недоступного” подмножества – тех, кто никогда не станет использовать нововведение. Многостадийные модели распро-

странения требуют выделения большего числа подмножеств.

По данным ФОМ [6], осенью 2008 г. 33 % населения России в возрасте от двенадцати лет и старше заявили, что не намерены пользоваться Интернетом. Таким образом, можно предположить, что недоступное подмножество осенью 2008 г. не было пустым. В простейших моделях распространения инноваций численность представителей недоступного подмножества постоянна, а в более сложных – убывает с течением времени, по мере роста доступности нововведения в ходе технического прогресса (например, как результат снижения стоимости доступа или начала предоставления услуги в регионе).

Изменение численности выделенных подмножеств во времени удовлетворяет уравнениям баланса:

$$\begin{aligned} \frac{dX_i}{dt} &= h_i Y_i - \mu_i X_i, \\ \frac{dY_i}{dt} &= -h_i Y_i + f_i(t, \pi, u(t)) - \mu_i Y_i, \\ \frac{dZ_i}{dt} &= -f_i(t, \pi, u(t)) - \mu_i Z_i, \end{aligned} \quad (1)$$

с так называемыми нелокальными граничными условиями:

$$Y_i(t, 0) = \sum_{j=1}^J c_{ij} \int_0^\infty B_j(t, \pi) K_j(t, \pi) d\pi,$$

и ограничениями на параметры  $\sum_{i,j=1}^J c_{ij} = 1$ ,  $c_{ij} \geq 0$ ,

где  $B_j(t, \pi)$  – рождаемость в поколении  $\pi$  сегмента  $j$  в момент времени  $t$ ;  $\mu_i(t, \pi)$  – интенсивность смертности;  $h_i(t, \pi)$  – функция риска, т. е. вероятность того, что потенциальный пользователь в момент  $t$  станет пользователем;  $f_i(t, \pi, u(t))$  – число переходов из “недоступного” подмножества в подмножество потенциальных пользователей в единицу времени;  $u(t)$  – “траектория” управляемых параметров (например, цены нововведения) во времени; коэффициенты  $c_{ij}$  определяют доли сегментов (в частности, мальчиков и девочек) среди новорожденных.

Наша модель является одностадийной, поэтому слагаемое, описывающее численность перешедших из сегмента потенциальных пользователей в сегмент реальных пользователей, имеет вид произведения  $h_i(t, \pi) Y_i(t, \pi)$  и не включает каких-либо временных задержек. Таким образом,



за малый промежуток времени  $\Delta t$  некоторое число потенциальных пользователей, доля которых составляет  $h_i(t, \pi)\Delta t$ , начинает применять нововведение. Используя одностадийную модель, мы игнорируем историю ознакомления потенциальных пользователей с инновацией, возникновения интереса к ней, желания её приобрести, а также задержку, необходимую для накопления средств на покупку товара или оплату услуги. Рождаемость и интенсивность смертности мы считаем одинаковыми для пользователей, потенциальных пользователей и недоступного подмножества. Все новорожденные считаются потенциальными пользователями.

В этой статье мы предполагаем, что влияние различных групп при межличностном общении аддитивно, поэтому используемая нами функция риска суммирует доли пользователей инновации, а их абсолютные величины:

$$h_i(t, \pi) = p_i(\pi) + \frac{1}{K(t)} \sum_{j=1}^J \int_0^\infty q_{ij}(\pi, \theta) X_j(t, \theta) d\theta.$$

Такая форма функции риска распространяет наиболее популярную в литературе, посвященной диффузии нововведений, модель Ф. Басса [8] на случай зависимости влияния пользователей на потенциальных пользователей от возрастов участников коммуникации. Полученные уравнения (в дискретной форме) были применены нами для моделирования данных ФОМ и ВЦИОМ о распространении Интернета в различных возрастных группах, отдельно для мужчин и женщин. Отметим, что в [4] к данным ФОМ о распространении Интернета в возрастных группах была применена логистическая модель Ферхюльста-Перла.

Определяя неизвестные параметры системы уравнений (1), мы предположили, что структура общения и взаимного влияния в обществе однородна и постоянна во времени:

$$q_{ij}(\pi, t) \equiv q,$$

а отличаются только потенциалы распространения Интернета в различных возрастных когортах. Эти потенциалы, а также начальный уровень распространения  $x_i(0)$  и параметр  $q$  были определены в ходе решения обратной задачи. Оказалось, что модель с параметром  $q$ , постоянным во всех возрастных группах, не позволила адекватно описать данные опросов, поэтому в окончательной версии модели восприимчивость к нововведению

линейно возрастает от 0 до  $q$  по мере взросления с семи до семнадцати лет, а в более старших возрастных группах остается постоянной.

После идентификации параметров модели у нас появляется возможность построения прогнозов показателей распространения Интернета в России и отдельных регионах.

### Подключение школ

Первый из опубликованных нами прогнозов (рис. 2) учтывал интернетизацию школ, но предполагал консервацию текущей стоимости доступа к Интернету для частных лиц [7]. Для упрощения расчётов предполагалось, что с осени 2007 г. все подростки в возрасте от двенадцати до восемнадцати лет начали использовать Интернет и, более того, привлекать в Сеть взрослых. Это предположение оказалось слишком смелым. По данным опросов, проведённых ФОМ летом 2008 г., лишь 75,5 % подростков в возрасте от четырнадцати до семнадцати лет используют Интернет хотя бы раз в полгода, дома или в школе. Этот показатель возрастает в Москве до 97,4 %, и убывает с размерами населенного пункта, снижаясь до 59,9 % в селах. Около трети (32 %) учащихся старше двенадцати лет заявили, что не имеют возможности пользоваться Интернетом в учебном заведении, и лишь 30 % сообщили, что могут выйти в Интернет не только на специальных занятиях, но и по необходимости [6].

Тем не менее, проникновение Интернета среди подростков уже существенно превосходит уровень проникновения среди взрослых (равный 32–35 %), и мы полагаем, что описанные выше расхождения не слишком сильно сказываются на результатах наших расчётов, тем более, что, к сожалению, сами подростки пока сравнительно малочисленны. На рис. 2 кружками и треугольниками изображены данные ФОМ и ВЦИОМ о проникновении Интернета в отдельных возрастных группах. Закрашены только те кружки и треугольники, которые соответствуют агрегированным данным, относящимся к населению России в возрасте восемнадцати лет и старше, а символы, соответствующие отдельным возрастным группам, не закрашены. «Синтетические данные», т. е. результаты численного моделирования изображены сплошными линиями. Возрастные группы, к которым относятся кривые, указаны при помощи меток. В частности, метка “18+” означает

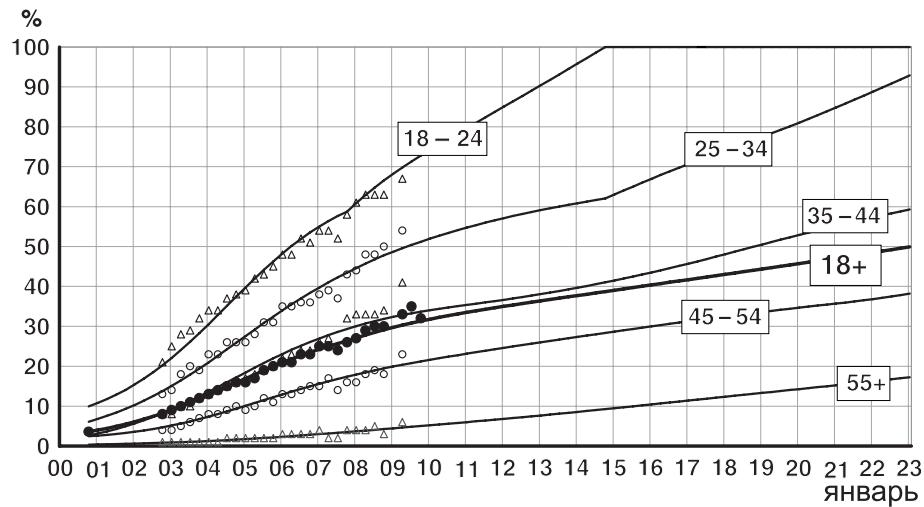


Рис. 2. Модель распространения Интернета в различных возрастных группах с учётом интернетизации школ

“население России в возрасте восемнадцати лет и старше”.

При условии полной интернетизации российских школ, уровень распространения Интернета в возрастной категории от восемнадцати до двадцати четырех лет достигнет 100 % уже в 2014 г. Однако на средний уровень распространения Интернета среди взрослой части населения это почти не влияет. Таким образом, школьный Интернет – необходимое, но не достаточное условие движения страны к информационному обществу.

### Интернет в Москве

На рис. 3 изображены данные ФОМ и ВЦИОМ о распространении Интернета среди взрослых,

сплошными линиями показаны результаты моделирования. В Москве, так же, как в Швеции и США (рис. 1), период роста доли пользователей Интернета среди взрослого населения с 10–15% до 60 % составил восемь лет. В соответствии с предсказанием модели, в последующие семь–восемь лет в Москве этот показатель должен вырасти до 70 %. В США и Швеции аналогичный переход занял всего лишь три года, вследствие быстрого подключения к Сети старших возрастных групп. Так, в Швеции в 2008 г. Интернетом пользовались 73 % жителей в возрасте от пятидесяти пяти до шестидесяти четырех лет и 38 % – старше шестидесяти пяти лет [10]. Но как показывает наша модель, “естественным путём”,

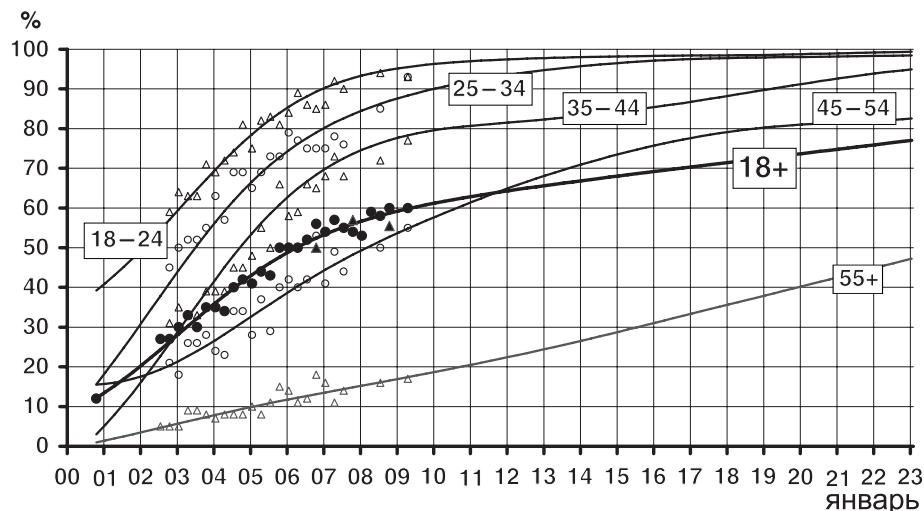


Рис. 3. Модель распространения Интернета в Москве

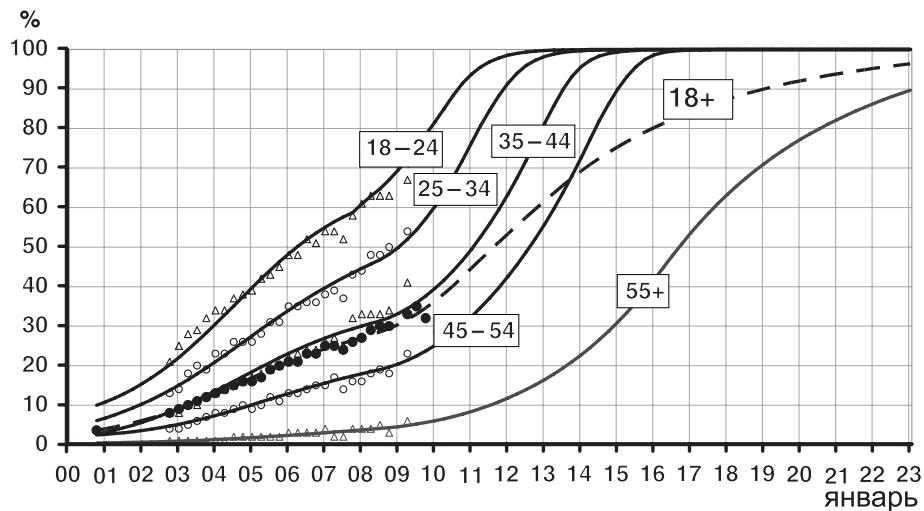


Рис. 4. Модель распространения Интернета в различных возрастных группах с учётом интернетизации школ и снижения стоимости доступа

без проведения специальных мероприятий по обучению пожилых людей использованию Интернета, в Москве уровень проникновения Интернета в группе лиц старше пятидесяти пяти лет достигнет 40 % только к 2020 г. Внутренний “цифровой разрыв” между поколениями оказывается даже в российской столице.

Уточним, что при моделировании распространения Интернета среди взрослых москвичей мы не рассматривали отдельно распространение Сети среди школьников. Уровень проникновения Интернета в возрастной группе от восемнадцати до двадцати четырех лет уже летом 2007 г. составил 90 %, таким образом, эффект перехода обученных использованию Сети школьников в эту возрастную группу не может быть велик.

### Сценарий быстрого роста

Несомненно, рост благосостояния в последнее десятилетие сделал Интернет доступнее для россиян. Однако уповать на то, что в ближайшие годы темпы этого роста сохранятся на прежней высоте, более не приходится. При постоянном или снижающемся уровне благосостояния существенно повысить уровень проникновения Интернета в России могло бы относительное снижение цен на доступ в Интернет. Альтернативой снижению цен может быть существенный рост полезности Интернета для жителей российских регионов.

Как показывает современная история распространения технологий, в некоторых случаях при снижении темпов прироста финансовых или натуральных показателей компаний ищут пути уде-

шевления товаров или услуг для конечных пользователей, чтобы увеличить потенциал рынка. Так, в 1999 г., когда мобильной связью в России пользовались в основном обеспеченные слои населения, крупные операторы сотовой связи, ощущив замедление роста своих абонентских баз, приняли решение о выводе услуги мобильной связи на массовый рынок и радикально снизили стоимость минуты разговора. В результате, рост числа пользователей возобновился, их доля в 2000 г. достигла 2 %, а сейчас личными сотовыми телефонами владеют более 70 % взрослых россиян. То же произошло с широкополосным доступом (ШПД) в Интернет в мегаполисах: волна снижения цен на ШПД прошла в Москве, а, начиная с 2007 г., целый ряд провайдеров выступал с такими же инициативами и в регионах.

При снижении стоимости доступа в Интернет рост численности его пользователей мог бы заметно ускориться (рис. 4). По нашим расчётам [17], если бы, начиная с весны 2008 г., доступ дешевел на 5 % в квартал, то половина взрослых россиян начала бы пользоваться Интернетом уже к концу 2011 г. При этом требуется снижение стоимости доступа не только в городах-“миллионниках”, а повсеместно. Отметим, однако, что апробированных моделей ценовой эластичности потенциала рынка для интернет-индустрии нет, за исключением работы [14], где эластичность была получена в ходе совместного моделирования падения цен и роста количества подключенных к Сети хост-компьютеров в странах ОЭСР, поэтому полученную оценку нельзя считать вполне надёжной.

### Сценарий отложенного роста

Как свидетельствуют публикуемые прессой заявления компаний, в 2009 г. повсеместное снижение стоимости доступа к Интернету для частных лиц не планируется [5]. Кроме того, ряд крупных российских провайдеров уже объявил о замораживании инвестиций в строительство широкополосного доступа в Интернет в регионах, в т. ч. и в крупнейших городах-миллионниках. Те компании, которые не объявили об этом прямо, сообщают о “пересмотре временных рамок”. В то время как московские провайдеры выражают осторожную надежду, что жители столицы не откажутся от Интернета, многие аналитики обосновывают сворачивание строительства ШПД в регионах неизбежным падением спроса. В последнем случае вероятнее динамика развития российского Интернета, изображённая на рис. 5.

Более того, в условиях рецессии растёт вероятность стагнации российского Интернета [7], которая неизбежна без обучения школьников использованию Интернета. Такой сценарий ещё год назад казался невозможным, однако, сейчас представляется вполне вероятным, поскольку региональные власти могут не найти миллиард рублей для инвестиций в отдалённое будущее.

### Опыт стран Латинской Америки

Как свидетельствует опыт латиноамериканских стран, близких к РФ по среднедушевому ВВП, сворачивание инвестиций и отсутствие кон-

куренции в начале XXI в. привели к замораживанию стоимости инфокоммуникационных услуг. По окончании экономической рецессии, по мере роста доступности кредитов и смягчения инвестиционного климата, транснациональные телекомы (Telefonica, TelMex) отважились инвестировать в развитие региональных рынков. Обострение конкуренции в латиноамериканских странах (как правило, в форме дуополии) в 2003–2004 г.г., приводило к существенному снижению стоимости доступа, достаточному, чтобы привлечь на рынок массового потребителя.

На рис. 6 можно наблюдать, как после окончания рецессии в 2003–2004 г.г. не только возобновился быстрый рост количества абонентов мобильной связи, но и заметно оживилось распространение Интернета в трёх наиболее благополучных латиноамериканских странах – Чили, Аргентине и Уругвае. В то же время, для жителей бедных стран, таких как Сальвадор, доступ к Интернету, по-видимому, остался слишком дорогим. При построении рис. 6 использованы данные Международного союза электросвязи (МСЭ).

Для предотвращения продолжительной стагнации в использовании Интернета в России, необходимо обеспечить бесперебойное финансирование доступа российских школ к Интернету. Только при обеспечении обучения школьников использованию Интернета и предполагаемом возобновлении инвестиций в региональный Интернет к 2011 г. можно надеяться на достижение 50-процентной планки проникновения Интернета в России к 2014 г.,

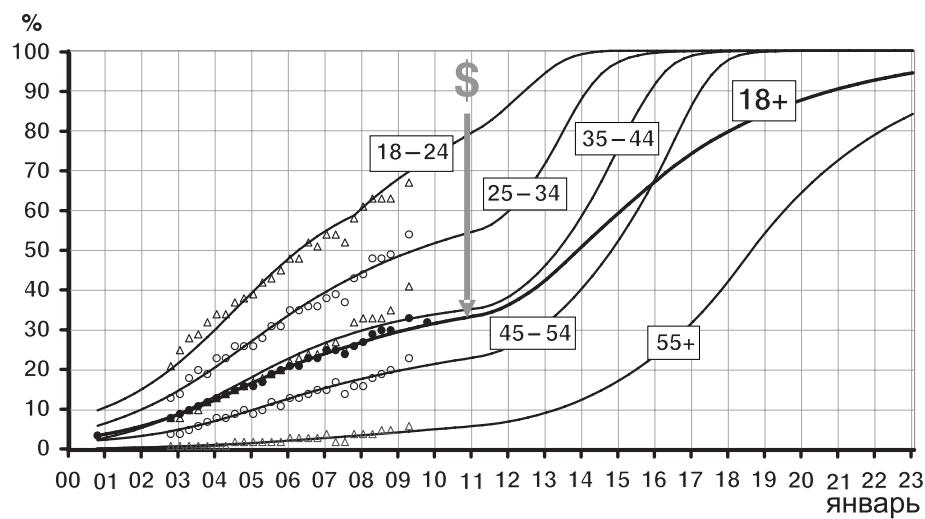


Рис. 5. Модель распространения Интернета в различных возрастных группах в условиях замораживания регионального развития

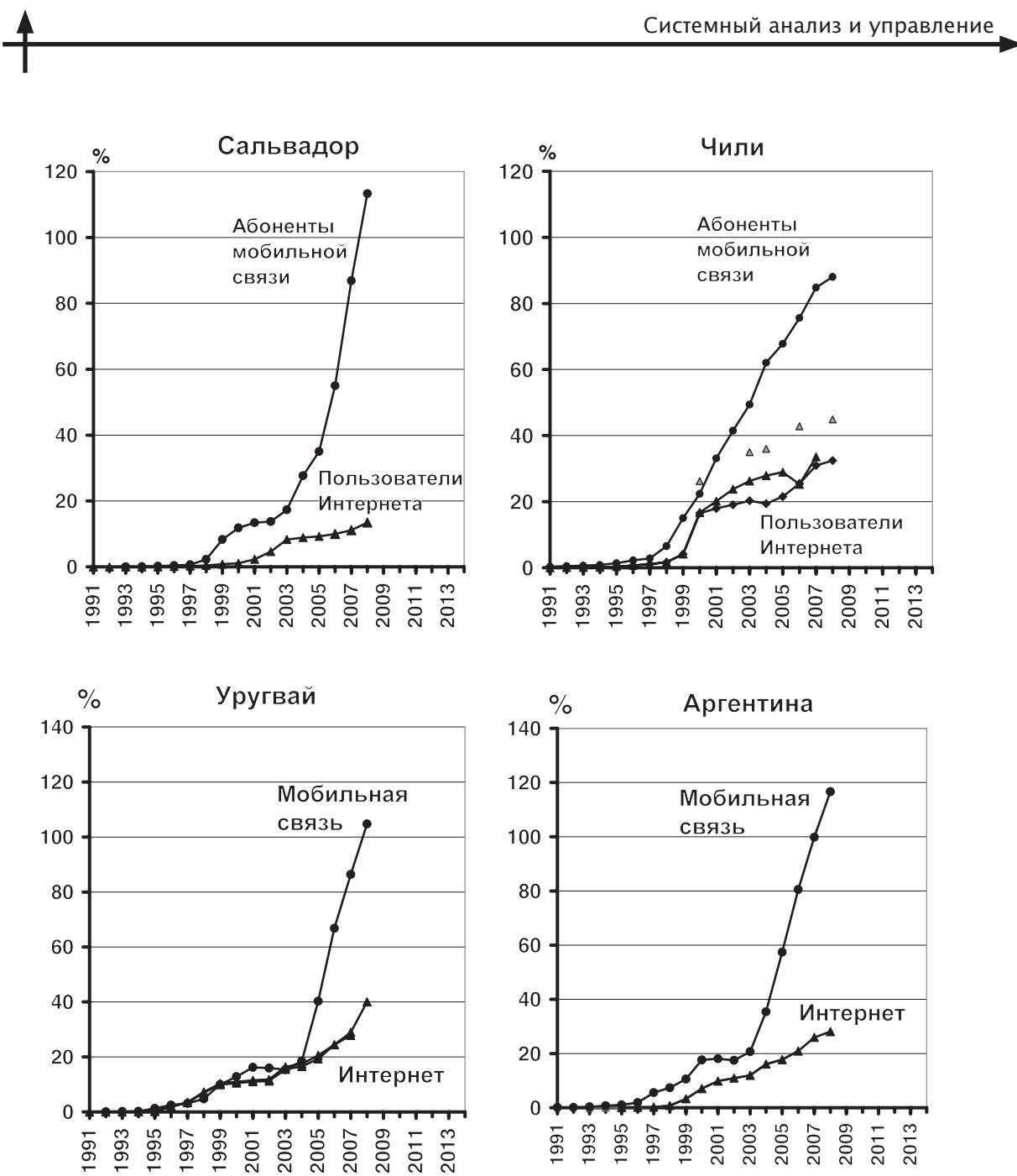


Рис. 6. Динамика распространения мобильной связи и Интернета в четырёх странах Латинской Америки

ко времени встречи гостей Зимней Олимпиады. В противном случае достижение этого уровня будет отложено до 2023 г.

#### Направления совершенствования модели

Перечислим теперь задачи, решение которых способствовало бы совершенствованию предлагаемой нами модели.

1. В нашей работе предполагалась однородная структура влияния, при которой люди воздействуют друг на друга, вне зависимости от возраста ком-

муниканта и реципиента. Такая структура, бесспорно, чрезмерно упрощена. Нужны дополнительные данные, которые смогли бы наложить ограничения на структуру коммуникаций и влияния в системе.

2. Необходимо собрать и использовать данные о динамике стоимости доступа к Интернету в российских регионах. Необходимы также измерения ценовой эластичности спроса в каждой из возрастных групп. Может оказаться, что старшие возрастные группы нечувствительны к ценам на доступ, и при снижении цен на доступ всё равно не будут

использовать Интернет, поскольку основным препятствием для них является, например, отсутствие компьютера или неумение им пользоваться.

3. Необходимо учесть монотонный рост уровня благосостояния россиян в прошедшем десятилетии, который влиял на значения параметров модели (в первую очередь, на потенциалы распространения нововведения), и который был прерван мировым финансовым кризисом. Без такого учёта в параметрах модели остаются неизвестные нам смещения, например, может оказаться завышенным параметр имитации.

4. Необходимо построить единую модель, учитывающую географическую неоднородность общества, в которой в качестве отдельных сегментов будут явно выделены мегаполисы, крупные и малые города и сёла.

5. Данные ФОМ и “Левада-центра” об осведомленности и наличии желания использовать

Сеть позволяют построить многостадийную модель распространения Интернета. Многостадийные модели позволяют лучше ограничивать параметры и строить более надёжные прогнозы.

6. Важно понять, способна ли модель “атомизованного” общества описывать общество, в котором существует такая ячейка, как домохозяйство. Эта ячейка может принимать решение коллективно и способна ускорять процесс обучения, при этом эффективно удешевляя доступ для своих членов.

При решении указанных задач могут быть полезны статистические данные о распространении Интернета не только в России, но и в других странах или регионах мира, которые сегодня зачастую легко доступны. Однако для построения количественных моделей потребуются сведения о государственных программах подключения школ к Интернету и динамике стоимости доступа к Сети в исследуемых регионах.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Делицын Л.Л., Засурский И.И. Состояние российского Интернета на сегодняшний день // Маркетинг в России и за рубежом 2003. № 2. С. 80–86.
2. Галицкий Е.Б. Не исключено, что нас ждет пессимистический сценарий развития Интернета // Интернет-маркетинг. 2007. № 1(37). С. 10–25.
3. Казанцев С.Ю., Фролов И.Э. Условия и потенциал развития российского инфокоммуникационного комплекса // Проблемы прогнозирования. 2006. № 4. С. 80–97.
4. Левин М.И., Галицкий И.Б., Ковалева В.Ю., Щепина И.Н. Модели развития Интернета в России // Интернет-маркетинг. 2006. № 4.
5. Операторы предполагают снижать объёмы строительства сетей ШПЛ / Современные телекоммуникации России. URL: <http://www.telecomru.ru/article/?id=5090&PHPSESSID=811b2506b328a071e3228cd2e3818bd3> (02. 12. 2008).
6. Ослон А.А. Российский Интернет: реалии и возможности // Доклад на круглом столе Института современного развития. URL: <http://bd.fom.ru/pdf/int0209.pdf> (18. 02. 2009).
7. Юрина Э.А., Делицын Л.Л. “Эпидемиологические” модели распространения мобильной связи и Интернета в России // Интернет-маркетинг. 2008. № 1 (43). С. 2–15.
8. Bass F.M. A new product growth for model consumer durables // Management Science. 1969. Vol. 15. P. 215–227.
9. Dixon R. Hybrid corn revisited // Econometrica. 1980. Vol. 48. № 6. P. 1451–1461.
10. Findahl O. The Internet in Sweden / World Internet Institute. 2008.
11. Fornerino M. Internet adoption in France // The Service Industries Journal. 2003. Vol. 23. Issue 1. P. 119–135.
12. Griliches Z. Hybrid Corn: An Exploration in the Economics of Technological Change // Econometrica. 1957. Vol. 25. P. 501–522.
13. Griliches Z. Hybrid corn revisited. A reply // Econometrica. 1980. Vol. 48. № 6. P. 1463–1465.
14. Kiiski S., Pohjola M. Cross-country diffusion of the Internet // Information Economics and Policy. 2002. Vol. 14. Issue 2. P. 297–310.
15. Mahajan V., Peterson R.A. Models for innovation diffusion / Sage Publications, 1985. 2004. 88 p.
16. Vanston L.K., Hodges R.L. Technology forecasting for telecommunications // Telektronikk. 2004. № 4. P. 32–42.
17. Делицын Л.Л. Чтобы поднять аудиторию, надо уронить цены // Информкульерсвязь, 2008. № 11. С. 45–47.



# Вычислительные машины и программное обеспечение

УДК 681.3.06

П.А. Павлов

## ЭФФЕКТИВНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В МАСШТАБИРУЕМЫХ СИСТЕМАХ

Масштабируемость (scalability) является одним из важнейших требований к современным вычислительным системам, вычислительным комплексам, базам данных, маршрутизаторам и т. д. Она подразумевает способность системы увеличивать свою производительность при добавлении аппаратных и программных ресурсов. В настоящее время вопросы масштабирования находятся в поле зрения как разработчиков параллельных многопроцессорных систем (МС), так и распределённой среды метакомпьютинга [1]. В таких вычислительных системах использование общего программного ресурса затрудняется из-за автономности процессорных узлов и отсутствия единой политики администрирования. Общим свойством, обеспечивающим возможность повышения производительности масштабируемых вычислительных систем, является распределённость процессов вычислений и данных с использованием принципов структурирования и конвейеризации [2]. Всё это заставляет задуматься над новыми принципами организации вычислений и распределения ресурсов, созданием эффективного аппаратного и программного обеспечения, обеспечением однозначности результата выполнения программ, эффективном планировании и распределении вычислительных процессов [3]. В связи с этим особую актуальность приобретают задачи построения и исследования математических моделей распределённых вычислительных систем.

### Математическая модель масштабируемой системы распределённых вычислений

Конструктивными элементами для построения математической модели систем распределённых вычислений являются понятия процесса и программного ресурса.

Процесс будем рассматривать как последовательность блоков (команд, процедур)  $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$ , для выполнения которых используется множество процессоров (процессорных узлов, обрабатывающих устройств, интеллектуальных клиентов). При этом процесс называется *распределённым*, если все блоки или часть из них обрабатываются разными процессорами. Для ускорения выполнения процессы могут обрабатываться параллельно, взаимодействуя путём обмена информацией. Такие процессы называются *кооперативными* или *взаимодействующими* процессами.

Понятие *ресурса* используется для обозначения любых объектов вычислительной системы, которые могут быть использованы процессами для своего выполнения. *Реентерабельные* (многократно используемые) ресурсы характеризуются возможностью одновременного использования несколькими вычислительными процессами. Для параллельных систем характерной является ситуация, когда одну и ту же последовательность блоков или её часть процессорам необходимо выполнять многократно, такую последовательность будем называть *программным ресурсом* (ПР), а множество соответствующих процессов – *конкурирующими*.

Математическая модель масштабируемой распределённой системы взаимодействующих процессов включает в себя  $p$  процессоров МС,  $n$  конкурирующих процессов,  $s$  блоков  $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$  структурированного на блоки программного процесса, матрицу  $T_p = [t_{ij}]$  времен выполнения  $j$ -х блоков  $i$ -ми конкурирующими процессами. Указанные параметры изменяются в пределах  $p \geq 2$ ,  $n \geq 2$ ,  $s \geq 2$ ,  $1 \leq i \leq n$ ,  $1 \leq j \leq s$ . Будем считать, что все  $n$  процессов используют одну копию структурированного на блоки ПР, а на множестве блоков



установлен линейный порядок их выполнения. Учитывая то, что обменные операции в параллельных распределённых системах происходят, как правило, значительно медленнее арифметических, введем в рассмотрение параметр  $\varepsilon > 0$ , характеризующий время (накладные расходы), затрачиваемые МС на организацию параллельного выполнения блоков программного ресурса множеством распределённых конкурирующих процессов.

*Определение 1.* Масштабируемая система (в дальнейшем “система”)  $n$  распределённых взаимодействующих конкурирующих процессов называется *неоднородной*, если времена выполнения блоков программного ресурса  $Q_1, Q_2, \dots, Q_s$  зависят от объёмов обрабатываемых данных и/или их структуры, т. е. разные для разных вычислительных процессов.

*Определение 2.* Система взаимодействующих конкурирующих процессов называется *одинаково распределённой*, если времена  $t_{ij}$  выполнения блоков  $Q_j, j = \overline{1, s}$ , программного ресурса каждым из  $i$ -х процессов вычислений совпадают и равны  $t_i$  для всех  $i = \overline{1, n}$ , т. е. справедлива цепочка равенств  $t_{i1} = t_{i2} = \dots = t_{is} = t_i$  для всех  $i = \overline{1, n}$ .

Будем считать, что взаимодействие процессов вычислений, процессоров и блоков структурированного программного ресурса подчинено следующим условиям: 1) ни один из блоков программного ресурса не может обрабатываться одновременно более чем одним процессором; 2) ни один из процессоров не может обрабатывать одновременно более одного блока; 3) обработка каждого блока осуществляется без прерываний; 4) распределение блоков программного ресурса

по процессорам МС для каждого из процессов осуществляется циклически по правилу: блок с номером  $j = kp + i, j = \overline{1, s}, i = \overline{1, p}, k \geq 0$ , распределяется на процессор с номером  $i$ .

Кроме того, введём дополнительные условия, которые определяют режимы взаимодействия процессов, процессоров и блоков ПР: 5) отсутствуют простой процессоры при условии готовности блоков, а также невыполнение блоков при наличии процессоров; 6) для каждого из  $n$  процессов момент завершения выполнения  $j$ -го блока на  $i$ -м процессоре совпадает с моментом начала выполнения следующего ( $j+1$ )-го блока на  $(i+1)$ -м процессоре,  $i = \overline{1, p-1}, j = \overline{1, s-1}$ ; 7) для каждого из блоков структурированного ПР момент завершения его выполнения  $l$ -м процессором совпадает с моментом начала его выполнения  $(l+1)$ -м процессором на том же процессоре,  $l = \overline{1, n-1}$ .

Условия 1–5 определяют *асинхронный* режим взаимодействия процессоров, процессов и блоков, который предполагает отсутствие простоев процессоров МС при условии готовности блоков, а также невыполнение блоков при наличии процессоров. На рис.1 представлен пример диаграммы Ганта, которая отображает выполнение  $n=4$  неоднородных распределённых конкурирующих процессов, использующих структурированный на  $s=8$  блоков ПР в МС с  $p=3$  процессорами.

Если к условиям 1–4 добавить условие 6, то получим *первый синхронный* режим, обеспечивающий непрерывное выполнение блоков программного ресурса внутри каждого из вычислительных процессов. В условиях рассма-

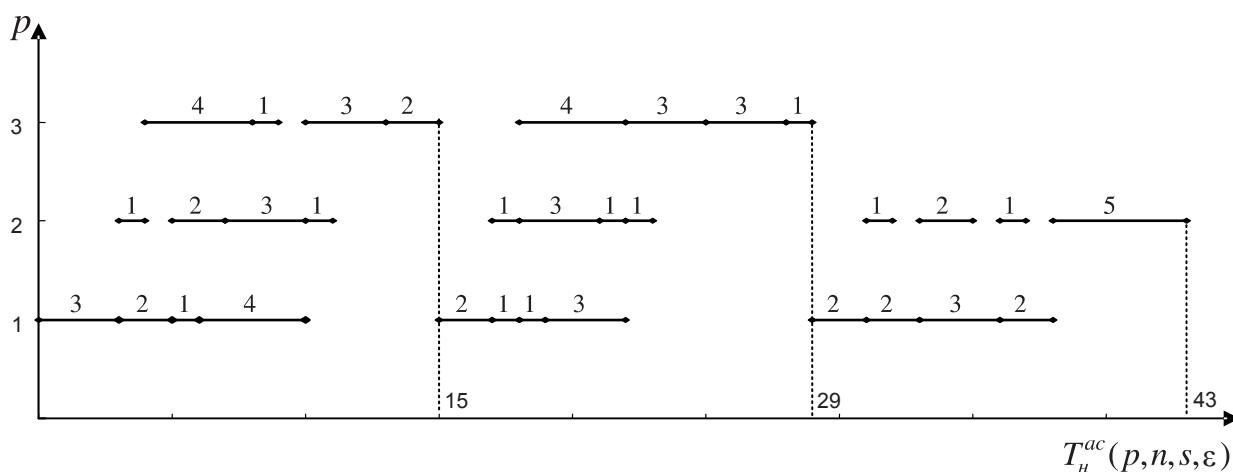


Рис. 1. Диаграмма Ганта – асинхронный режим

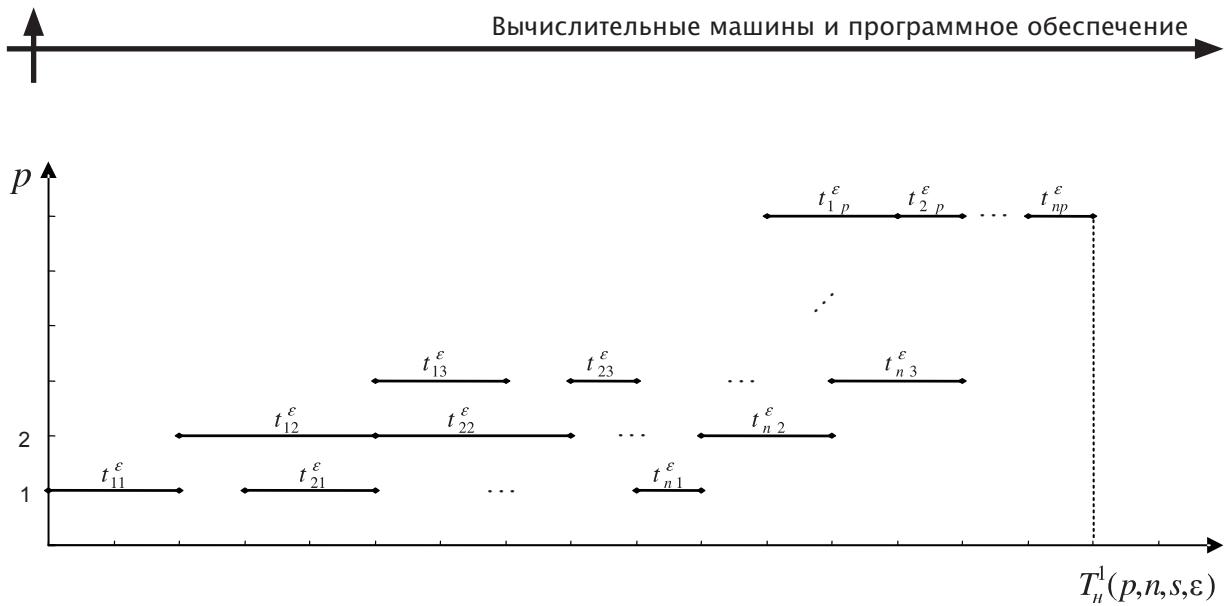


Рис. 2. Диаграмма Ганта – первый синхронный режим

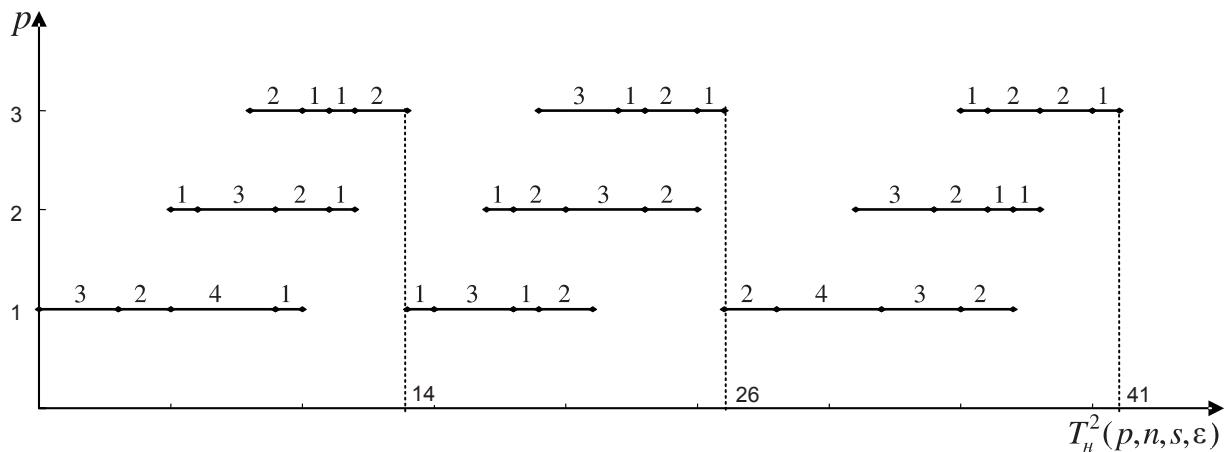


Рис. 3. Диаграмма Ганта – второй синхронный режим

тряваемого режима взаимодействие процессов, процессоров и блоков программного ресурса также удобно отображать с помощью аппарата линейных диаграмм Ганта (рис. 2).

*Второй синхронный режим*, определяемый условиями 1–4 и 7, обеспечивает непрерывное выполнение каждого блока всеми процессами. На рис. 3 рассмотрен случай для \$n=4, p=3, s=9\$.

#### Сравнительный анализ режимов организации распределённых взаимодействующих конкурирующих процессов

В [2, 4] исследованы базовые *асинхронный* и *два синхронных режима*, возникающих при организации процессов распределённых вычислений в условиях конкуренции за общий программный ресурс. Для вычисления наименьшего общего

времени выполнения множества конкурирующих неоднородных, однородных и одинаково распределённых процессов в рамках очерченных режимов получены различные математические соотношения. Определенный теоретический и практический интерес представляет задача сравнительного анализа полученных соотношений. Проведём такой анализ для класса одинаково распределённых масштабируемых систем процессов вычислений с учетом накладных расходов \$\varepsilon > 0\$.

Пусть \$\beta = \left\{ \left( t\_1^\varepsilon, t\_2^\varepsilon, \dots, t\_n^\varepsilon, T\_\varepsilon^n \right) \mid T\_\varepsilon^n \sum\_{i=1}^n t\_i^\varepsilon = t\_i + \varepsilon > 0, i = 1, n \right\}\$ – множество всех допустимых характеристических наборов систем одинаково распределённых взаимодействующих конкурирующих процессов. Выделим в \$\beta\$ подмножество характеристических наборов вида:

$$\begin{aligned} H(T_\varepsilon^n) = & \{(t_1^\varepsilon, t_2^\varepsilon, \dots, t_n^\varepsilon, T_\varepsilon^n) \in \beta \mid t_1^\varepsilon \leq t_2^\varepsilon \leq \dots \leq t_l^\varepsilon \geq \\ & \geq t_{l+1}^\varepsilon \geq \dots \geq t_n^\varepsilon, l = \overline{1, n}\}. \end{aligned}$$

Для введённого подмножества характеристических наборов справедлива следующая теорема.

**Теорема 1.** Пусть  $\delta \in H(T_\varepsilon^n)$  – характеристический набор любой одинаково распределённой масштабируемой вычислительной системы с параметрами  $p, n, s$  и накладными расходами  $\varepsilon > 0$ . Тогда в случае неограниченного параллелизма ( $2 \leq s \leq p$ ) минимальные общие времена  $T_{op}^{ac}$  и  $T_{op}^1, T_{op}^2$  выполнения множества одинаково распределенных конкурирующих процессов в асинхронном и двух базовых синхронных режимах совпадают.

**Доказательство.** Пусть  $t_l^\varepsilon = \max_{1 \leq i \leq n} t_i^\varepsilon$ , тогда для асинхронного и второго синхронного режима, обеспечивающего непрерывное выполнение каждого блока  $Q_j$  всеми  $n$  процессами для любого характеристического допустимого набора одинаково распределённой масштабируемой системы, в том числе и для любого характеристического набора  $\delta \in H(T_\varepsilon^n)$ , при ( $2 \leq s \leq p$ ), имеют место следующие равенства [2]:

$$T_{op}^{ac}(p, n, s, \varepsilon) = T_{op}^2(p, n, s, \varepsilon) = T_\varepsilon^n + (s-1)t_l^\varepsilon.$$

Пусть взаимодействие процессов, процессоров и блоков осуществляется в рамках первого синхронного режима с непрерывным выполнением блоков программного ресурса внутри каждого из вычислительных процессов. Тогда при этом режиме для любого характеристического набора из  $\beta$  в случае неограниченного параллелизма выполняется равенство:

$$T_{op}^1(p, n, s, \varepsilon) = T_\varepsilon^n + (s-1) \left( t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} \right).$$

Покажем, что для любого характеристического набора  $\delta \in H(T_\varepsilon^n)$  выполняется равенство

$$t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} = t_l^\varepsilon,$$

из которого непосредственно следует справедливость теоремы 1.

Так как  $t_l^\varepsilon = \max_{1 \leq i \leq n} t_i^\varepsilon$ , то для всех номеров  $1 \leq i \leq l \leq n$  выполняется равенство,

$$\sum_{i=2}^l \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} = 0,$$

а равенство

$$\sum_{i=l+1}^n \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} = t_l^\varepsilon - t_n^\varepsilon$$

выполняется для  $1 \leq i \leq l \leq n$ .

Следовательно, справедлива цепочка равенств

$$t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} = t_n^\varepsilon + t_l^\varepsilon - t_n^\varepsilon = t_l^\varepsilon,$$

из которой вытекает требуемое равенство. Теорема доказана.

**Теорема 2.** Для любой одинаково распределенной системы с параметрами  $p, n, s$  и накладными расходами  $\varepsilon > 0$ , характеристический набор которой не принадлежит  $H(T_\varepsilon^n)$ , при  $2 \leq s \leq p$  выполняются соотношения:

$$T_{op}^1(p, n, s, \varepsilon) > T_{op}^{ac}(p, n, s, \varepsilon) = T_{op}^2(p, n, s, \varepsilon). \quad (1)$$

**Доказательство.** Условия теоремы 2 равносильны неравенству.

$$t_n^\varepsilon + \sum_{i=2}^n \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} - \max_{1 \leq i \leq n} t_i^\varepsilon > 0.$$

Доказательство последнего проведем индукцией по числу процессов  $n$ ,  $n \geq 2$ . При  $n = 2$  множество всех допустимых характеристических наборов систем одинаково распределенных конкурирующих процессов  $\beta = (t_1^\varepsilon, t_2^\varepsilon)$  будет принадлежать классу  $H(T_\varepsilon^n)$ .

Пусть, далее, неравенство (1) выполняется при  $n = j$ , т. е.

$$t_j^\varepsilon + \sum_{i=2}^j \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} - \max_{1 \leq i \leq j} t_i^\varepsilon > 0,$$

покажем, что оно справедливо при  $n = j + 1$ . Действительно, при  $n = j + 1$  имеем:

$$\begin{aligned} & t_{j+1}^\varepsilon + \sum_{i=2}^{j+1} \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} - \max_{1 \leq i \leq j+1} t_i^\varepsilon = \\ & = t_{j+1}^\varepsilon + \sum_{i=2}^j \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} + \max\{t_j^\varepsilon - t_{j+1}^\varepsilon, 0\} - \max_{1 \leq i \leq j+1} t_i^\varepsilon. \end{aligned}$$

Рассмотрим два случая:

1.  $\max_{1 \leq i \leq j+1} t_i^\varepsilon = t_{j+1}^\varepsilon$ . Имеем:

$$\begin{aligned} & t_{j+1}^\varepsilon + \sum_{i=2}^j \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} + \max\{t_j^\varepsilon - t_{j+1}^\varepsilon, 0\} - t_{j+1}^\varepsilon = \\ & = \sum_{i=2}^j \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} + \max\{t_j^\varepsilon - t_{j+1}^\varepsilon, 0\} > 0. \end{aligned}$$



Здесь второе слагаемое равно нулю, так как  $t_{j+1}^\varepsilon \geq t_j^\varepsilon$ , а первое слагаемое больше нуля, ибо в противном случае  $\delta \in H(T_\varepsilon^n)$ , что противоречит условию теоремы 2.

2. Значение  $\max_{1 \leq i \leq j+1} t_i^\varepsilon$  находится в промежутке  $1 \leq i \leq j$ .

В этом случае имеем:

$$\begin{aligned} t_{j+1}^\varepsilon + \sum_{i=2}^j \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} + \max\{t_j^\varepsilon - t_{j+1}^\varepsilon, 0\} - \max_{1 \leq i \leq j+1} t_i^\varepsilon = \\ = t_{j+1}^\varepsilon - t_j^\varepsilon + t_j^\varepsilon + \sum_{i=2}^j \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} - \max_{1 \leq i \leq j+1} t_i^\varepsilon + \\ + \max\{t_j^\varepsilon - t_{j+1}^\varepsilon, 0\}. \end{aligned}$$

$$\text{Здесь } t_j^\varepsilon + \sum_{i=2}^j \max\{t_{i-1}^\varepsilon - t_i^\varepsilon, 0\} - \max_{1 \leq i \leq j+1} t_i^\varepsilon > 0$$

по индукционному предположению и в силу того, что  $\max_{1 \leq i \leq j+1} t_i^\varepsilon = \max_{1 \leq i \leq j} t_i^\varepsilon$ . Покажем далее, что

$t_{j+1}^\varepsilon - t_j^\varepsilon + \max\{t_j^\varepsilon - t_{j+1}^\varepsilon, 0\} \geq 0$ . Действительно, для  $t_j^\varepsilon = t_{j+1}^\varepsilon$  равенство нулю очевидно.

При  $t_j^\varepsilon > t_{j+1}^\varepsilon$  получаем  $t_{j+1}^\varepsilon - t_j^\varepsilon + \max\{t_j^\varepsilon - t_{j+1}^\varepsilon, 0\} = 0$ , а при  $t_j^\varepsilon < t_{j+1}^\varepsilon$  имеем, что  $t_{j+1}^\varepsilon - t_j^\varepsilon + \max\{t_j^\varepsilon - t_{j+1}^\varepsilon, 0\} = t_{j+1}^\varepsilon - t_j^\varepsilon > 0$ , что и требовалось доказать.

### Необходимые и достаточные условия эффективности масштабируемых систем

Выделим в классе одинаково распределённых систем взаимодействующих конкурирующих процессов *стационарных* систем.

*Определение 3.* Одинаково распределённую масштабируемую систему конкурирующих процессов назовем *стационарной*, если выполняется цепочка равенств  $t_1 = t_2 = \dots = t_n = t$ .

В теореме 1 доказано, что для систем одинаково распределённых взаимодействующих конкурирующих процессов минимальное общее время с учётом накладных расходов  $\varepsilon > 0$  для всех трех базовых режимов, в случае  $s \leq p$  совпадает и вычисляется по формуле

$$T(p, n, s, \varepsilon) = T_\varepsilon^n + (s-1)t_{\max}^\varepsilon, \quad (2)$$

$$\text{где } T_\varepsilon^n = \sum_{i=1}^n t_i^\varepsilon, t_{\max}^\varepsilon = \max_{1 \leq i \leq n} t_i^\varepsilon, t_i^\varepsilon = t_i + \varepsilon, i = \overline{1, n}.$$

Нетрудно показать, что в случае стационарной одинаково распределённой масштабируемой систе-

мы конкурирующих процессов минимальное общее время их выполнения определяется равенством

$$\bar{T}_\varepsilon = (n+s-1)t_\varepsilon, \text{ где } t_\varepsilon = T^n / n + \varepsilon, T^n = nt.$$

*Определение 4.* Одинаково распределённую систему конкурирующих процессов будем называть эффективной при фиксированных  $p, s \geq 2$ , если выполняется соотношение  $\Delta_\varepsilon(n) = sT^n - T(p, n, s, \varepsilon) \geq 0$ , где  $sT^n$  – время выполнения блоков  $Q_j, j = \overline{1, s}$  всеми  $n$  процессами в последовательном режиме.

При наличии двух эффективных одинаково распределённых масштабируемых систем взаимодействующих конкурирующих процессов будем считать, что первая более эффективна, чем вторая, если величина  $\Delta_\varepsilon(n)$  первой системы не меньше соответствующей величины второй. Для введённого подмножества одинаково распределённых систем справедливо следующее утверждение.

*Теорема 3.* Для любой эффективной одинаково распределённой системы конкурирующих процессов при  $s \leq p$  и  $\varepsilon > 0$  существует более эффективная стационарная одинаково распределённая система.

*Доказательство.* Рассмотрим любую эффективную одинаково распределённую систему. Согласно определению 3, условие её эффективности с учётом (2) записывается в виде следующего неравенства:

$$\Delta_\varepsilon(n) = (s-1)(T^n - t_{\max}^\varepsilon) - (n+s-1)\varepsilon \geq 0, \quad (3)$$

где  $t_{\max}^\varepsilon = \max_{1 \leq i \leq n} t_i^\varepsilon$ . Для любой стационарной одинаково распределённой системы имеет место равенство:

$$\bar{\Delta}_\varepsilon(n) = (s-1)(T^n - t) - (n+s-1)\varepsilon \geq 0, \quad (4)$$

где  $t = T^n / n$ .

Рассмотрим стационарную одинаково распределённую систему, в которой  $t = \min_{1 \leq i \leq n} t_i = t_{\min}^\varepsilon$ . Чтобы убедиться в справедливости теоремы 3 достаточно доказать выполнение неравенства  $\Delta_\varepsilon(n) \leq \bar{\Delta}_\varepsilon(n)$  для введённых эффективных систем. Подставив в левую и правую части последнего неравенства из (2) и (3) вместо  $\Delta_\varepsilon(n)$  и  $\bar{\Delta}_\varepsilon(n)$  соответствующие величины и проведя несложные преобразования, приходим к равносильному неравенству  $(n-1)t \leq T^n - t_{\max}^\varepsilon$ .



Докажем справедливость последнего. Пусть для определённости  $t_{\max}^n = t_l$ , тогда проверка показывает, что справедлива цепочка соотношений

$$T^n - t_{\max}^n = \sum_{i=1}^{l-1} t_i + \sum_{j=l+1}^n t_j \geq (n-1)t_{\min}^n = (n-1)t,$$

из которой следует справедливость требуемого равенства. Теорема 3 доказана.

Следующее утверждение устанавливает достаточное условие эффективности одинаково распределённой системы общего вида.

**Теорема 4.** *Если параметры  $p, n, s, \varepsilon$  одинаково распределённой масштабируемой системы взаимодействующих конкурирующих процессов удовлетворяют соотношениям:*

$$3 \leq s \leq p, \quad n = s \neq 3, \quad sn \geq 2(n+s-1), \quad 0 < \varepsilon \leq \min_{1 \leq i \leq n} t_i,$$

*то такая система является эффективной.*

**Доказательство.** Согласно (3), условие эффективности равносильно неравенству:

$$\frac{T^n - t_{\max}^n}{\varepsilon} \geq \frac{n+s-1}{s-1}. \quad (5)$$

Следовательно, для доказательства теоремы 4 достаточно убедиться в справедливости (5). Непосредственная проверка показывает, что следствием соотношений  $0 < \varepsilon \leq \min_{1 \leq i \leq n} t_i$  является цепочка неравенств:

$$\frac{T^n - t_{\max}^n}{\varepsilon} \geq \frac{(n-1)t_{\min}^n}{\varepsilon} \geq n-1, \quad (6)$$

т. к. в силу выбора  $\varepsilon$  выполняется неравенство  $t_{\min}^n / \varepsilon \geq 1$ . Далее, из  $sn \geq 2(n+s-1)$  следует справедливость неравенства:

$$n-1 \geq \frac{n+s-1}{s-1}. \quad (7)$$

Проверка показывает, что неравенство (5) является следствием неравенств (6) и (7). Таким образом, теорема 4 доказана.

Ниже формулируется и доказывается необходимое и достаточное условие существования эффективной системы одинаково распределённых конкурирующих процессов при достаточном числе процессоров  $p \geq 3$  в зависимости от величины накладных расходов  $\varepsilon$ .

**Теорема 5.** *Для существования эффективной одинаково распределённой масштабируемой системы конкурирующих взаимодействующих процессов с заданными параметрами  $p \geq 3, s \leq p$ ,*

$\varepsilon > 0$  и  $T^n$  необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

$$\varepsilon \leq \begin{cases} \phi(1 + \sqrt{s}), & \text{если } \sqrt{s} - \text{целое}, \\ \max\{\phi(1 + [\sqrt{s}]), \phi(2 + [\sqrt{s}])\}, & \text{если } \sqrt{s} - \text{нечелое}, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\phi(x) = \frac{(s-1)T^n(x-1)}{x(x+s-1)}$ ,  $[x]$  – наибольшее целое, не превосходящее  $x$ .

**Доказательство.** Согласно (4), условие эффективности любой одинаково распределённой системы конкурирующих  $n$  процессов определяется соотношениями:

$$\bar{\Delta}_\varepsilon(n) = (s-1)(T^n - t) - (n+s-1)\varepsilon \geq 0,$$

которые равносильны выполнению неравенства

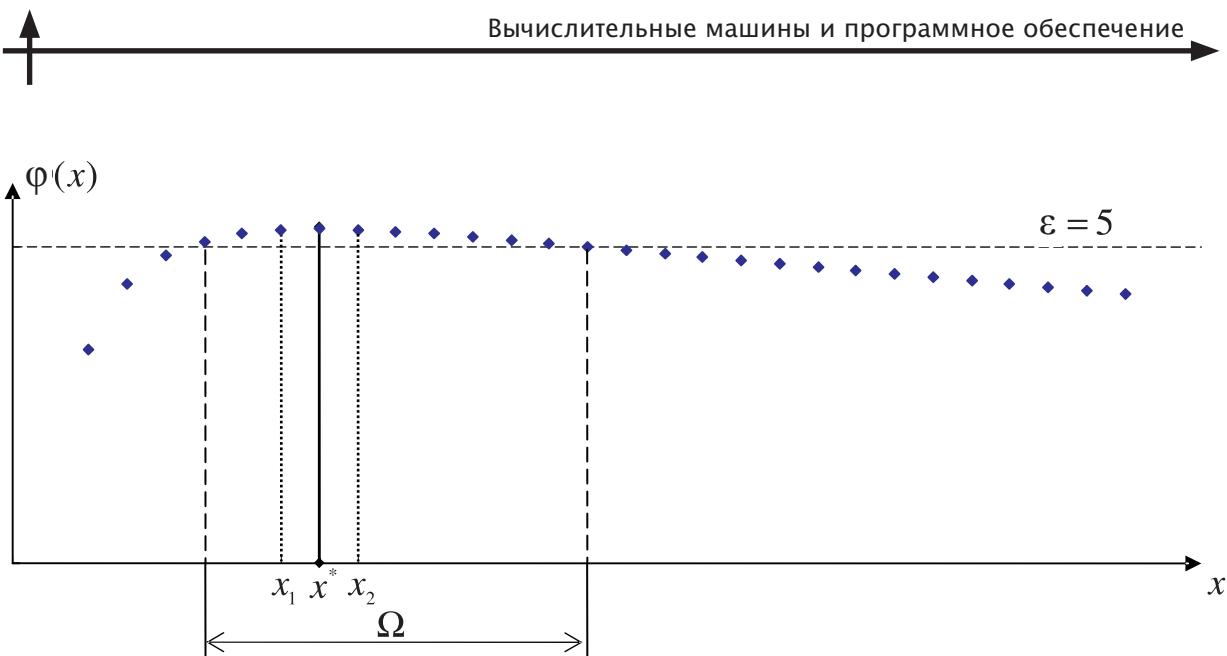
$$\varepsilon \leq \frac{(s-1)T^n(n-1)}{n(n+s-1)}. \quad (9)$$

Введем рассмотрение функцию  $\phi(x) = (s-1)T^n \times (x-1)/x(x+s-1)$ . Нетрудно проверить, что  $\phi$  достигает своего максимума в точке  $x = 1 + \sqrt{s}$  при  $x > 0$ . Положим

$$n_0 = \begin{cases} 1 + \sqrt{s}, & \text{если } \sqrt{s} - \text{целое}, \\ \max\{1 + [\sqrt{s}], 2 + [\sqrt{s}]\}, & \text{если } \sqrt{s} - \text{нечелое}. \end{cases} \quad (10)$$

Необходимость условий (8) будет доказана, если будет установлена невозможность противоположного утверждения, т. е. невозможность существования одинаково распределённой масштабируемой системы конкурирующих  $n$  процессов, для которой выполнялось бы неравенство противоположное неравенству (8) и которая была бы эффективной. Если предположить существование такой системы с  $n$  процессами, то должно выполняться соотношение  $n \neq n_0$ , т. к. выше установлено, что одинаково распределённая система с  $n_0$  процессами эффективна. Следовательно, для нее имеет место неравенство  $\varepsilon \leq (s-1) T^n (n_0 - 1) / n_0 (n_0 + s - 1)$ , в то время как для гипотетической системы с  $n$  процессами должно выполняться в силу предположения неравенство  $\varepsilon \geq (s-1) T^n (n_0 - 1) / n_0 (n_0 + s - 1)$ . Очевидным следствием полученных неравенств, является неравенство  $\varepsilon > \varepsilon$ . Полученное противоречие устанавливает необходимость условий (8).

Очевидно, такой системы нет при  $n = n_0$ , т. к., в силу определения функции  $\phi$ , для такого  $n$  выполняется неравенство противоположное неравенству (9) и, следовательно, такая система не может быть эффективной.

Рис. 4. График функции  $y = \varphi(x)$ 

В случае  $n < n_0$ , в силу определения  $n_0$ , должна выполняться цепочка неравенств вида

$$\frac{(s-1)T^n(n-1)}{n(n+s-1)} \leq \frac{(s-1)T^n(n_0-1)}{n_0(n_0+s-1)} \leq \varepsilon, \quad (11)$$

из которой следует неэффективность предполагаемой системы с  $n$  процессами в силу (9).

Наконец, если  $n > n_0$ , то следствием неравенств (9) и (10) является неэффективность предполагаемой одинаково распределённой системы конкурирующих  $n$  процессов. Полученные противоречия во всех возможных случаях доказывают необходимость условий (8).

Достаточность условий (8) непосредственно следует из наличия функции  $\varphi$  со свойством (9). Действительно, в этом случае требуемой эффективной одинаково распределённой системой является система с  $n = n_0$  конкурирующими процессами, где  $n_0$  определяется формулой (10). Теорема 5 доказана.

На рис. 4 изображен график функции  $y = \varphi(x)$ ,  $x > 0$ , при фиксированных  $s = 50$ ,  $T^n = 7$ ,  $\varepsilon = 5$ . Существование эффективной одинаково распределённой системы конкурирующих процессов определяется областью  $\Omega$ , при этом  $x_1 = 1 + [\sqrt{s}] = 8$ ,  $x^* = 1 + \sqrt{s}$ ,  $x_2 = 2 + [\sqrt{s}] = 9$ .

Полученные необходимые и достаточные условия эффективности одинаково распределённых масштабируемых систем конкурирующих взаимодействующих процессов имеют многочисленные области применения. В частности, они могут быть использованы при проектировании системного и прикладного программного обеспечения, ориентированного на масштабируемые многопроцессорные системы, вычислительные сети, а также при решении проблем оптимального использования вычислительных ресурсов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. СПб. 2002. 608 с.
2. Коваленко Н.С., Самаль С.А. Вычислительные методы реализации интеллектуальных моделей сложных систем. Мн. 2004. 166 с.
3. Топорков В.В. Модели распределенных вычислений. М. 2004. 320 с.
4. Kapitonova Yu.V., Kovalenko N.S., Pavlov P.A. Optimality of systems of identically distributed competing processes // Cybernetics and Systems Analysis. New York: Springer. 2006. P. 793–799.



УДК 004.4, 004.78, 004.05

Ю.А. Богоявленский, Д.Ж. Корзун

## ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА УДАЛЁННОГО РЕШЕНИЯ ОДНОРОДНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДИОФАНТОВЫХ УРАВНЕНИЙ В НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЦЕЛЫХ ЧИСЛАХ

Традиционно исследование диофантовых уравнений проводилось в теории чисел и дискретном анализе. Потребности приложений стимулировали развитие теорий целочисленных полиздротов и вполне двойственной целочисленности, опирающихся на введённое F. Giles и W. Pulleyblank понятие базиса Гильберта (БГ) [1]. Растёт число прикладных исследований, в которых в качестве математического аппарата применяются системы однородных линейных диофантовых уравнений с целочисленными коэффициентами и решениями в неотрицательных целых числах (одНЛДУ). Конечный и единственный БГ (не основан на понятии линейной зависимости) содержит все “неразложимые” решения, что позволяет описать множество решений системы.

Дискретные модели на основе систем одНЛДУ и их БГ (линейные диофантовы модели) применяются в различных областях, например, задача ассоциативно-коммутативной унификации [2], построение универсального тестового множества для семейства целочисленных линейных оптимизационных задач [1], параллельный доступ к кеш-памяти и массивам [3], модели маршрутов в сетях ЭВМ [4].

Практическое использование линейных диофантовых моделей требует эффективных алгоритмов нахождения БГ (НБГ) и их протестированных реализаций, но в этой области существует серьезный пробел. Известен ряд алгоритмов НБГ на основе различных математических методов: верхние границы компонент базисных решений [5], покомпонентное построение решений, начиная с нулевого [6], преобразования производящих функций [7], нахождение базисных решений с минимальным носителем и последующим построением оставшихся базисных решений как рациональных положительных комбинаций [8, 9], нахождение базиса Гребнера идеала в кольце полиномов [5] и др. Эти алгоритмы представлены без верхних оценок сложности, их реализация не проверена массовым тестированием, и они при-

менямы на практике лишь для малых размерностей (до 15..20 переменных и уравнений).

Задача НБГ является вычислительно трудоёмкой, поскольку число базисных решений может экспоненциально зависеть от размерности системы и абсолютных величин её коэффициентов (нижняя оценка сложности) [1]. Следовательно, актуальными являются исследования частных классов диофантовых систем, для которых могут быть получены эффективные алгоритмы НБГ. При этом эффективным будем считать алгоритм, сложность которого ограничена полиномиально от числа уравнений, неизвестных и базисных решений (псевдополиномиальный алгоритм). В [10–12] получен один из таких частных классов — ассоциированные с контекстно-свободными (КС) грамматиками диофантовы системы (системы одАНЛДУ).

В статье представлена программная система (ПС) Web-SynDic, разрабатываемая на кафедре информатики и математического обеспечения Петрозаводского государственного университета с 2003 года. ПС реализует через web-обозреватель доступ к двум авторским псевдополиномальным алгоритмам НБГ для систем одАНЛДУ: Syntactic [10, 11] и TransSol [12], а также к алгоритмам SlopesSys [9]), lp\_solve (<http://lpsolve.sourceforge.net/>) и GLPK (<http://www.gnu.org/software/glpk/>). ПС обеспечивает также массовое тестирование реализаций алгоритмов НБГ и их экспериментальное исследование [13].

### Однородные линейные диофантовы уравнения, ассоциированные с КС-грамматиками

Обозначим множества целых и неотрицательных целых чисел как  $\mathbf{Z}$  и  $\mathbf{Z}_+$ . Однородной системой неотрицательных линейных диофантовых уравнений (система одНЛДУ) называется ( $\mathbf{0}$  — нулевой вектор)

$$Ax = \mathbf{0}, A \in \mathbf{Z}^{n \times m}, x \in \mathbf{Z}_+^m \quad (1)$$



с  $n$  уравнениями,  $m$  неизвестными, целочисленными коэффициентами и неотрицательными целыми решениями.

Ненулевое решение системы (1) называется неразложимым, если оно не может быть представлено как сумма двух ненулевых решений этой же системы. Базисом Гильберта (БГ) называется множество всех неразложимых решений  $H = \{h^{(1)}, h^{(2)}, \dots, h^{(q)}\}$  которое конечно, единствено и определяет общее решение системы (1) как [1]

$$x = \sum_{h \in H} \lambda_h h, \quad \lambda_h \in \mathbf{Z}_+. \quad (2)$$

Перенося в каждом уравнении из (1) члены с отрицательными коэффициентами в другую часть уравнения, получаем представление  $A'x = A''x$ . С алгебраической точки зрения рассматриваемый нами класс ассоциированных с КС-грамматиками диофантовых систем получается ограничением на матрицу  $A'$  следующим образом.

Возьмём разбиение  $m$ -отрезка натурального ряда:  $I = \{I_k\}_{k=1}^n$ ,  $\bigcup_{k=1}^n I_k = \{1, 2, \dots, m\}$ ,  $I_k$  попарно не пересекаются и не пусты,  $0 < n \leq m$ . Пусть  $E = E(I) \notin \{0, 1\}^{n \times m}$ , где  $E_{ki} = 1 \Leftrightarrow i \notin I_k$ . Тогда система одАНЛДУ есть  $Ex = Ax$  для  $A \geq \mathbf{0}$ , или

$$\sum_{i \in I_k} x_i = \sum_{i=1}^m a_{ki} x_i, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Следуя [10] рассмотрим, как по КС-грамматике без терминальных символов построить (3). Случай произвольной формальной грамматики исследован в [11].

Пусть грамматика состоит из  $m$  правил  $\{r_i\}_{i=1}^m$  и  $n$  нетерминальных символов  $\{N_k\}_{k=1}^n$ . Терминальный алфавит пуст. Правила грамматики имеют вид  $r_i = (N_k \rightarrow \alpha_i)$  для  $i = 1, 2, \dots, m$ , некоторого  $k \notin \{1, 2, \dots, n\}$  и некоторой цепочки  $\alpha_i$  из нетерминалов (возможно, пустой). Тогда определим  $I_k$  как множество индексов тех правил грамматики, левая часть которых равна  $N_k$  а  $\alpha_i = |\alpha_i|_{N_k}$ , где  $|\alpha_i|_{N_k} \geq 0$  есть число вхождений  $N_k$  в  $\alpha_i$ . Таким образом, неизвестные системы (3) ассоциируются с правилами грамматики, а уравнения – с нетерминалами. Значение  $x_i$  определяет число применений правила  $r_i$  в некотором грамматическом выводе.

Существует соответствие между множеством всех решений системы (3) и множеством всех циклических выводов  $\{N_k \Rightarrow^* N_k\}$  в грамматике,

определенное следующей теоремой [10]. Здесь под простым циклом понимается циклический вывод  $N_k \Rightarrow^* N_k$  не содержащий в себе другого циклического вывода.

**Теорема 1** [Общий вид решения системы одАНЛДУ]. Вектор  $x \notin \mathbf{Z}_+^m$  является решением (3) тогда и только тогда, когда определяется числом применений правил в конечном множестве циклов  $\{N_k \Rightarrow^* N_k\}$ . Решение является базисным ( $x \notin H$ ) тогда и только тогда, когда  $x$  соответствует в точности одному простому циклу.

В [12] получено алгебраическое преобразование произвольной системы одАНЛДУ, позволяющее применять для задачи НБГ метод исключения неизвестных и уравнений. Назовём уравнение  $k$  в (3) разрешённым относительно  $L$ -неизвестных, если его можно представить в виде  $\sum_{i \in L} x_i + \sum_{i \in I_k \setminus L} x_i = \sum_{i \notin I_k} a_{ki} x_i$ , где  $L \neq \emptyset$  есть множество индексов неизвестных, которые не встречаются в оставшихся уравнениях. Пусть  $S^{(1)}$  – исходная система,  $k = 1$ .

1. Выбираем в  $S^{(k)}$  уравнение, которое можно разрешить для  $L = L_k \neq \emptyset$ . Если такого уравнения нет, то преобразование завершено. Без потери общности считаем, что выбрано первое уравнение.

2.  $S^{(k)}$  представим в виде

$$S^{(k)} = \begin{cases} \sum_{i \in L_k} x_i + \sum_{i \in I_k \setminus L_k} x_i = \sum_{i \notin I_k} a_{ki} x_i, \\ S^{(k+1)}. \end{cases} \quad (4)$$

3.  $S^{(k+1)}$  является системой одАНЛДУ, содержит на одно уравнение и  $|L_k|$  неизвестных меньше. Полагаем  $k := k + 1$  и переходим на шаг 1.

Через  $r$  итераций получаем трапециевидную форму:

$$\begin{cases} \sum_{i \in L_k} x_i + \sum_{i \in I_k \setminus L_k} x_i = \sum_{i \notin I_k} a_{ki} x_i, \quad k = 1, 2, \dots, r-1, \\ S^{(r)}. \end{cases} \quad (5)$$

При этом система (3), как показано в следующей теореме, сводится к одному из двух простых классов.

**Теорема 2** [Сведение системы одАНЛДУ]. Система  $S^{(r)}$  равносильна либо системе одАНЛДУ с одним уравнением (при  $r = n$ )

$\sum_{i \in I'} x_i = \sum_{j \in I'} a_j x_j$  для некоторого  $I' \subset \{1, 2, \dots, m\}$ , (6)  
либо симметричной системе одАНЛДУ (при  $r < n$ )

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i \in I'_k \setminus J'_k} x_i = \sum_{i \in J'_k \setminus I'_k} x_i \quad k = 1, 2, \dots, n' \\ \sum_{i \in Z} x_i = 0, \\ \sum_{i \in F} x_i = \sum_{i \in F} x_i \end{array} \right. \quad (7)$$

для разбиений  $I = \{I_1, \dots, I_n, Z, F\}$  и  $J = \{J_1, \dots, J_n, Z, F\}$  отрезка  $\{1, 2, \dots, m\}$ .

### Алгоритмы

В ПС Web-SynDic подключены два авторских алгоритма НБГ – Syntactic [11] и TransSol [12] – и алгоритм SlopesSys [9]. Последний является универсальным, позволяя решать задачу НБГ для систем одНЛДУ. Также используются алгоритмы поиска частного решения на основе методов целочисленного линейного программирования: пакеты LP\_solve и GLPK. Для автоматического построения тестовых и эталонных диофантовых систем подключены авторские алгоритмы генерации [14]: JourdanGen, GaussGen, и ExtGaussGen.

Авторские алгоритмы имеют псевдополиномиальную сложность (табл. 1) и реализованы на языке ANSI C (табл. 2). Верхние оценки сложности получены в модели вычислений с произвольным доступом к памяти (RAM). Сложность оценивается как функция от трёх параметров:  $0 < n < m$  – число уравнений и неизвестных,  $Q$  – максимальный размер БГ промежуточных систем (зависит от алгоритма). В ряде случаев вместо  $Q$  возможно использовать  $q$  (размер БГ исходной системы).

**Алгоритм Syntactic.** Задача НБГ для (3) сводится к синтаксическому разбору на основе теоремы 1. Построение грамматических выводов для базисных решений использует подвыводы (композиция выводов), соответствующие базисным решениям ряда “близких” систем, т. е. одновременно решается семейство систем. Параметр  $Q$  ограничивает максимальный размер БГ для этого семейства. Композиция выводов использует идеи алгоритмов поиска кратчайших путей в орграфе для перечисления базисных решений. Так, модификация алгоритма Дейкстры позволяет перечислить простые выводы  $N_k \Rightarrow^+ \varepsilon$ , которые определяют БГ системы  $Ex = Ax + e_k$ , где  $\varepsilon$  – пустая цепочка,  $e_k$  – стандартный единичный вектор. Далее строятся простые выводы  $N_k \Rightarrow^+ N_l$ , определяющие БГ системы  $Ex + e_l = Ax + e_k$ , как  $N_k \Rightarrow^+ aN_l \beta \Rightarrow^+ N_l$ . Модификация алгоритма Флойда–Уоршелла позволяет перечислить оставшиеся простые выводы  $N_k \Rightarrow^+ N_l$  композицией  $N_k \Rightarrow^+ N_s$  и  $N_s \Rightarrow^+ N_l$ . В альтернативном варианте простой вывод  $N_k \Rightarrow^+ N_l$  получается из  $N_k \Rightarrow^+ N_l \Rightarrow^+ \varepsilon$ . В случае  $k = l$  находим БГ (3). Отбор неразложимых решений использует ряд критериев и достаточных условий.

**Алгоритм TransSol.** Задача НБГ для (3) сводится к задаче НБГ для простых классов (6) или (7) на основе теоремы 2. В случае (6) НБГ сводится к последовательному решению уравнений Фробениуса с единичными коэффициентами:  $\sum_{i \in I} x_i = a_j$  для каждого  $j \notin I$ . Система (7) определяет циркуляцию потока в некотором орграфе, сводя задачу НБГ к поиску простых контуров.

Таблица 1

#### Оценки сложности авторских алгоритмов НБГ и генерации

	Алгоритм	Сложность	
		временная	ёмкостная
НБГ	Syntactic (модификация алгоритма Флойда–Уоршелла)	$O(m^2 n^2 Q^3)$	$O(mn^2 Q)$
	Syntactic (анализ выводов $N_k \Rightarrow^+ N_l \Rightarrow^+ \varepsilon$ )	$O(m^2 n Q^3)$	$O(mn Q)$
	TransSol (преобразование к трапециевидной форме)	$O(mn Q^2)$	$O(m Q)$
Генерация	JourdanGen (системы с БГ из $q = m - n$ стандартных единичных векторов)	$O(m^2)$	$O(mn)$
	GaussGen (системы с БГ из $q = m - n$ (0,1)-векторов)	$O(mn(m - n))$	$O(m^2)$
	ExtGaussGen (системы, сводящиеся к уравнению (6), без ограничений на $q$ и компоненты базисных решений)	$O(mnq)$	$O(m(n + q))$



БГ исходной системы вычисляется подстановкой базиса: выполняются шаги преобразования к трапециевидной форме в обратном порядке. При этом задача НБГ для очередной системы  $S^{(k)}$  сводится к уравнению вида (6), а  $Q$  ограничивает размер его базиса для всех  $k = 1, 2, \dots, r - 1$ . На каждом шаге прямым перебором исключаются разложимые решения. Однако в [14] получены классы систем одАНЛДУ, где такой отсев не требуется.

**Алгоритм SlopesSys.** Универсальный алгоритм НБГ для (1). Находятся базисные решения с минимальным носителем [8]. Оставшиеся решения ищутся перебором по решётке граней конуса вещественных неотрицательных решений системы (с отсевом нецелочисленных и разложимых решений). В промежуточных подсистемах выделяются три неизвестных и применяется алгоритм НБГ для уравнения с тремя неизвестными. Значения оставшихся неизвестных определяются перебором в рамках известных верхних границ. Переборный характер приводит к трудоёмким вычислениям, и практическое использование алгоритма возможно только для малых систем ( $n, m \leq 20$ ,  $\max|a_{ki}| \leq 100$ ). Алгоритм сопоставим по экспериментальной трудоёмкости с известными универсальными алгоритмами [5–8].

**Алгоритмы поиска частного решения.** Используют свободно распространяемые оптимизационные пакеты *lp\_solve* и *GLPK*. В отличие от алгоритмов НБГ они выполняют поиск частного ненулевого решения (3), используя следующую задачу ЦЛП:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m x_i \rightarrow \min, \\ Ex = Ax, \quad x \in \mathbf{Z}_+^m, \\ \sum_{i=1}^m x_i \geq 1. \end{cases} \quad (7)$$

Последнее ограничение отсекает нулевое решение. Алгоритмы используются при тестировании алгоритмов НБГ: выполняется проверка разложимости частного решения (8) по найденному БГ.

**Алгоритмы генерации.** Струят диофантовы системы (3) вместе с их БГ при заданных ограничениях. Входные параметры: число уравнений и неизвестных ( $n, m$ ), ограничения сверху на коэффициенты ( $a_{ki} \leq a$ ) и БГ ( $h_i \leq h$ ,  $q \leq q$ ). Результат:  $E(I)$ ,  $A$ ,  $H$ . Алгоритмы основаны на теореме 2, начиная построение с простой системы (6) или (7). Как и в алгоритме *TransSol*, выполняется обратное преобразование с подстановкой БГ до получения

Таблица 2  
Сводные характеристики реализации

Часть реализации	Подсистема	Язык реализации	Строк кода
Алгоритм НБГ Syntactic	Алгоритмы и структуры данных	ANSI C	2158
	Интерфейс и вспомогательные функции		1192
	ВСЕГО		3350
Алгоритм НБГ <i>TransSol</i>		ANSI C	2176
Генераторы диофантовых систем	JordanGen	ANSI C	1331
	GaussGen		1268
	ExtGaussGen		2085
ВСЕГО			4684
ПС WebSynDic	Algorithm Server	Java	3805
	Остальные подсистемы		8102
	ВСЕГО		11907
ПС <i>alg_analyzer</i>		ANSI C	3249

требуемой системы и её БГ. Алгоритм *JordanGen* использует идею диагональной формы матрицы в преобразовании Жордано–Гаусса, строя систему с БГ из  $q = m - n$  стандартных единичных векторов. Алгоритм *GaussGen* использует идею треугольной формы матрицы в методе Гаусса, строя систему с  $q = m - n$  и  $(0, 1)$ -значениями в базисных решениях. Алгоритм *ExtGaussGen* расширяет предыдущий: нет зависимости  $q$  от  $n$  и  $m$ , а значения базисных решений – произвольные.

### Программная система

ПС Web-SynDic (<http://websyndic.cs.karelia.ru/>) предназначена для удалённой работы с реализациями алгоритмов решения диофантовых уравнений и предоставляет два основных сервиса [13].

Сервис решения диофантовых систем включает, во-первых, тестирование, экспериментальное исследование и сравнительный анализ программных реализаций алгоритмов решения. Во-вторых, сервис позволяет решать задачу НБГ, в том числе и для диофантовых систем большой размерности. Сервис генерации диофантовых систем предназначен для автоматического построения систем с заданными свойствами. При тестировании алгоритмов НБГ генерируются тестовые системы с известным БГ для проверки решений, получаемых тестируемым алгоритмом. При экспериментальном исследовании генерируются эталонные системы, позволяющие статистически характеризовать и сравнить трудоёмкость (временную и ёмкостную) исследуемых алгоритмов на заданном классе входных данных.

Высокоуровневая архитектура ПС представлена на рис. 1. Клиентом выступает web-обозреватель. Работа пользователей происходит

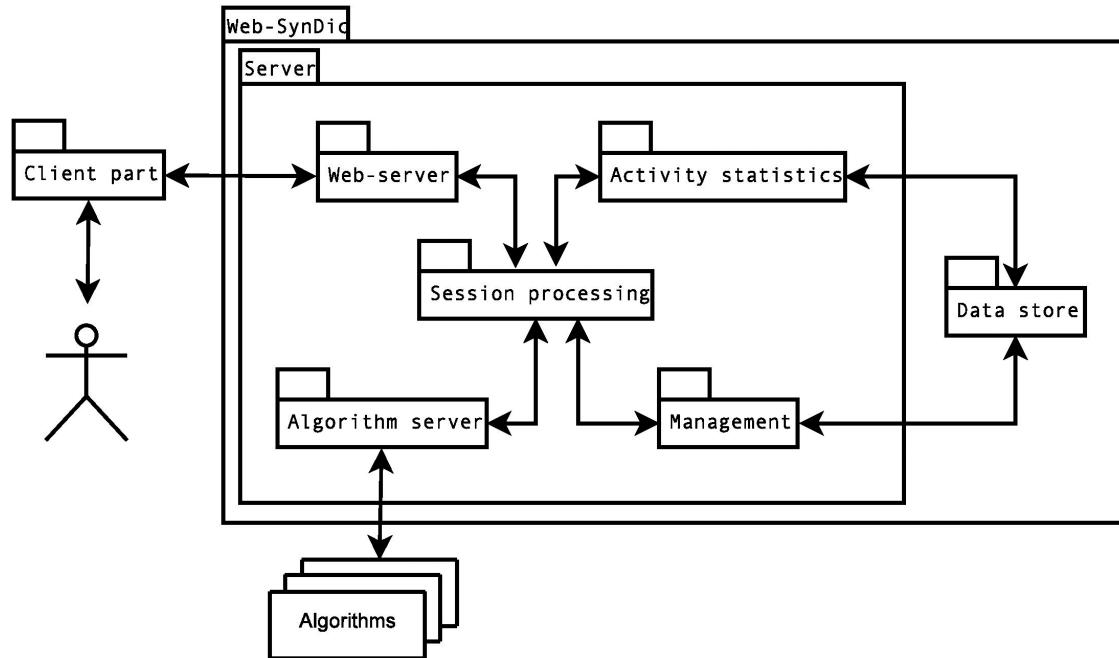


Рис. 1. Высокоуровневая архитектура ПС Web-SynDic

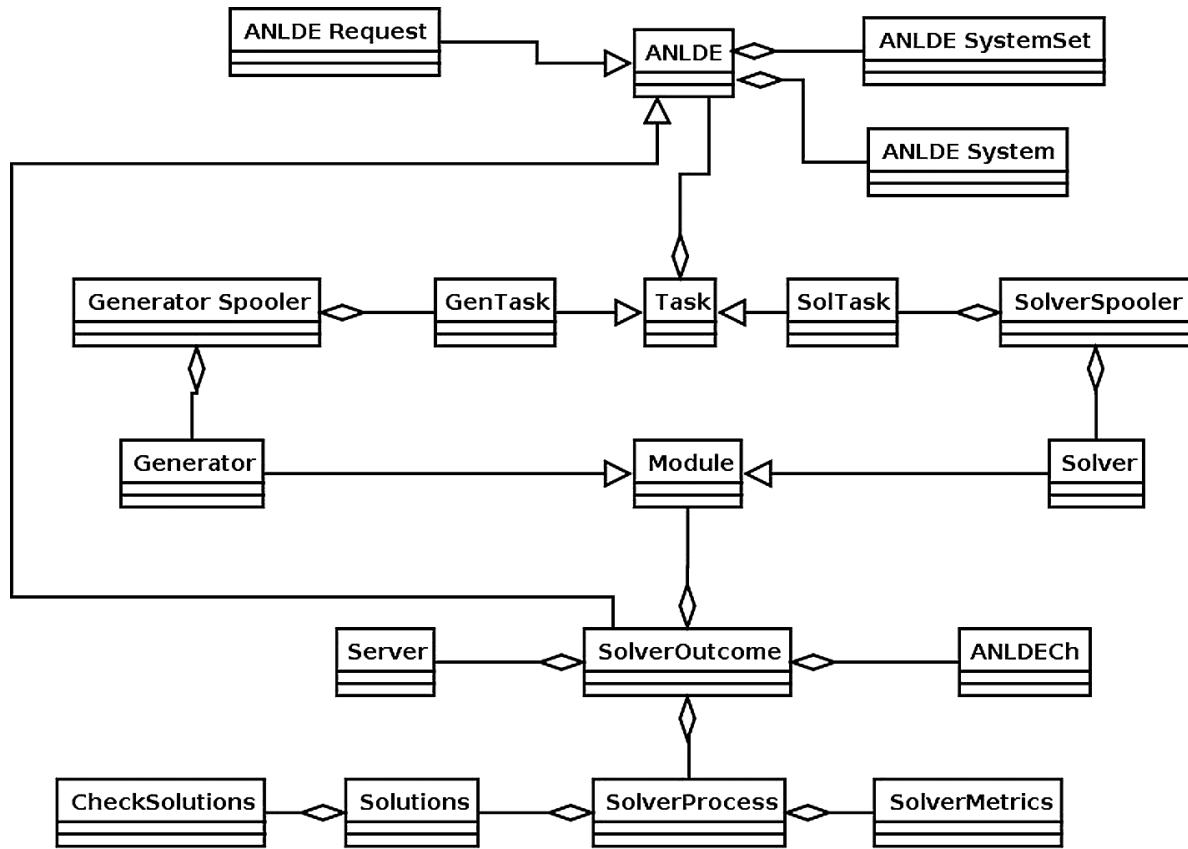


Рис. 2. Диаграмма классов подсистемы Algorithm server

в режиме сессий. Запросы поступают в подсистему Web-server, которая переводит данные во внутренний формат и передает их подсистеме Session processing, обеспечивающей связь с остальными подсистемами. Подсистема Activity statistics накапливает статистику использования и формирует отчеты. Для измерения потребляемых ресурсов используется авторская ПС alg\_analyzer. Подсистема Management управляет настройками и ограничениями пользователей. Подсистемы Activity statistics и Management работают с хранилищем данных Data store, где хранится информация о зарегистрированных пользователях.

Подсистема Algorithm server является ключевой с точки зрения обработки запросов (рис. 2). Она реализует объекты и операции предметной области, обеспечивает взаимодействие с алгоритмами решения и генерации диофантовых систем. Все эти алгоритмы представлены в ПС только

исполняемыми модулями, что защищает их исходный код от несанкционированного доступа.

Пользователь инициирует запрос, который разбивается на базовые задачи (каждая из них требует однократного вызова внешнего алгоритма, реализуется в виде объекта класса Task). Поддерживаются задачи решения (класс SolTask) и генерации (класс GenTask). Каждая задача хранит объект класса ANLDE (диофанты система, набор диофантовых систем или запрос на генерацию) и информацию о нахождении задачи в одной из двух очередей обработки базовых задач (объект Solver Spooler для задач решения и объект Generator Spooler для задач генерации). Далее этот объект полностью отражает состояние обработки запроса.

Очереди обработки задач работают параллельно. Очередная задача передается объекту класса `Module` для взаимодействия с внешними

Рис. 3. Пример отчёта о решении

Таблица 3

## Части экспериментального исследования

Часть	Серия (набор генерируемых диофантовых систем)	Ограничения (на диофантовы системы)	Всего систем
I. Тестирование алгоритма Syntactic	1. Непосредственная генерация уравнений (6)	$m \leq 10^2$ , $ I  \leq 20$ , $\ A\  \leq 30$	300 000
	2. Построение грамматики по генерируемому БГ [15]	$n < m \leq 10^3$ , $\ A\  \leq 10^4$ , $q \leq 2000$	120 000
	3. Непосредственная генерация задачи ЦЛП (8)	$n \leq 10^3$ , $n < m \leq 1200$ , $\ A\  \leq 500$	40 000
	4. Алгоритмы JordanGen и GaussGen	$n \leq 10^3$ , $n < m \leq 1200$ , $\ A\  \leq 10^5$	1 500 000
II. Сравнение с универсальными алгоритмами	1. Малые системы: общий анализ (см. табл. 4)	$n < m = 5, 10, 15$	240
	2. Средние системы: общий анализ (см. табл. 4)	$n < m = 100, 400, 1500$	240
	3. Массовое тестирование и анализ на малых системах	$n < m \leq 20$ , $\ A\  \leq 10^2$ , $q \leq 9$	10 000
III. Сравнение алгоритмов Syntactic и TransSol	1. Малые системы с небольшим БГ	$n < m \leq 10^2$ , $\ A\  \leq 10^2$ , $q \leq 500$	15 000
	2. Системы с небольшим БГ	$n < m \leq 2 \cdot 10^3$ , $\ A\  \leq 10^2$ , $q \leq 500$	15 000
	3. Малые системы с большими коэффициентами	$n < m \leq 10^2$ , $\ A\  \leq 10^4$ , $q \leq 500$	15 000
	4. Системы с большим БГ, случай I	$n < m \leq 10^2$ , $\ A\  \leq 10^2$ , $q \leq 10^4$	15 000
	5. Системы с большим БГ, случай II (см. рис. 4)	$n < m \leq 10^4$ , $\ A\  \leq 10^4$ , $q \leq 2 \cdot 10^3$	15 000
	6. Системы с большим БГ, случай III	$n < m \leq 10^4$ , $\ A\  \leq 10^4$ , $q \leq 10^6$	800
ИТОГО			2 046 280

алгоритмами. Интерфейс реализуется потомками класса Module: классы Solver и Generator. Для подключения внешнего алгоритма создается специализированный потомок одного из этих двух классов.

Результат внешнего алгоритма сохраняется в объекте класса Solver Outcome, включая характеристики диофантовой системы или их набора (класс ANLDECh), решения (БГ или частное,

класс Solutions), характеристики ЭВМ (класс Server), результат проверки решений (класс Check Solutions) и метрики трудоёмкости (класс Solver Metrics). Объект класса Solver Process хранит характеристики алгоритма решения. После решения всех базовых задач запроса подсистема Session processing формирует отчет (рис. 3).

Идентификация пользователей использует входное имя и пароль. Зарегистрированным



пользователям доступна обратная связь, персональные настройки и управление такими параметрами, как допустимые времена решения и объём памяти, граници коэффициентов диофантовых систем, допустимый размер БГ и др. Для анонимных пользователей настройки сохраняются только на время работы сессии. Зарегистрированный пользователь может получить статус привилегированного, у которого отсутствуют ограничения на максимальные значения параметров решения и генерации, что позволяет решать системы больших размеров. Администратор управляет работой системы и имеет доступ к статистике её использования.

ПС Web-SynDic реализована на платформе Java (Java SDK 1.6.0), (табл. 2). Интерфейс пользователя – англоязычный. Текущая версия ПС работает под управлением сервера Apache Tomcat (5.0, JRE 1.6.0).

### Тестирование и эксперименты

В экспериментальном исследовании проводились как массовое тестирование реализаций авторских алгоритмов НБГ и генерации, так и сравнительный анализ их трудоёмкости. Отметим, что в ПС WebSynDic любой запуск алгоритма является тестом.

Исследование включает три части, каждая состоит из серий (табл. 3). Серия использует наборы диофантовых систем, каждый из которых построен некоторым генератором при заданных ограничениях. Для коэффициентов в (3) используется норма  $\|A\| = \max_{i,k} a_{ki}$ .

**Часть I.** Выполнялось массовое тестирование алгоритма Syntactic, который является первым авторским алгоритмом НБГ для систем одАНЛДУ. Тестирование его реализации было исходной задачей при разработке ПС Web-SynDic. Использовались разнообразные наборы тестовых диофантовых систем, в том числе и учитывающие внутренние особенности алгоритма (табл. 3, серии I.1 и I.2). Допустимое время на решение одной системы составляло от 6 ч до 3-х суток в сериях I.1-3 и 100 с в серии I.4. Небольшое число тестовых систем в серии I.3 вызвано временными затратами пакета lp\_solve для тестовой задачи ЦЛП (вплоть до исключения ряда тестовых систем из-за превышения допустимого времени). В то же время, алгоритм Syntactic находил корректное решение каждой из тестовых систем в течение нескольких минут.

**Часть II.** Выполнялось сравнение с универсальными алгоритмами. Исследовались три алгоритма НБГ: Syntactic и TransSol – специализированные для (3) и SlopesSys – универсальный для (1). Последний не позволяет решать диофантовы системы за приемлемое время уже для средних размеров ( $m > 15\dots 20$ ), а для наборов малых систем ( $m \leq 15\dots 20$ ) отбирались только те системы (не учитываются в табл. 3 и 4), которые удалось решить за отведённое время (10 мин в сериях II.1 и II.2, 100 с в серии II.3). Алгоритмы Syntactic и TransSol допускают корректное решение всех сгенерированных систем малых и средних размеров за отведённое время. В табл. 4 для серий II.1 и II.2 представлены сравнительные измерения затраченного системного времени (процессор, в с) в виде

Таблица 4

Системное время (с) работы алгоритмов НБГ в зависимости от числа неизвестных  $m$  (Intel Xeon 2.80 ГГц, ОЗУ 1 Гб, Linux 2.6.27)

Алгоритм НБГ	Алгоритм генерации	5	10	15	100	400	1500
Syntactic	JordanGen	0,035	0,017	0,046	0,06	0,19	0,54
	GaussGen	0,031	0,028	0,027	0,06	0,46	16,44
	ExtGaussGen	0,064	0,129	1,960	3,78	11,70	27,00
TransSol	JordanGen	0,028	0,015	0,029	0,02	0,15	1,81
	GaussGen	0,019	0,024	0,030	0,04	0,21	5,17
	ExtGaussGen	0,041	0,055	0,049	0,21	2,46	8,24
SlopesSys	JordanGen	0,036	0,019	0,011	—	—	—
	GaussGen	0,020	0,044	0,045	—	—	—
	ExtGaussGen	0,043	0,108	0,093	—	—	—



выборочных медиан, каждая вычислена на основе двадцати эталонных систем.

**Часть III.** Для различных классов эталонных диофантовых систем выполнялось сравнение алгоритмов Syntactic и TransSol (табл. 3). В сериях III.1-5 алгоритмы JordanGen, GaussGen и ExtGaussGen генерировали наборы по 5000 систем каждый. В серии III.6 использовался только алгоритм ExtGaussGen. Исследовались влияние размеров входных и выходных данных ( $n, m, \|A\|, q$ ). Допустимое время решения одной системы равнялось 5 мин. При его превышении или из-за внутренних ограничений реализации хотя бы для одного из алгоритмов эталонная система игнорировалась при подсчёте сравнительных оценок. Пример полученных экспериментальных зависимостей представлен на рис. 4.

Эксперименты части III показывают, что алгоритм TransSol эффективнее, чем алгоритм Syntactic: потребление памяти и общее время меньше на 10–35 % и до двух раз, соответственно. Для алгоритма Syntactic получены системы (до 25 %), которые не удалось решить. Они характерны для алгоритма генерации ExtGaussGen при больших значениях  $q$ . Для алгоритма TransSol такое не наблюдается: решены все предложенные системы. Отметим, что алгоритм TransSol и используемые алгоритмы генерации основаны на одном методе (теорема 2), т. е. успешно сгенерированная система допускает эффективное решение. В частности, для таких систем не требуется трудоёмкая опера-

ция отбора неразложимых решений в алгоритме TransSol.

В целом результаты экспериментального исследования подтверждают пригодность специализированных алгоритмов Syntactic и TransSol для практического использования и позволяют говорить о высоком качестве программных реализаций этих алгоритмов.

Представленная в статье ПС WebSynDic реализует доступ через web-обозреватель к алгоритмам НБГ линейных диофантовых систем, а также к соответствующим средствам тестирования и экспериментального исследования на основе автоматической генерации систем с известным БГ.

Два авторских алгоритма НБГ работают с диофантовыми системами, ассоциированными с КС-грамматиками. Объемные численные эксперименты показывают, что эти алгоритмы пригодны для решения прикладных задач, т. к. они существенно эффективнее, в том числе для больших систем, чем известные универсальные алгоритмы.

ПС является удобным инструментом для улучшения существующих и экспериментального исследования новых алгоритмов НБГ, что является одним из направлений наших дальнейших работ. Также предполагается дополнять ПС диалоговыми компонентами в терминах предметных областей для решения соответствующих прикладных задач.

Авторы выражают свою благодарность К. А. Кулакову и М. А. Крышенню, которые внесли существенный вклад в реализацию ПС Web-SynDic и продолжают ее сопровождение.

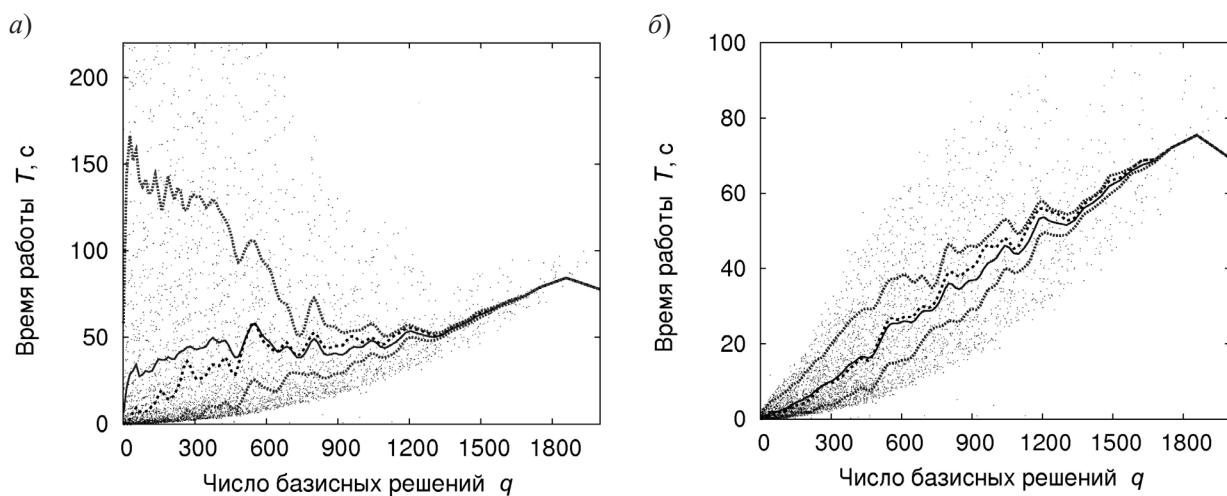


Рис. 4 Зависимость общего времени НБГ (с) от размера БГ, серия III.5, набор по алгоритму ExtGaussGen (Intel Xeon 2.50 ГГц, ОЗУ 2 Гб, ОС Linux Suse 10.2 gcc 4.1.2). Указаны выборочное среднее и процентили  
(a) алгоритм Syntactic, (б) алгоритм TransSol  
Выбор. среднее (—);  $Q(5 \%)$  (.....);  $Q(50 \%)$  (- - - - -);  $Q(95 \%)$  (.....)



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Схрейвер А. Теория линейного и целочисленного программирования. М.: Мир. 1991, т. 2. 342 с.
2. Stickel M.E. A Unification Algorithm for Associative-Commutative Functions / Journal of ACM. 1981. Vol. 28. № 3. P. 423–434.
3. Ghosh S., Martonosi M., Malik S. Cache miss equations: a compiler framework for analyzing and tuning memory behavior // ACM Transactions on Programming Languages and Systems. 1999. Vol. 21. № 4. P. 703–746.
4. Korzun D.G., Gurtov A.V. A Diophantine Model of Routes in Structured P2P Overlays // SIGMETRICS Performance Evaluation Review. ACM. 2008. Vol. 35. № 4. P. 52–61.
5. Pottier L. Minimal Solutions of Linear Diophantine Systems: Bounds and Algorithms / 4th Int. Conf. on Rewriting Techniques and Applications (RTA-91) / Springer-Verlag. 1991. LNCS 488. P. 162–173.
6. Contejean E. An Efficient Incremental Algorithm for Solving Systems of Linear Diophantine Equations / E. Contejean, H. Devie // Information and Computation. 1994. Vol. 113. № 1. P. 143–172.
7. Domenjoud E., Tomas A. P. From Elliott-MacMahon to an Algorithm for General Linear Constraints on Naturals // 1st Int. Conf. on Principles and Practice of Constraint Programming (CP '95). 1995. LNCS 976. P. 18–35.
8. Domenjoud E. Solving systems of linear diophantine equations: an algebraic approach / 16th Int. Symp. on Mathematical Foundations of Computer Science. 1991. LNCS 520. P. 141–150.
9. Tomas A.-P., Filgueiras M. Solving Linear Diophantine Equations Using the Geometric Structure of the Solution Space // 8th Conf. on Rewriting Techniques and Applications (RTA '97). 1997. LNCS 1232. P. 269–283.
10. Богоявленский Ю.А., Корзун Д. Ж. Общий вид решения системы линейных диофантовых уравнений, ассоциированной с контекстно-свободной грамматикой // Труды ПетрГУ. “Прикладная математика и информатика”. Вып. 6. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ. 1997. С. 79–94.
11. Корзун Д.Ж. Syntactic Methods in Solving Linear Diophantine Equations / Труды междунар. семинара Finnish Data Processing Week at the University of Petrozavodsk (FDPW'2004): Advances in Methods of Modern Information Technology. Vol. 6. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ. 2005. С. 151–156.
12. Кулаков К.А., Корзун Д.Ж., Богоявленский Ю.А. Итеративный алгоритм нахождения базиса Гильберта однородных линейных диофантовых систем, ассоциированных с контекстно-свободными грамматиками // Вестник Санкт-Петербургского университета. Сер. 10. Вып. 2. СПб.: Изд-во СПбГУ. 2008. С. 73–84.
13. Проект Web-SynDic: Система удаленного решения линейных диофантовых уравнений в неотрицательных целых числах / Ю.А. Богоявленский, Д.Ж. Корзун, К.А. Кулаков, М.А. Крышень // Матер. междунар. конф. “Развитие вычислительной техники в России и странах бывшего СССР: история и перспективы”. Т. 1. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ. 2006. С. 136–145.
14. Кулаков К.А. Генерация систем неотрицательных линейных диофантовых уравнений / Матер. междунар. конф. “Развитие вычислительной техники в России и странах бывшего СССР: история и перспективы”. Т. 2. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ. 2006. С. 58–65.
15. Корзун Д.Ж. О существовании порождающей КС-грамматики для произвольной линейной диофантовой системы / Труды ПетрГУ. “Математика”. Вып. 6. Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ. 1999. С. 34–40.

УДК 004.651.4

*А.М. Бородин, С.В. Поршинев*

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ И СКОРОСТИ ОБРАБОТКИ МНОГОМЕРНЫХ ДАННЫХ ПРОГРАММНЫМИ СРЕДСТВАМИ БИЗНЕС-АНАЛИТИКИ НА ОСНОВЕ ИНДЕКСИРУЮЩИХ СТРУКТУР ОСНОВНОЙ ПАМЯТИ

Одним из активно развивающихся в последнее время направлений прикладного использования информационных технологий является бизнес-аналитика (Business Intelligence – BI) – процесс

комплексного и многомерного анализа большого количества данных (финансовых, статистических, операционных и т. п.) для быстрого получения единых консолидированных отчётов, объединяющих

различные типы информации [1]. Это во многом обусловлено тем, что BI, призванная оперативно выявлять и анализировать любые, даже самые сложные аспекты функционирования бизнеса с помощью интерфейса привычных офисных приложений, может, как ожидается, обеспечить более высокое качество и скорость анализа бизнес-процессов и, соответственно, принимаемых управлеченческих решений. При этом очевидно, что необходимым и достаточным условием достижения главной цели использования BI является обеспечение эффективного доступа и обработки исходной информации, хранящейся, как правило, в многомерных хранилищах данных.

Таким образом, задача разработки методов, алгоритмов и программного инструментария для работы с многомерными данными является актуальной. Данный вывод подтверждается, в частности, включением в пакет MS Office 2010 новой надстройки PowerPilot для программы электронных таблиц MS Excel [2], являющейся инструментом для работы со сводными таблицами (pivot tables), одной из наиболее часто используемых в BI формой представления данных.

В статье обсуждаются результаты сравнительного анализа скоростей построения индексов и расчётов агрегатных запросов программной надстройки PowerPilot для MS Excel 2010, реализующей технологию VertiPaq [3] (русскоязычный перевод), и специализированной программной библиотеки “Индексирование многомерных классифицированных данных” [4]. Данная программная библиотека была использована при разработке информационной системы “Сапфир”, предназначеннной для планирования бюджета субъектов РФ [5].

#### **Технология индексирования VertiPaq программной надстройки PowerPivot для MS Excel**

VertiPaq – технология быстрой обработки табличных данных из наборов данных PowerPivot интегрированных с системой SharePoint, либо данных в книгах MS Excel.

VertiPaq является технологией баз данных основной памяти (in-memory database), обеспечивающей хранение аналитических данных в памяти в сжатом виде. В связи с тем, что производительность напрямую зависит от степени избыточности (денормализации) [2] данных, в среднем предполагается сжатие данных примерно в

десять раз, можно сделать вывод, что речь идёт о сжатии данных за счёт нормализации.

Основной идеей технологии VertiPaq является возможность создания BI-ориентированных систем на любом компьютере без необходимости приобретения MS SQL Server Analysis Services и разворачивания полноценной СУБД. Технология VertiPaq позволяет обрабатывать значительные объёмы данных в основной памяти (ОЗУ) без применения сложных и ресурсоёмких решений СУБД.

Программная надстройка PowerPivot, в которой реализована технология VertiPaq позволяет создавать набор связанных таблиц, используя в качестве источников данные из MS Excel, MS SQL Server, текстовых файлов и др., а также вычислять по каждой созданной таблице наборы агрегатных значений. Измерения агрегации здесь представляются в виде плоских списков, которые составляются автоматически. Отметим, что на данный момент не известно, в какой версии разработчики PowerPivot реализуют поддержку иерархических измерений [6]. Вместе с тем поддержка данного типа измерений является важной частью идеи BI-технологий.

Приведём пример задачи, для решения которой целесообразно использовать PowerPivot: имеются данные о нарушениях правил дорожного движения (ПДД). Одним фактом таких данных является набор из нескольких значений: дата нарушения, имя нарушителя, сумма штрафа, тип нарушения, имя инспектора, составившего протокол. Также имеется таблица сопоставления имени инспектора району города. Необходимо построить сводную таблицу, в колонках которой будут находиться названия районов города, в строках – месяцы конкретного года, а в клетках – количество штрафов или общая сумма штрафов.

Здесь расчёт одной клетки фактически является вычислением агрегатного запроса. По такой таблице пользователь системы может, например, оценить динамику нарушений ПДД в определённом районе или сравнить показатели по районам. Если объединить эти данные с таблицей недавних дорожных ремонтов, то можно получить зависимость нарушений ПДД от состояния дороги (или даже от времени суток, от пола водителя и т. п.).

Программный комплекс PowerPivot, в котором реализована технология VertiPaq, предоставляет пользователю Microsoft Excel возможность вычисления агрегатных функций по набору



данных, записи в котором характеризуются “плоским” классификатором, т. е. не поддерживается иерархическая организация классификаторов данных. Таким образом, сегодня технология Ver-tiPaq доведена до программной реализации, которая является законченным BI-решением, готовым к эксплуатации конечным пользователем. Недостатками технологии является, во-первых, отсутствие открытых программных интерфейсов, и, во-вторых, отсутствие поддержки иерархической классификации данных.

### **Технология индексирования многомерных данных в программной библиотеке “Индексирование многомерных классифицированных данных”**

Программная библиотека “Индексирование многомерных классифицированных данных” (ИМКД) состоит из двух основных модулей:

индексирования пространственных данных;  
связи классифицированных аналитических данных с пространственными координатами.

Модуль связи классифицированных аналитических данных с пространственными координатами предоставляет пользователю функционал для установления соответствия классификаторов данных пространственным координатам, геометрической интерпретации классифицированных данных и аналитических запросов. При использовании функций данного модуля, связь с модулем пространственного индексирования происходит автоматически.

Работа модуля основана на алгоритме проецирования иерархического классификатора данных на числовую ось. Здесь используются неотрицательные целые значения. При этом контроль перекрытия элементов классификатора осуществляется автоматически. Отрицательные значения измерений зарезервированы для специальных элементов, например, информация об отсутствии значения в поле измерения. Рассматриваемый алгоритм также предоставляет пользователю возможность создания не агрегируемых классификаторов. Это означает, что данные на листовых элементах иерархии не участвуют в расчёте для родительских элементов.

Модуль пространственного индексирования предоставляет пользователю возможность управления набором многомерных пространственных данных, в том числе, выполнения поиска по оконному запросу ( поиск данных в диапазоне,

заданном интервалами в нескольких измерениях). Работа данного модуля основана на использовании разновидности индексирующей структуры  $R^*$ -дерева [7]. При этом объём памяти индексированных данных увеличивается не более чем на 10 % от объёма изначальных данных.

Алгоритм размещения индексных данных адаптирован для применения на клиентских рабочих станциях и не требует серверной ЭВМ.

Применение программной библиотеки в информационно-аналитической системе позволяет производить аналитические расчёты по большому объёму данных. При этом асимптотические оценки показывают, что вычислительные затраты при больших  $N$  ( $N$  – количество записей в таблице фактов) не более чем  $O(N \cdot \log(N))$ , где [8].

Программную библиотеку, которую легко и быстро адаптировать для вычисления любого типа запросов над набором пространственных или аналитических данных, можно использовать в научных организациях для исследований больших наборов пространственных данных.

ИМКД предоставляет разработчику приложений средства агрегирования многомерных данных, записи которых характеризуются набором иерархических классификаторов и содержат набор данных-атрибутов. Кроме того ИМКД, в свою очередь, имеет гибкий программный интерфейс, поддерживает иерархическую организацию данных; индексирующая система ИМКД может применяться не только для решения BI-задач. В тоже время ИМКД не является конечным программным продуктом.

### **Результаты сравнительного анализа скоростей построения индексов и расчётов агрегатных запросов**

Сравнительный анализ скоростей построения индексов и расчётов агрегатных запросов программной надстройки PowerPilot для MS Excel 2010, реализующей технологию VertiPaq, и специализированной программной библиотеки “Индексирование многомерных классифицированных данных” проводился в процессе решения следующей задачи.

Генерировался набор данных, каждая запись которого характеризовалась четырьмя плоскими классификаторами. Каждый из классификаторов принимал одно из тысячи возможных значений. Требовалось построить индексирующую структуру и рассчитать сто тысяч агрегатных

Таблица 1  
Производительность ИМДК

Количество записей в исходном наборе данных	Время построения индекса, мс	Время расчёта агрегатных значений, мс
1000	27	390
10000	201	1878
50000	1111	5843
100000	2890	11477
250000	8120	20273
500000	17259	62361
750000	35382	152298
1000000	80118	217640

Таблица 2  
Производительность VertiPaq

Количество записей в исходном наборе данных	Время построения индекса, с	Время расчёта агрегатных значений, с
50000	31	0,5
100000	53	0,8
150000	79	1,1
200000	103	1,4
250000	134	1,8
300000	160	2,1
350000	187	2,5
400000	217	2,9
450000	241	3,2
500000	264	3,4

значений по первым двум классификаторам. При этом значения выбирались так, чтобы каждый элемент данных ровно один раз попал только в один из агрегатных запросов.

Тестирование проводилось на системе с одним центральным процессором с тактовой частотой 1,7 ГГц, 2 Гб ОЗУ под управлением 32-разрядной ОС Microsoft Windows XP Professional Edition. Результаты тестирования представлены в табл. 1 и 2.

Из табл. 1 и 2 видно, что индекс в соответствии с технологией VertiPaq строится значительно медленнее индекса ИМДК, однако, производительность расчётов агрегатов в соответствие с технологией VertiPaq оказывается выше. Отчасти это может быть следствием того, что индексирующая структура VertiPaq не ограничена требованием поддержки иерархических классификаторов.

С распространением 64-разрядных операционных систем, в которых отсутствуют ощутимые ограничения на используемый объём ОЗУ, и увеличением размеров доступной ОЗУ на типовых ЭВМ подход индексирования данных в основной памяти становится всё более оправданным. В этих условиях программная библиотека “Индексирование многомерных классифицированных данных” предоставляет разработчику программных комплексов возможность создавать аналитические системы, обладающие производительностью и функциональностью сравнимой с проприетарными разработками крупных компаний. Подход, основанный на индексировании в основной памяти, значительно проще для разработки и отладки, чем классический подход страничной организации данных. При его использовании исчезает необходимость решения целого комплекса проблем, связанных, в том числе, с конкурентной работой, контролем целостности, транзакционности системы и др.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рынок BI-платформ. Результаты исследований за 2008 год: (URL: <http://citicity.ru/21333/>)
2. PowerPivot features (URL: [http://technet.microsoft.com/en-us/library/ee210639\(SQL.105\).aspx#IMBI](http://technet.microsoft.com/en-us/library/ee210639(SQL.105).aspx#IMBI))
3. Analysis Services in VertiPaq mode ([Электронный ресурс] // [http://technet.microsoft.com/ru-ru/library/ee637273\(SQL.105\).aspx](http://technet.microsoft.com/ru-ru/library/ee637273(SQL.105).aspx)).
4. Рекламно-техническое описание “Программная библиотека “Индексирование многомерных классифицированных данных” 45392457.00084-01 99 01. Инв. номер ВНИ-ТИЦ 50200900990 // Св. о рег. электронного ресурса № 14197 ОФЭРНО”.  
**Бородин А.М., Поршинев С.В., Сидоров М.А.**  
Использование пространственных индексов для обработки аналитических запросов и агрегирования многомерных данных в ИАС // Изв. Томского политехнического ун. 2008. № 5. С. 64–86.
5. **Бородин А.М., Поршинев С.В., Сидоров М.А.**  
Использование пространственных индексов для обработки аналитических запросов и агрегирования многомерных данных в ИАС // Изв. Томского политехнического ун. 2008. № 5. С. 64–86.
6. PowerPivot (Gemini) support hierarchies in dimensions ([Электронный ресурс] // <http://connect.microsoft.com/SQLServer/feedback/ViewFeedback.aspx?FeedbackID=503887>).
7. **BeckmannN., KriegelH.-P., SchneiderR., SeegerB.**  
The R\*-tree: An Efficient and Robust Access Method for Points and Rectangles, Praktische Informatik // Universitaet Bremen, D-2800 Bremen 33. West Germany. 1991.
8. **Бородин А.М., Сидоров М.А., Поршинев С.В.**  
Методы оценки эффективности R-tree индекса агрегирующих запросов в OLAP-системах // Сб. науч. тр. Междунар. науч.-практ. конф. СВЯЗЬ–ПРОМ. 17–19 марта 2009. Екатеринбург: УрТИСИ ГОУ ВПО “СибГУТИ”. 2009. Т. 2. С. 59–66.



# Математическое моделирование методы, алгоритмы, технологии

УДК 519.632.4

А.В. Пашковский

## МЕТОД СТАНДАРТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МАГНИТОСТАТИКИ ПРИ ОСОБЕННОСТЯХ В ОКРЕСТНОСТЯХ УГЛОВЫХ ТОЧЕК

При рассмотрении краевых задач часто оказывается, что их решения обладают особенностями, обусловленными наличием угловых точек внутри расчётной области и на её границе. Так, например, при расчёте магнитного поля линейного двигателя с постоянными магнитами (рис.1) для транспортной тележки получаем несколько десятков угловых особенностей.

Одна из основных причин непригодности численных методов решения указанных краевых задач состоит в том, что в окрестностях угловых точек искомая функция не может быть с достаточной точностью представлена на основе общепринятых полиномиальных методов аппроксимации. Получивший широкое применение метод конечных элементов (МКЭ) позволяет существенно повысить точность расчёта полей в окрестности угловых точек за счёт применения сингулярных изопараметрических элементов [1] или включения в базис сингулярных функций [2]. Однако алгоритм решения рассматриваемых задач в этих подходах практически трудно реализуем.

Предлагаются и другие подходы. Например, в [3] введены нерегулярные конечные элемен-

ты, разработана методика МКЭ с использованием согласованных (рис. 2) и несогласованных элементов. Такой подход к расчёту полей МКЭ в окрестности угловых точек даёт возможность сократить порядок решаемой системы линейных уравнений за счёт замены большого количества треугольников вблизи угловой точки одним элементом, размеры которого зависят от размеров области. Тем не менее, вопросы разработки новых подходов к подобным задачам, возможности рассмотрения трёхмерных окрестностей угловых точек, дальнейшего повышения точности расчётов и. т. д., остаются открытым.

Метод стандартных элементов с использованием рядов Фурье (МСЭФ) позволяет очень точно решать подобные задачи, не привлекая никаких дополнительных способов или построений [4].

Для иллюстрации сказанного, рассмотрим в областях “а” и “б” (рис. 3) известное распределение скалярного потенциала магнитного поля проводника с током [5], расположенного в угловых зонах расчётных областей. При этом, используя МСЭФ и введённые прямоугольные стандартные элементы (СЭ) [4], получим соответствующие

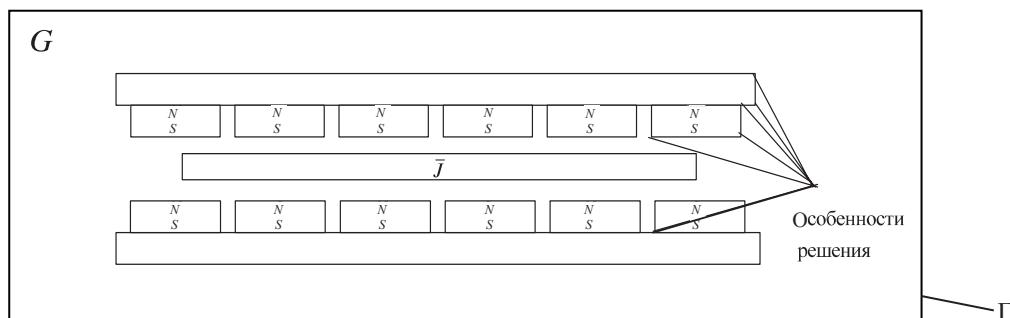


Рис. 1. Линейный двигатель с постоянными магнитами

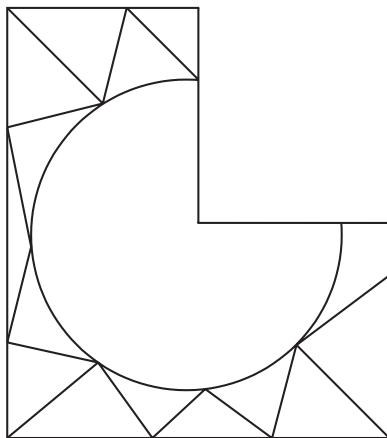


Рис. 2. Триангуляция угловой зоны согласованными элементами

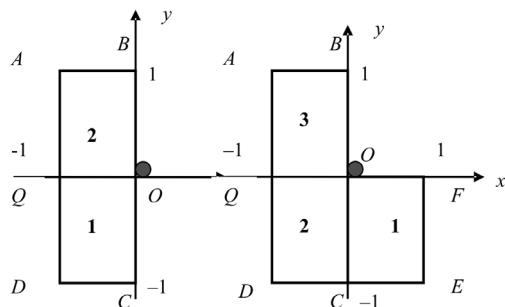


Рис. 3. Расчётные области "а" и "б"

численные решения краевых задач с известными граничными условиями в областях "а" и "б". В [5] показано, что скалярный потенциал  $\phi$  магнитного поля проводника с током, расположенного в начале координат, параллельно оси  $oz$ , определяется зависимостью

$$\phi(\phi) = -4\pi j \phi/c, \quad (1)$$

где  $\phi = \operatorname{arctg}(y/x)$  – полярный угол.

Рассмотрим первоначально расчётную область "а". На внешних границах 1-го и 2-го прямоугольных СЭ скалярный потенциал будет равен  $\phi(\phi) = -4\pi j/c \cdot (\operatorname{arctg}(y/x) + \pi)$ . Таким образом, краевая задача в расчётной области "а" – это задача Дирихле для уравнения Лапласа и граничные значения решения будут совпадать со значением  $\phi$  на границе. В этом случае нет необходимости использовать ряды [3] для решения во введённом секторе (рис. 2), т. к. имеем аналитическое решение (1) краевой задачи, на котором и можем сделать сравнительную оценку точности.

Необходимо обратить внимание, что  $\phi(\phi)$  и её производная, как отмечалось выше, имеют особенность в начале координат.

Контрольные точки выделим на внутренней стороне  $QO$  с шагом 0,1. Расчёт по методике МСЭФ проведён оригинальным пакетом программ, результаты сравнения с аналитическим решением даны в табл. 1.

Таблица 1

Значения потенциала  $\phi$  на отрезке  $QO$

Аналитика, $\phi$	МСЭФ (2 СЭ), $\phi_{\text{МСЭФ}}$	Погрешность $\delta, \%$
-39,478	-39,478	2,483 e-004
-39,478	-39,478	7,828 e-005
-39,478	-39,478	3,157 e-005
-39,478	-39,478	1,21 e-005
-39,478	-39,478	1,741 e-006
-39,478	-39,478	2,197 e-006
-39,478	-39,478	8,211 e-006
-39,478	-39,478	2,140 e-006
-39,478	-39,478	5,997 e-006

Аналогично, формируются граничные условия для краевой задачи в расчётной области "б". В третьей четверти принимается  $(\phi) = \pi + \operatorname{arctg}(y/x)$ , а в четвёртой четверти  $(\phi) = 2\pi + \operatorname{arctg}(y/x)$ . Расчёт по методике МСЭФ проведен оригинальным пакетом программ, а результаты сравнения с аналитическим решением представлены в табл. 2.

Контрольные точки выбраны на внутренних сторонах  $QO$ ,  $CO$  с шагом 0,2.

Методика МСЭФ, разработанная для прямоугольных стандартных элементов [4], предполагает использование формулы Грина для получения связей между коэффициентами Фурье искомой функции на сторонах внутри расчётной области. С учётом особенности, которую имеет распределение потенциала в начале координат [5], рассмотрим вопрос о правомерности использования формулы Грина в решении рассмотренных выше тестовых задач.

Ослабим требования гладкости, переходя к пространству  $W^{1,1}$ . В обеих расчётных областях окружим начало координат частью достаточно малой окружности  $\Gamma$  (рис. 4).

Таблица 2  
Значения потенциала на отрезках  $QO$ ,  $CO$

Аналитика, $\phi$	МСЭФ (3 СЭ), $\phi_{\text{МСЭФ}}$	Погрешность $\delta, \%$
-59,218	-59,218	6,499 e-5
-59,218	-59,218	5,102 e-6
-59,218	-59,218	5,022 e-6
-59,218	-59,218	2,909 e-6
-39,478	-39,478	7,903 e-5
-39,478	-39,478	1,329 e-5
-39,478	-39,478	1,191 e-6
-39,478	-39,478	1,968 e-6
-39,478	-39,478	2,070 e-5

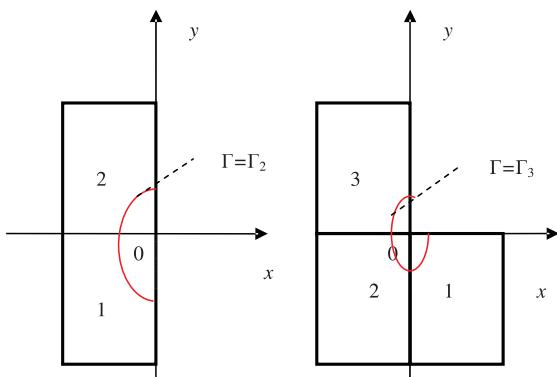


Рис. 4. Части окружности  $\Gamma$  в угловых зонах областей "а" и "б"

Прежде чем применить формулу Грина к каждому СЭ, вырежем из них всех часть круга с частью окружности  $\Gamma$ . В каждой оставшейся от СЭ части решение задачи Дирихле будет гладким. Рассматривая формулу Грина для СЭ с таким вырезом, получим интеграл по всем его сторонам и дополнительно интеграл по соответствующей части окружности  $\Gamma$ .

Рассмотрим подробнее сложившуюся ситуацию, например, для расчётной области "а". Пусть  $\Gamma_2$  – часть  $\Gamma$ , лежащая во втором СЭ (рис.4). Рассмотрим вид части формулы Грина:

$$\int_{\Gamma_2} \left( U \frac{\partial V}{\partial n} - V \frac{\partial U}{\partial n} \right) ds. \quad (2)$$

Функция  $U$  – решение, а  $V$  – по определению

"вспомогательная" функция, являющаяся гладкой. Таким образом, проблема кроется в поведении функции  $U$ . Необходимо доказать, что интеграл (2) стремится к нулю, при стремлении к нулю радиуса окружности  $\Gamma_2$ .

Поскольку в общем случае поведение функции решения  $U$  и её производных неизвестно, воспользуемся для отработки теории секториаль-

$$U(\rho, \varphi) = (1 - \varphi/\theta)U(\rho, 0) + \varphi/\theta \cdot U(\rho, \theta) + \sum f_n(\rho/a)^{\lambda n} \sin(\lambda n \varphi), \quad (3)$$

ным решением (3), полученным в работе [3]:  
где  $\lambda = \pi/\theta$ .

Производная по нормали к окружности – это производная по радиусу, а  $U(\rho, 0)$  и  $U(\rho, \theta)$  – граничные значения на сторонах угла. Считаем  $U(\rho, 0)$  и  $U(\rho, \theta)$  постоянными. Для примера "а":  $\theta = \pi$ ,  $\lambda = 1$ . Тогда производная (3) по  $\rho$  примет

$$\frac{\partial U}{\partial \rho} = \frac{1}{a} \sum f_n \cdot n (\rho/a)^{(n-1)} \cdot \sin(n\varphi). \quad (4)$$

вид:

Ряд (3) и производная  $\frac{\partial U}{\partial \rho}$  ограничены. То есть под интегралом (2) стоит ограниченная функция и при стремлении длины дуги к нулю интеграл (2) тоже стремится к нулю.

Для расчётной области "б" аналогично можем принять:  $\theta = \frac{3}{2}\pi$ ,  $\lambda = \frac{2}{3}$ .

$$\frac{\partial U}{\partial \rho} = \frac{2}{3a} \sum f_n \cdot n \cdot (\rho/a)^{\left(\frac{2}{3}(n-1)\right)} \cdot \sin\left(\frac{2}{3}n\varphi\right). \quad (5)$$

Тогда производная (4) примет вид:

Очевидно, что при  $n = 1$  производная имеет особенность  $(\rho/a)^{-\frac{1}{3}}$ .

В этом случае, интеграл  $\int_{\Gamma_3} (\rho/a)^{-\frac{1}{3}} ds = (\rho/a)^{-\frac{1}{3}} \int_{\Gamma_3} ds = (\rho/a)^{-\frac{1}{3}} \cdot 3 \cdot 2\pi\rho/4$  стремится к нулю, при  $\rho \rightarrow 0$ .

Остальные слагаемые также стремятся к нулю, т. к. содержат  $\rho$  в более высокой степени.

Таким образом, введённая ранее методика МСЭФ, использующая формулу Грина, может быть применена к рассмотренным случаям без изменения. Даже в предельном случае, при растворении угла около  $2\pi$ , коэффициент  $\lambda = -1/2$  и интеграл (2) будет стремиться к нулю.

Таблица 3

## Значения потенциала на оси симметрии области

$\rho$ точек	0,0008	0,026	0,1396	0,3103	0,5468	0,9100
ТФКП, $U$	1	10	30	50	70	90
МКЭ с согласованными элементами, $U$	1,003	10,0149	30,0526	50,1248	70,2806	90,7168
Погрешность $\delta$ , %	0,3	0,149	0,175	0,2496	0,4	0,796

Рассмотрим в завершение несколько подробнее результаты расчёта поля методами ТФКП и МКЭ из [3] в области “б”, с использованием согласованных элементов. В табл. 3 приведены значения потенциала в точках оси симметрии области.

Результаты проведённых расчётов позволяют сделать следующие выводы относительно МСЭФ.

1. Обеспечивает высокую точность расчёта, при наличии особенности решения в угловых точках расчётной области.

2. В модельной задаче точность этого метода в определении потенциала значительно выше,

чем при использовании согласованных и несогласованных элементов в нахождении  $U$ .

3. Позволяет не выделять специальные элементы в окрестности точек с особенностями решения – построение системы уравнений МСЭФ относительно коэффициентов Фурье обеспечивает необходимую точность.

4. Использование данного метода позволяет избежать применения секториальных решений, а также их комбинаций с МКЭ.

5. МСЭФ не имеет каких-либо ограничений на величину угла в окрестности точки с особенностью.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Митчелл Э., Уэйт Р. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. М.: Мир. 1981. С. 203–205.
2. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука. 1981. С. 200–205.
3. Бахвалов Ю.А., Бондаренко А.И. Учет особенности в окрестности угловых точек при расчете элек-

тических полей методом конечных элементов/ Изв. вузов. Электромеханика. 1982. № 10. С. 1138–1146.

4. Пашковский А.В., Пашковская И.В. “Склейенные” прямоугольные стандартные элементы в решении модельной полевой задачи // Изв. вузов. Электромеханика. 2007. № 1. С. 78–79.

5. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм: Учеб.пособие. М.: Высш. школа. 1983. 463 с.

УДК 621.39

*И.А Кулешов., А.В. Бабкин, Ю.А. Малахов, М.А. Дуплинский*

## АНАЛИЗ МЕТОДОВ СИНТЕЗА СТРУКТУРЫ СЕТЕЙ СВЯЗИ

В настоящее время разрабатывается и строятся большое количество сетей связи различной ведомственной принадлежности. Для обоснования разрабатываемых сетей связи используются различные методы оценки. Каждый из этих методов

обладает своими достоинствами и недостатками. К тому же ещё недостаточно аналитического материала, позволяющего оценить достоинства и недостатки этих методов. Поэтому в статье авторы анализируют наиболее распространённые методы



оценки структуры сетей связи и дают их оценку с точки зрения возможности использования при синтезе структуры современных сетей связи.

Под синтезом структуры сети авторами понимается определение количества коммутационных центров (КЦ), мест их развертывания, а также состава связей между ними. Структуру, учитывающую места развертывания узлов и линий связи на местности, принято называть топологической [1, 2]. Очень часто для синтеза структуры сети её представляют в виде графа  $G(N, M)$ , где  $N$  – количество вершин (КЦ),  $M$  – количество рёбер (ветвей).

Принципиальной особенностью задачи синтеза является отсутствие универсальных методик формального перехода от заданных свойств к топологической структуре сети. Поэтому задача синтеза, как правило, решается путём многократного анализа структур, выбираемых по определённому правилу из множества вариантов.

Наиболее часто при выборе структуры рассматривают следующие характеристики, которые выбирают в качестве критериев оптимизации [3–7]:

#### 1. Общая протяжённость каналов.

Задачей проектирования структуры сети является организация необходимого числа каналов между всеми заданными узлами; при этом стремятся так проложить эти каналы, чтобы получить как можно меньшую общую их протяжённость.

#### 2. Общая протяжённость ветвей связи.

Этот критерий учитывает суммарную протяжённость путей прокладки линий связи, составляющих сеть, без учёта числа организуемых по ним каналов в каждом направлении. По очевидным технико-экономическим соображениям необходимо по возможности стремиться к структуре с минимальной общей протяжённостью трассы.

#### 3. Стоимость сети связи.

Обычно под стоимостью понимают приведённые затраты на сооружение и эксплуатацию сети, которые аппроксимируются некоторой линейной или нелинейной функцией первых двух характеристик.

#### 4. Надёжность и живучесть сети связи.

Если надёжность или живучесть отдельных элементов сети не удовлетворяет заданным требованиям, структура сети должна предусматривать необходимое резервирование или обходные пути.

Задачи синтеза структуры сети связи только по одному из перечисленных критериев с из-

вестными оговорками могут быть решены с использованием строгих математических методов [5, 8–10]. Однако синтез оптимальной структуры одновременно по двум или нескольким из перечисленных критерииов сопряжён с огромными теоретическими и вычислительными трудностями и, в общем виде, на современном уровне знаний в строгом смысле понятия оптимизации неосуществим [6, 11, 12].

Структура сети связи должна удовлетворять критерию связности и допускать такое распределение потоков и пропускных способностей каналов, которое обеспечивает малое время установления соединения, малую стоимость сети. Очевидно, что включение вопроса о выборе пропускных способностей в алгоритм определения оптимальной структуры сети ещё более усложняет рассматриваемую проблему.

Наиболее хорошо отработанными являются методы синтеза структуры сети, базирующиеся на процедурах расчёта в “путевой” форме и методах сечений. Поскольку эти методы учитывают ограниченный круг исходных данных, то обязательным этапом синтеза структуры сети связи должно быть улучшение полученного решения с целью учёта всех исходных данных при проектировании [13, 14].

Оптимальная структура сети связи относительно первого критерия (с минимальной протяжённостью каналов) описывается графом, в котором каждая пара вершин  $i, j$  при  $z_{ij} \neq 0$  соединяется непосредственно ( $i, j = 1, N$ , где  $N$  – количество КЦ сети,  $z_{ij}$  – элемент матрицы нагрузки). Если неравенство  $z_{ij} \neq 0$  справедливо для всех  $i \neq j$ , оптимальная сеть описывается полносвязным графом и имеет  $n \cdot (n - 1)/2$  рёбер [14].

Оптимальная структура сети связи относительно второго критерия описывается графом в виде кратчайшего связующего дерева, которое может строиться с помощью алгоритма Прима [15, 16] и имеет  $n - 1$  рёбер. Могут существовать структуры с меньшей общей протяжённостью трассы, чем даёт алгоритм Прима, если кратчайшую связующую сеть строить с добавлением новых вершин, места размещения которых не регламентируются (задача Штейнера) [3, 6, 17].

Решение задачи Штейнера в общем виде неизвестно, однако, есть все основания ожидать [4, 15], что при проектировании практически любой реальной стационарной сети вряд ли удастся получить ощутимый экономический эффект путём



добавления узлов, тем более, что их сооружение сопряжено с дополнительными затратами.

Задача оптимизации сети связи одновременно по критериям 1 и 2 рассмотрена в [6]. Описывается граф  $G(N, M)$ , где  $N$  – множество вершин,  $M$  – множество ребёр. На графе заданы матрицы расстояний  $\|L\|$  и матрица пучков каналов  $\|X\|$ . Требуется построить дерево  $G(N, M')$  с минимальным значением целевой функции [6, 14]

$$F(g) = \min \left( \sum_g x_{ij} l_{ij} + \sum_{G-g} x_{ij} s_{ij} \right), \quad (1)$$

где  $s_{ij} = l_{ij}$  при  $l_{ij} \notin M'$  (множество ребер, вошедших в дерево  $g$ ),  $s_{ij} = U l_{uv}$  при  $l_{ij} \in M$  (множество ребер, не вошедших в дерево  $g$ ).

Решение искалось в виде

$$F(g) = F_0 + \Delta(M_m) \quad (2)$$

где  $F_0 = \sum x_{ij} l_{ij}$ ,  $\Delta(M_m)$  – минимальное суммарное изменение, возникающее при удалении ребер из полносвязной сети в результате перевода каналов каждого удаляемого ребра на обходной путь. Превращение полносвязного графа в дерево означает удаление  $m$  ребер [6].

$$m = [(n - 1)(n - 2)]/2. \quad (3)$$

В силу коммутативности суммы отдельных приращений величина  $\sum M_m$  зависит только от множества удаляемых ребер  $M_m = M - M'$  и не зависит от последовательности их удаления. Однако выбор множества  $M_m$ , минимизирующего суммарное приращение, как раз и представляет основную трудность решения задачи. Согласно теореме Кэли [18] число деревьев, которые можно построить на полносвязном графе с  $n$  вершинами, равно  $n^{n-2}$  и, следовательно, перебор вариантов для конкретных сетей оказывается невозможным.

С целью преодоления указанных трудностей в [19] предложен метод синтеза оптимального графа из  $k \geq n - 1$  ребер, который получается путём удаления  $m - k$  ребер из полносвязного графа. Оптимальный вариант удаления ребер находится среди возможных вариантов направленным перебором (исчерпывающий поиск методом ветвей и границ) [20]. Сравнение вариантов и выбор оптимального производится, как и выше, по минимальному суммарному приращению к общей протяжённости каналов в полносвязном графе. Дерево поиска решения представляет последова-

тельность разветвлений, каждое из которых учитывает наличие или отсутствие конкретного ребра в решении. При этом корень дерева выбирается для ребра с минимальным приращением [6].

Недостатком описанных методов является излишне большой объём просматриваемых вариантов, особенно для сетей с большим числом узлов при числе ветвей, далёком от полносвязной структуры. Поэтому рассмотренную группу эвристических методов естественно дополнить методами синтеза структуры, базирующимися на кратчайшей связывающей сети и предусматривающими добавление оптимального числа ребер [10, 21, 22].

Точный метод может быть эффективно использован в сочетании с приближенным методом, позволяющим найти варианты сети, имеющие достаточно большую вероятность оказаться оптимальными. Знание этих вариантов ускоряет процесс поиска оптимального варианта по точному алгоритму. С этой целью может быть использован приближённый алгоритм решения [6, 14], который заключается в повторяющейся процедуре добавления и исключения ребер для улучшения стоимостной оценки сети, начиная от структуры существующей сети. При этом как бы происходит колебательное движение около оптимального варианта и постепенное приближение к нему. Состав ребер, подлежащих добавлению или исключению, последовательно сужается, и, в конце концов, определяется вариант сети, который нельзя улучшить по стоимости ни добавлением, ни исключением ребер. Он принимается за оптимальный [6].

Алгоритм определения оптимального решения при наличии ограничений для многоузловой сети большой размерности требует значительных затрат времени на вычисление. В связи с этим возникает необходимость исследования эвристических алгоритмов, которые позволяют найти решения, близкие к оптимальным, при значительном уменьшении объёма вычислений [2, 14, 15, 22]. Построение эвристического алгоритма является компромиссом между стремлением улучшить качество сети и необходимостью сократить объём вычислений, производимых при поиске решения [14, 11, 21, 22].

Если синтезируется сеть минимальной стоимости без учёта ограничений, то её структура будет представлять собой “минимальное связывающее дерево” (МСД), узлами которого



являются КЦ. Понятие МСД применяется во многих алгоритмах и используется при синтезе сети минимальной стоимости. По определению МСД включает все узлы сети, не содержит петель или замкнутых маршрутов, а суммарная стоимость линий дерева минимальна [15].

В настоящее время известно большое число алгоритмов, созданных для решения проблем проектирования многоузловых сетей: Краскала, Ежи-Вильямса, Фогеля и др.

Алгоритм Краскала [3, 14, 23] стартует от полного графа. Из последнего в порядке увеличения длины (или стоимости) выбираются рёбра, которые включаются в минимальное связывающее дерево. При этом ребро включается только при условии, что оно не образует цикла с ранее выбранными рёбрами.

В алгоритме Ежи-Вильямса в качестве стартовой структуры используется радиальная сеть. Далее, для каждой пары вершин вычисляется экономия от замены ребра, соединяющего одну из вершин с центром, на ребро между этими вершинами. Перестановка рёбер осуществляется для пары вершин с максимальной экономией, при условии выполнения ограничений на транзитные соединения [14].

Алгоритм Шарма использует полярные координаты оконечных пунктов [3]. Площадь вокруг КЦ, являющегося центром, разбивается поворотом луча на секторы так, чтобы в каждый попало число КЦ, определяемое ограничениями. В каждом секторе с помощью одного из описанных алгоритмов строится минимальное связывающее дерево, которое затем соединяется с центром.

В алгоритме Фогеля [3, 14] для каждого КЦ подсчитывается выигрыш  $E_i = l_{ij} - l_{ji}$  от каждого подключения к ближайшему подграфу и следую-

щему по порядку ближайшему подграфу. Среди всех вариантов выбирается подграф, максимизирующий экономию. Одновременно проверяются заданные ограничения. Испытуемая вершина подключается к ближайшему узлу подграфа. Стоимость соединения между двумя сегментами определяется как стоимость самого дешёвого канала связи между двумя КЦ, принадлежащими разным подграфам. Алгоритм заканчивает работу, когда все КЦ оказываются подключёнными.

При отсутствии ограничений все указанные алгоритмы дают в качестве решения дерево минимальной протяжённости, но отличаются между собой затратами времени на поиск решения (сложностью вычислений). При проектировании многоточечных сетей с учётом ограничений, эти алгоритмы приводят к различным решениям. В [3, 6, 14] показано, что алгоритм Ежи-Вильямса даёт возможность получить решение, наиболее близкое к оптимальному. В его основе лежит процедура поиска наиболее удалённых от центра узлов (в смысле стоимости) и соединение их с соседними узлами с целью обеспечения наибольшего выигрыша в стоимости.

Кершенбаум и Чоу показали, что указанные алгоритмы можно рассматривать как частные случаи объединённого алгоритма синтеза многоточечной сети [3, 14]. Этот алгоритм является модификацией алгоритма Краскала, причём последовательное включение в сеть производится не в порядке возрастания стоимости ветви связи, а в порядке возрастания разности стоимости ветви и веса для включаемых в сеть узлов  $T_{ij} = C_{ij} - W_i$ . При разном определении  $W_i$  (вес узла  $i$ ) могут быть получены рассмотренные выше алгоритмы.

Затраты на программирование снижаются и обеспечивается многоцелевая ориентация про-

#### Условие получения унифицированного алгоритма

Алгоритм	Начальные значения	Изменение весов при вводе ветви $ij$
Прима	$W_i = 0, \quad i = 1$ $W_i = -\infty, \quad i = \overline{2, N}$	$0 > W_j; W_i = 0$
Краскала	$W_i = 0, \quad i = \overline{1, N}$	отсутствует
Ежи-Вильямса	$W_i = C_{ii}, \quad i = \overline{2, N}$	$W_i = W_j$
Фогеля	$W_i = b_i - a_i$	$W_i = b_i - a_i$



граммы проектирования, если использовать унифицированный алгоритм синтеза деревьев, из которого может быть получен тот или иной частный алгоритм. Условия, при которых это возможно, приводятся в таблице. В ней также показано, каким образом определяются значения веса  $W_i$  в каждом алгоритме, а также правила изменения этой величины при выполнении алгоритма [3, 6].

В [3] предложены другие правила определения величины  $W_i$ . Один из предложенных подходов заключается в параметризации веса  $W_i$ , т. е. в качестве весов вершин используется функция  $W_i = a(bC_{i1} + (1 - b)C_{i2})$ , где  $C_{i1}, C_{i2}$  – стоимости допустимого соединения  $i$ -го КЦ с ближайшими к нему КЦ соответственно;  $a, b$  – параметры функции ( $a > 0, 0 \leq b \leq 1$ ).

Таким образом, выбирая различные значения параметров  $a$  и  $b$ , можно получать различные решения. При  $a = 0$  получается алгоритм Краскала, при  $a = 1$  и  $b = 1$  – алгоритм Ежи-Вильямса, при  $a = 1$  и  $b = 0$  – алгоритм Фогеля.

Кроме степени близости получаемого решения к оптимальному, эффективность алгоритма определяется вычислительной сложностью или временем выполнения программы на ЭВМ [18, 24]. Для рассмотренного алгоритма (также, как и для его частных случаев) наибольшая часть времени вычислений расходуется при расчёте  $W_i$  для всех пар узлов и определения минимального значения  $W_i$ . Эти процедуры выполняются каждый раз при включении новой линии в сеть [3, 14].

Если имеется  $N$  узлов, подлежащих соединению, то число проверяемых величин  $W_i$  равно  $N(N - 1)/2$ . При больших значениях  $N$  указанная проверка занимает значительное время. Однако маловероятно, что все пары узлов необходимо проверять, многие узлы могут находиться на большом расстоянии друг от друга и заранее очевидно, что соединение их невыгодно. В худшем случае можно всегда соединить узел прямо с центром. Кершенбаум и Чоу показали, что для большой сети задача может быть эффективно решена, если считать, что к данному узлу можно подключить только  $K$  ближайших узлов (в [6] показано, что  $K \leq 5$ ), а также центральный узел. Это в значительной мере уменьшает сложность вычислений [3, 14].

Количество операций при использовании обобщенного алгоритма при этом составляет [6]  $A*N^2 + B*K*N + C*K*N*\log_2 K$ , где  $A, B, C$  – константы.

Первый член ( $A*N^2$ ) входит в выражение в связи с необходимостью изменения величин  $W_i$  каждый раз при включении определённого узла в сеть. Тогда, когда это не является необходимым (три алгоритма, описанные раньше, относятся к данному случаю), сложность вычислительных операций уменьшается и их количество составляет  $B*K*N + C*R*N*\log_2 K$  [3].

Поскольку структура сети связи должна удовлетворять критерию связности и допускать такое распределение потоков и пропускных способностей каналов, которое обеспечивает минимальное время установления соединения, наименьшую стоимость сети при заданной производительности [3, 14, 15, 25], то очевидно, что включение вопроса о выборе пропускных способностей в алгоритм определения оптимальной топологии сети ещё более усложняет рассматриваемую проблему. Поэтому решение по синтезу структуры сети, полученное по одному из этих критериев должно быть проверено для обеспечения требований по другим критериям. Наиболее распространёнными методами улучшения структуры сети являются: метод замены ветвей (МЗВ), метод насыщенного сечения (МНС) [3, 11, 12, 14].

В соответствии с методом насыщенного сечения, итеративно строится распределённая сеть минимальной стоимости при заданной интенсивности потока, проходящего по сети, и наличии ограничений на время задержки и надёжность. Решения, получаемые с помощью данного метода, близки к оптимальным. Кроме того, они нечувствительны к начальной структуре сети.

В соответствии с методом замены ветвей, на этапе улучшения структуры добавляются, удаляются или заменяются ветви и рассчитываются соответствующие изменения стоимости и интенсивности проходящего потока. Если полученная в результате модификаций структура сети более предпочтительна, то она принимается. Процедура заканчивается, когда дальнейшие улучшения невозможны. Метод замены ветвей требует больше времени для реализации, чем метод насыщенного сечения.

После того, как определена структура сети (связность элементов сети) необходимо решить задачу распределения потоков информации и определения пропускных способностей (производительностей) элементов сети. Для сети связи с коммутацией существует метод, который включает следующие этапы [17]:



1) определение количества, состава и порядка выбора путей в каждом направлении связи;

2) распределение допустимых значений вероятностей потерь по ветвям сети;

3) распределение нагрузок по ветвям сети в соответствии с составом направлений связи и алгоритмом установления соединений;

4) определение количества каналов на ветвях сети по потерям на ветвях, определённым на 2-м этапе и суммарным нагрузкам на ветвях, определённым на 3-м этапе. При этом получаемое дробное количество каналов округляется в сторону увеличения.

Данный метод не учитывает тот факт, что для образования пучков каналов на ветвях сети используются модули канaloобразующей аппаратуры. Получаемое при расчёте количество каналов округляется до числа, кратного целому числу модулей, в результате реальное число каналов на сети значительно отличается от расчётного, часть каналов остается незадействованной.

Проведённый анализ методов синтеза структуры сети связи показал, что прямое использование рассмотренных методов будет не в полной мере корректным. Причиной является то, что в ходе решения задачи синтеза структуры современных сетей связи необходимо учесть влияние множества факторов, значительная часть которых отражает воздействие случайных процессов. Это приводит к высокой размерности задачи и делает практически невозможным её прямое решение на базе существующих методов. Поэтому необходима декомпозиция общей задачи синтеза на совокупность частных, решаемых последовательно.

Авторами предлагается декомпозировать задачу синтеза структуры сети связи в следующей последовательности: синтез топологической структуры сети (структурный синтез); выбор методов и разработка алгоритмов коммутации; выбор методов и разработка алгоритмов управления обменом информации в сети (алгоритмический синтез); выбор (расчёт) параметров элементов сети – ветвей и КЦ (параметрический синтез).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Построение сетей интегрального обслуживания. Л.: Машиностроение. 1998. 332 с.
2. Рыбкин Л.В., Кобзарь В.К. Демин В.К. Автоматизация проектирования систем управления сетями связи. М.: Радио и связь. 1999. 207 с.
3. Шварц М. Сети ЭВМ. Анализ и проектирование / Пер. с англ. М.: Радио и связь. 1991. 336 с.
4. Рогинский В.Н., Харкевич А.Д., Шнепс М.А. и др. Теория сетей связи: Учеб. для вузов связи / Под ред. В.Н. Рогинского. М.: Радио и связь. 1991. 192 с.
5. Ченцов В. М. Системы распределения информации. Синтез структуры и управления. М.: Связь. 1998. 144 с.
6. Данг Динь Лам, Нейман В.И. Методы синтеза структуры сети связи // Электросвязь. 1996. № 8. С. 16–21.
7. Клейнрок Л. Коммуникационные сети (стохастические потоки и задержки сообщений). М.: Наука. 1970. 256 с.
8. Зелигер Н.Б., Чугреев О.С., Яновский Г.Г. Проектирование сетей и систем передачи дискретных сообщений. М.: Радио и связь. 2004. 176 с.
9. Зайченко Ю.П. Гонта Ю.В. Структурная оптимизация сетей. Киев: Техника. 2006. 168 с.
10. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. М.: Мир. 2003. 476 с.
11. Сети / Под ред. В. М. Глушкова. М.: Связь. 1987. 280 с.
12. Мизин И.А., Богатырев В.А., Кулешов А.П. Сети коммутации пакетов. М.: Радио и связь. 1986. 408 с.
13. Рыбкин Л.В., Кобзарь В.К. Демин В.К. Автоматизация проектирования систем управления сетями связи. М.: Радио и связь. 2000. 207 с.
14. Лохмотко В.В., Пирогов К.И. Анализ и оптимизация цифровых сетей интегрального обслуживания. Мн.: Навука і тэхніка. 2001. 192 с.
15. Захаров Г.П. Методы исследования сетей передачи данных. М.: Радио и связь. 1982. 208 с.
16. Янбых Г.Ф., Столяров Б.А. Оптимизация информационно-вычислительных сетей. М.: Радио и связь. 1997. 232 с.
17. Давыдов Г.Б., Рогинский В.Н., Толчан А.Я. Сети связи. М.: Связь. 1997. 360 с.
18. Папандимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. М.: Мир. 2005. 512 с.
19. Пшеничников А.П., Шон Ч.В. Метод оптимизации структуры сети по критерию минимальной суммарной протяжённости каналов / ТУИС. Сети, узлы связи и распределение информации. Л.: ЛЭИС. 1991. 345 с.
20. Янбых Г.Ф. Применение метода “ветвей и границ” для топологической оптимизации сети телебroadcastки данных при ограничении на время реакции // Автоматика и вычислительная техника. 1998. № 5. С. 37.
21. Янбых Г.Ф. Эттингер Б.Я. Методы анализа и синтеза сетей. Л.: Энергия. 1990. 96 с.
22. Самойленко С.И. и др. Вычислительные сети (адаптивность, помехоустойчивость, надежность). М.: Наука. 1991. 277 с.

23. Дэвис Д., Барбер Д., Прайс У. и др. Вычислительные сети и сетевые протоколы. М.: Мир. 2002. 562 с.

24. Клир Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач / Пер. с англ. М.: Радио и связь. 2006. 544 с.

25. Мясников В.А., Мельников Ю.Н., Абросимов Л.И. Методы автоматизированного проектирования систем телеобработки данных. М.: Энергоатомиздат. 2002. 288 с.

УДК 536.072: 519.2

Ю.Ю. Громов, И.Н. Ищук

## ТЕПЛОВОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ И РАСПОЗНАВАНИЕ СКРЫТЫХ ПОДПОВЕРХНОСТНЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ КОНТУРНОГО АНАЛИЗА ИХ ТЕПЛОВЫХ ТОМОГРАММ

В современных условиях получен широкий спектр быстродействующих оптических систем, и, в частности, в инфракрасном (ИК) диапазоне длин волн. Создано новое поколение приборов для регистрации теплового излучения: высокоскоростные тепловизоры с неохлаждаемыми болометрами; высокоточные радиометры; термографы. При этом считается практически стандартом снабжение таких приборов микропроцессорами предварительной обработки информации и высокоскоростными устройствами сопряжения с ЭВМ. Созданы тепловизионные камеры с температурной чувствительностью не хуже 0,05 K и пространственным разрешением 800×600 и более пикселей.

Значительный рост возможностей систем теплового обнаружения позволил выявить отставание методов обработки добываемой информации данными системами. Так, применение высокочувствительных тепловизионных приборов для выявления на поверхности грунта тепловых контрастов, связанных с наличием скрытых подповерхностных объектов, характеризуется:

зависимостью амплитуды теплового контраста от времени года, времени суток, метеоусловий и т. д.;

высокой вероятностью ложной тревоги при требуемой вероятности правильного обнаружения;

неоднозначностью определения класса материала и глубины его залегания.

В ходе непосредственного ведения поиска объектов определяющим является набор демаскирующих признаков объектов наблюдения, кото-

рые позволяют отличать один объект от другого. Демаскирующие признаки по информативности могут быть косвенными и прямыми. Принятие решения об обнаружении скрытых подповерхностных объектов по косвенному признаку, к которому относится тепловой контраст, является неэффективным. Рассматривая в качестве прямых признаков теплофизические свойства скрытых подповерхностных объектов необходимо отметить, что значения теплопроводности грунта находятся между значениями теплопроводности металлов и пластмасс, при этом их величины на один–два порядка отличаются друг от друга. Использование данного подхода к выбору демаскирующего признака позволяет не только обнаружить объект в грунте, но и распознать его класс (металл, пластмасса) и форму. Данная статья является продолжением публикации результатов исследований [1].

В [2–4] показано, что в результате решения коэффициентной обратной задачи теплопроводности в каждой точке ИК-изображения грунта производится преобразование термограмм  $T(x, y, \tau)$ , представляемых как функция пространственных координат  $x, y$  и времени  $\tau$ , в тепловые томограммы  $T_\lambda(x, y), T_a(x, y)$ , каждый пиксель которых отображает значение теплофизических свойств (теплопроводности  $\lambda$ , температуропроводности  $a$ ) элемента скрытого подповерхностного объекта (СПО) или грунта и глубинограмму  $G(x, y)$ , отображающую глубину залегания СПО.

Полученные изображения являются исходными данными для решения задачи анализа контура



изображения и последующего распознавания его класса по теплофизическим свойствам (ТФС) и формы СПО по бинарному изображению глубинограммы  $G^*$ .

Бинарное изображение получают в результате использования ступенчатой функции  $h(\cdot)$ :

$$G^* = \sum_{x=0}^X \sum_{y=0}^Y h(G(x, y) - 1)), \quad (1)$$

где  $x = 0, 1, 2, \dots, X; y = 0, 1, 2, \dots, Y$ .

Применив кодирование контура [5] по исходному изображению  $G^*$ , получают множество  $\Gamma$ , состоящее из элементарных векторов  $\gamma(n), n = 0, 1, 2 \dots k-1$ , записываемое в виде

$$\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0, k-1} = \{\gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(k-1)\}, \quad (2)$$

где  $k$  – количество элементарных векторов в контуре.

Для решения задачи распознавания формы объекта по его эталонному контуру  $E = \{e(n)\}_{0, k-1}$  производится фильтрация изображения:

$$\eta = \frac{|K|}{\|\Gamma\|^2} \sum_{n=0}^{k-1} |\gamma(n)|^2 |\Delta\phi(n)|, \quad (3)$$

где  $\Delta\phi$  – угол взаимного поворота контуров  $E$  и  $\Gamma$ , в результате которого поворачивается каждый элементарный вектор контура,  $K$  – масштабирующий множитель, заключающийся в растяжении каждого элементарного вектора контура,  $\|\Gamma\|$  – евклидова норма.

Для классификации контуров СПО, подлежащих распознаванию в качестве эталонных могут быть выбраны элементарные контуры (круг, квадрат, прямоугольник), дельтивидные и равнодольные контуры.

В ходе натурного эксперимента по идентификации ТФС в кварцевом песке на глубине 7,5 мм был замаскирован пластмассовый объект, который назовем целью 1, с размерами  $2,8 \times 2,8 \times 1,5$  см. Размер обрабатываемого изображения с помощью тепловизионного прибора (ТПВП) THERMACAM SC 3000 составил  $81 \times 71$  пиксель ( $12,2 \times 10,7$  см $^2$ ). Размер элемента разрешения поверхности грунта составил  $1,5 \times 1,5$  мм $^2$ . Перед началом эксперимента грунт не был термостатирован и нагревался в течение  $\tau_1^* = 55$  с. Для решения задачи идентификации ТС СПО было снято сто двадцать термограмм, термограмма грунта с целью 1 в момент времени  $\tau = 120$  с представлена на рис. 2. В ходе второго эксперимента на глубине 7,5 мм был замаскирован металлический объект, который назовём

целью 2, с размерами  $2,8 \times 2,8 \times 1,5$  см. Перед началом эксперимента грунт был термостатирован, после чего нагревался в течение  $\tau_2^* = 120$  с. Для решения задачи идентификации СПО было снято триста термограмм.

Для решения задачи обнаружения СПО был применён метод теплового контраста. Плотности распределения вероятности при отсутствии контраста между температурой фона и цели экспериментальной термограммы и при его наличии подчиняются нормальному закону [6].

Полученные вероятности правильного обнаружения СПО методом тепловых контрастов при заданной вероятности ложной тревоги, согласно критерию Неймана-Пирсона представлены в табл. 1 (исходные ИК-изображения приведены в [2]).

Таблица 1

**Вероятность правильного обнаружения СПО методом тепловых контрастов**

Вероятность цели правильного обнаружения	1	2
При вероятности ложной тревоги 0,1	0,58	0,52
При вероятности ложной тревоги 0,01	0,29	0,23

В результате применения методики идентификации ТФС СПО [2–4] на основе решения в каждой точке  $x, y$  ИК-видеоизображения коэффициентной обратной задачи теплопроводности путём минимизации функционала:

$$\left\{ J(x, y; a_i, \lambda_i, g) = \sum_{\tau=0}^N (T(x, n_2, \tau; a_i, \lambda_i, g) - \tilde{T}(x, y, \tau))^2 \right\} \rightarrow \min_{a_2, \lambda_2, g}, \quad (4)$$

где  $\tilde{T}(x, y, \tau)$  – ИК-видеоизображение поверхности грунта;  $T(x, y, a_i, \lambda_i, g)$  – дискретная математическая модель, описывающая тепловые процессы в грунте с учётом СПО, в частности модель RADheat() [7, 8];  $a_1, \lambda_1$  – ТФС грунта,  $a_2, \lambda_2$  – ТФС СПО;  $g$  – глубина залегания элемента СПО; были получены изображения тепловых томограмм и глубинограммы. Полученное изображение  $G$  с целью 1 и 2 в результате преобразования (1) приведено на рис. 1.

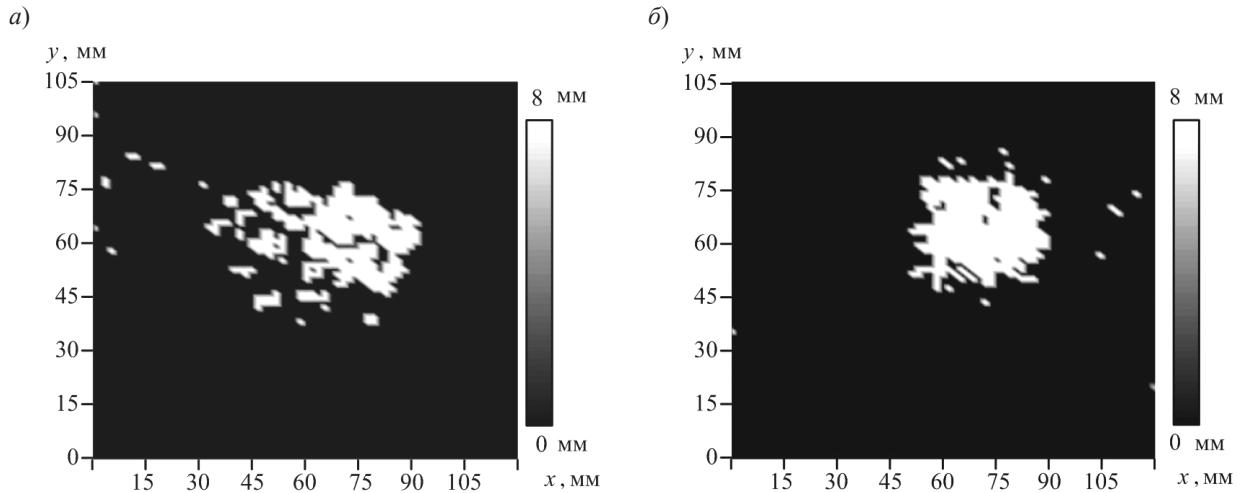


Рис. 1. Глубинограмма цели 1 и 2

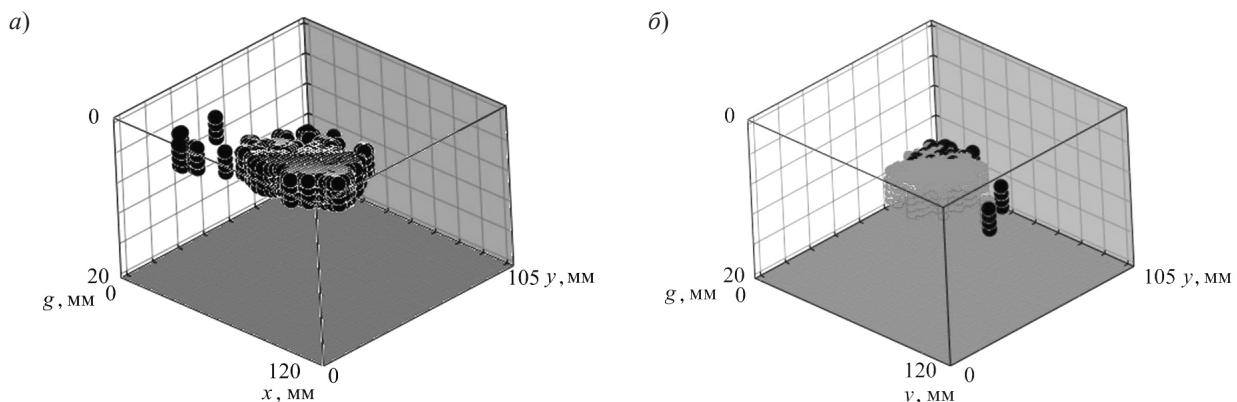


Рис. 2. Трёхмерная реконструкция распознанных элементов цели 1 и 2

Вероятности правильного обнаружения СПО методом идентификации ТФС СПО согласно критерию Неймана-Пирсона представлены в табл. 2.

Таблица 2

**Вероятность правильного обнаружения СПО методом идентификации ТФС**

Вероятность цели правильного обнаружения	1	2
При вероятности ложной тревоги 0,1	0,68	0,88
При вероятности ложной тревоги 0,01	0,65	0,86

Мера подобия (3) между эталонным изображением контура объекта квадратной формы размерами  $19 \times 19$  пикселей и изображением СПО (цель 1) по глубинограмме  $G$  (рис. 1, а) составила 0,72; а по термограмме с максимальным значением отношения сигнала/фон – 0,54.

Мера подобия (3) для цели 2 по глубинограмме  $G$  (рис. 1, б) составила 0,83; а по термограмме – 0,59.

Изображение трёхмерной реконструкции обнаруженных и распознанных элементов СПО целей 1 и 2 представлено на рис. 2. В трёхмерной реконструкции отображается местоположение элементов СПО в виде точек, ориентированных в пространстве относительно поверхности грунта, при этом чёрный цвет точек относится к материалам, классифицированным как теплоизоляторы (пластмасса), а серый цвет относится к материалам класса теплопроводников (металлы) [2].



Для применения предлагаемого подхода главным условием является различие ТФС основного материала и скрытых в нём дефектов – СПО. В системе грунт (основной материал) – СПО (металл, пластмасса), эффективность решения задачи обнаружения и распознавания типа объекта заключается в том, что тепловые свойства грунта по шкале теплопроводности находятся посередине между тепловыми свойствами металлов и пластмасс.

Таким образом, применение методики обнаружения скрытых подповерхностных объектов в

инфракрасном диапазоне волн на основе идентификации их теплофизических свойств позволяет повысить контраст изображения за счёт преобразования термограмм в тепловые томограммы и глубинограммы и, соответственно, увеличить вероятность правильного обнаружения объектов поиска с распознаванием их класса как по теплофизическими свойствам, так и по контуру.

Работа выполнена при поддержке по региональному гранту РФФИ, проект № 09-01-97501-р\_центр\_a.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Громов Ю.Ю., Лобанов Б.С., Ищук И.Н. и др. Интеллектуальная информационная система синтеза решения задач теплового обнаружения скрытых подповерхностных объектов // Инженерная физика. 2009. № 11. С. 36–42.
2. Ищук И.Н., Фесенко А.И., Громов Ю.Ю. Идентификация свойств скрытых подповерхностных объектов в инфракрасном диапазоне волн. М.: Машиностроение. 2008. 184 с.
3. Ищук И.Н., Громов Ю.Ю., Самхарадзе Т.Г., Фесенко А.И. Обработка изображений в инфракрасном диапазоне волн на основе идентификации тепловых свойств скрытых подповерхностных объектов // Инженерная физика. 2009. № 2. С. 3–11.
4. Ищук И.Н., Карпов И.Г., Фесенко А.И. Обнаружение скрытых подповерхностных объектов в инфракрасном диапазоне волн на основе идентификации их тепло-вых свойств // Измерительная техника. 2009. № 4. С. 36–39.
5. Фурман Я.А., Кревецкий А.В., Передреев А.К. и др. Введение в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2002. 592 с.
6. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь. 1983. 320 с.
7. Ищук И.Н. Принципы обнаружения дефектов в материалах при помощи термографии // Измерительная техника. 2008. № 4. С. 49–53; Ishchuk I.N. The detection of defects in materials using thermography // Measurement Techniques. 2008. Vol. 51. № 4. P. 184–187.
8. Ищук И.Н., Фесенко А.И., Скрипкин А.С. Профилирование глубины с помощью оптико-электронной системы тепловой подповерхностной локации // Радиотехника. 2008. № 5. С. 61–65.

УДК 519.8

*В.А. Матвеев*

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОНУСНОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ КООПЕРАТИВНОЙ ИГРЕ БЕЗ ПОБОЧНЫХ ПЛАТЕЖЕЙ

При выработке и принятии решения в сложной системе управления большое значение имеет согласование интересов сторон, имеющих несовпадающие взгляды на результат функционирования системы. Изучение этой проблемы проводилось в рамках теории группового выбора [1]. Под групповым решением обычно понима-

ют общее соглашение по рассматриваемой проблеме для всех участников группы на основе их субъективных интересов, предпочтений и целей. Иными словами, осуществляется переход от индивидуальных точек зрения отдельных экспертов к единому коллективному мнению, на основе которого вырабатывается согласованное групповое



решение. Такой взгляд на проблему очень близок к концепции кооперативного решения в теории игр [2].

Очень часто в моделях управления рассматривается “стatische” или “мгновенное” принятие решения. В этом случае не учитывается изменение объекта управления и предпочтений лица принимающего решение (ЛПР) с течением времени. Такая идеализация характерна и для конфликтных или теоретико-игровых задач. Однако в большинстве реальных проблем с течением времени изменяется и сама управляемая система и предпочтения ЛПР, ибо “всё течёт, всё движется и ничего не остаётся неизменным” [3, С. 214–219]. Учёт динамики осуществляется в рамках дифференциальной теории игр.

Рассматривается дифференциальная игровая задача  $N$  лиц, которая представлена в [4, С. 21–25]

$$\Gamma = \langle N, \Sigma, \{U_i\}_{i \in N}, \{J_i\}_{i \in N} \rangle. \quad (1)$$

Здесь  $N = \{1, \dots, N\}$  множество игроков. Управляемая динамическая система  $\Sigma$ , в которой изменение во времени  $t \in [t_0, t_1]$  описывается системой линейных дифференциальных уравнений и начальными условиями

$$\dot{x} = A(t)x + \sum_{i=1}^N B_i(t)u_i, \quad (2)$$

$$x(t_0) = x_0. \quad (3)$$

Элементы матриц предполагаются непрерывными. В (2)–(3) представлено изменение фазового вектора  $x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n$  под воздействием управления  $u = (u_1, \dots, u_N)$ . Управляющие воздействия (стратегии)  $i$ -го игрока отождествляются с функциями  $u_i = u_i(t, x) = Q(t)x$ , где  $n_i \times n$  элементы матрицы  $Q(t)$  предполагаются непрерывными для  $t \in [t_0, t_1]$ . Множество его стратегий

$$U_i = \{u_i = Q_i(t)x \mid Q_i(t) \in C_{n_i \times n} [t_0, t_1]\}, i \in N.$$

Далее используются ситуации

$$u = (u_1, \dots, u_N) \in U = U_1 \times \dots \times U_N. \quad (4)$$

Игра развивается следующим образом. Каждый из игроков выбирает и использует свою стратегию  $u_i = Q_i(t)x \in U_i$ ,  $i \in N$ . В результате складывается ситуация  $(u_1, \dots, u_N) \in U = (U_1, \dots, U_N)$ . Фазовый вектор  $x(t)$ ,  $t \in [t_0, t_1]$  находится как решение задачи (2)–(3). На наборах  $(x(t), (u_1, \dots, u_N))$  задана функция выигрыша  $i$ -го игрока, определённая квадратичным функционалом

$$\begin{aligned} J_i(u, t_*, x_*) &= x(t_1)C_i x(t_1) + \\ &+ \int_{t_0}^{t_1} (u(t)D_i u(t) + x(t)G_i x(t))dt, \quad i \in N. \end{aligned} \quad (5)$$

На содержательном уровне цель игроков состоит в совместном выборе своих стратегий, при котором окончательный исход (выигрыш) каждого игрока будет возможно большим. Учитывая (2)–(5), игра (1) называется дифференциальной позиционной линейно–квадратичной игрой  $N$  лиц [4, с. 24].

Будем рассматривать кооперативный вариант игры (1), при котором игроки могут договариваться между собой о совместном выборе ситуации  $u \in U$ . Часто такие модели возникают в задачах, когда побочные платежи запрещены самими правилами игры. Например, в задачах преследования убегающего группой догоняющих, где функция выигрыша преследователя есть его расстояние (в момент окончания игры) до убегающего, передача части выигрыша (части расстояния) от одного преследователя к другому просто невозможна. Далее рассматривается кооперативная игра без побочных платежей [5].

Перейдём к нетривиальной задаче определения оптимального решения в кооперативной игровой задаче (1). Формально дифференциальную позиционную линейно–квадратичную игру  $N$  лиц (1) можно рассматривать с точки зрения многокритериальной задачи [6, 7]. Определяется дифференциальная позиционная линейно–квадратичная многокритериальная задача

$$Z = \langle \Sigma, U, J \rangle. \quad (6)$$

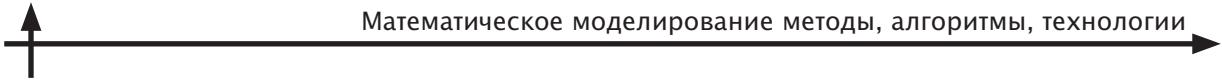
Здесь управляемая динамическая система представлена в (2)–(3). Управляющим воздействием в задаче (6) является ситуация из игры (1) и множество ситуаций  $U$  представлено в (4). Векторная функция выигрышей

$$J(u, x_0, t_0) = (J_1(u, x_0, t_0), \dots, J_N(u, x_0, t_0)), \quad (7)$$

компоненты которой приведены в (5). Формальное сходство позволяет использовать принципы оптимальности от многокритериальной дифференциальной задачи (6) для дифференциальной кооперативной игровой задачи (1).

Многокритериальные задачи и различные подходы к определению решения активно изучаются.

Один из достаточно общих подходов к определению решения в многокритериальной задаче основан на концепции конусной оптимальности



[8, 9]. Будем рассматривать выпуклый, острый конус  $K$  в  $R^N$ . Часто рассматривается многогранный (полиэдральный) конус в конечномерном евклидовом пространстве, который можно задать квадратной матрицей

$$K = \{f \in R^N \mid Af \geq 0_N\} / \{0_N\}. \quad (8)$$

Полагаем, что элементы матрицы  $A$  являются неотрицательными, а сама матрица невырожденной. Это гарантирует то, что соответствующий конус  $K$  в (8) будет выпуклым, острым, и его размерность совпадает с размерностью критериального пространства  $R^N$ . Конус порождает в векторном пространстве бинарное отношение  $\geq_k$  по правилу

$$f \geq_k g \Leftrightarrow f - g \in K. \quad (9)$$

Известно, что если конус  $K$  в (8) является выпуклым, острым и не содержит начало координат, то он определяет отношение строго порядка инвариантное относительно линейного положительного преобразования в  $R^N$ . Верно и обратное утверждение. Такой конус  $K$  называют конусом доминирования в  $R^N$ ,  $N \geq 1$ . Стандартным образом строгий порядок (9) в  $R^N$  при заданном конусе  $K$  определяет оптимальное (максимальное, минимальное) по конусу решение в многокритериальной задаче. Используем приведённый выше подход к определению решения в дифференциальной кооперативной игре  $N$  лиц без побочных платежей (1).

Пусть конус  $K$  определён невырожденной квадратной матрицей  $A$  порядка  $N$ , элементы которой неотрицательны (8). Ситуация  $u^* \in U$  называется оптимальной по конусу  $K$  в задаче (1), если  $\forall u \in U$  выполнено условие  $J(u^*) - J(u) \in K$ . Если при этом  $R_>^N \subseteq K$  ( $-R_>^N \subseteq K$ ), то оптимальное решение называется максимальным по конусу  $K$  (минимальным по конусу  $K$ ).

Оптимальное по конусу  $K$  решение является достаточно общим в задаче (1). Действительно, такое решение, как частный случай, включает оптимальное по Парето (по Слейтеру) решение в задаче (1), которое будет конусным решением с конусом доминирования:

$$R_+^N = \{x \in R^N \mid x_i \geq 0, i = 1, \dots, N\} / \{0_N\}$$

$$(R_>^N = \{x \in R^N \mid x_i > 0, i = 1, \dots, N\}).$$

Оптимальных по конусу решений может быть много. Тогда уточнение по конусу можно

применить несколько раз, последовательно уточняя (улучшая) решение. Соответствующий подход можно представить в матричной форме [9]. Рассмотрим следующую бесконечную последовательность квадратных, невырожденных, неразложимых, стохастических матриц

$$A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, i \in N. \quad (10)$$

Все элементы стохастической матрицы неотрицательны и сумма элементов каждой строки равна единице. По последовательности матриц построим новую последовательность:

$$B_1 = A_1, B_2 = A_2 \cdot A_1 = A_2 A_1, B_3 = A_3 \cdot A_2 \cdot A_1 = A_3 \cdot B_2, \dots,$$

$$B_n = A_n \cdot A_{n-1} \cdot \dots \cdot A_1 = A_n B_{n-1}, \dots, n \in N. \quad (11)$$

Каждая матрица из последовательности (11) будет определять многогранный конус аналогично (8). Обозначим конусы этой последовательности, как  $K_p$ ,  $i \in N$ . Полученная последовательность конусов позволит построить уточнённое по конусу решение многокритериальной задачи (1).

*Утверждение 1.* Пусть матрицы  $A_i$ ,  $i \in N$  из последовательности (10) являются неотрицательными, невырожденными, неразложимыми, стохастическими. Тогда для любого натурального  $n$

матрица  $B_n = A_n \cdot A_{n-1} \cdot \dots \cdot A_1$  из последовательности (11) является неотрицательной, невырожденной, неразложимой, стохастической;

для соответствующих конусов имеет место включение  $K_n \subset K_{n+1}$ ;

для соответствующих множеств оптимальных по конусу решений задачи (1) имеет место включение  $X_n^* \supset X_{n+1}^*$ .

Каждая матрица  $B_i$ ,  $i \in N$  из последовательности (11) является стохастической, и для них верны условия теоремы Фробениуса [10, С. 354–355]. У каждой такой матрицы максимальное собственное значение  $\lambda_0 = 1$ . Каждому собственному значению однозначно можно выбрать левый собственный вектор:

$$\alpha^{(n)} = (\alpha_1^{(n)}, \alpha_2^{(n)}, \dots, \alpha_m^{(n)}), \sum_{i=1}^m \alpha_i^{(n)} = 1, \alpha_i^{(n)} > 0. \quad (12)$$

Учитывая вышеизложенное, для последовательности матриц (11) верно

*Утверждение 2.* Пусть матрицы  $A_i$ ,  $i \in N$ , из последовательности (10) являются неотрицательными, невырожденными, неразложимыми, стохастическими. Тогда существует предел последовательности матриц (11), т. е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} B_n = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n \cdot A_{n-1} \cdot \dots \cdot A_1 = A_0.$$



Матрица  $A_0$  является положительной, вырожденной с рангом равным 1, все строки матрицы равны

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha^{(n)} = \alpha^{(0)} = (\alpha_1^{(0)}, \alpha_2^{(0)}, \dots, \alpha_m^{(0)}), \sum_{i=1}^m \alpha_i^{(0)} = 1, \alpha_i^{(0)} > 0,$$

где левый собственный вектор  $\alpha^{(n)}$  из (12).

Последнее утверждение является основанием для уточнения оптимального решения в задаче (1).

*Определение.* Рассматривается многокритериальная задача (1) и последовательность неотрицательных, невырожденных, неразложимых, стохастических матриц (10). Пусть набор чисел

$$\alpha^{(0)} = (\alpha_1^{(0)}, \alpha_2^{(0)}, \dots, \alpha_m^{(0)}), \sum_{i=1}^m \alpha_i^{(0)} = 1, \alpha_i^{(0)} > 0$$

представляет строку предельной матрицы  $A_0$  из утверждения 2. Тогда ситуацию

$$u^* \in \arg \max_{u \in U} (\alpha_1^{(0)} J_1(u) + \alpha_2^{(0)} J_2(u) + \dots + \alpha_N^{(0)} f_N(u)) \quad (13)$$

будем называть уточнённым по последовательности конусов (10) оптимальным (максимальным) решением дифференциальной игровой задачи (1).

Если в определении уточнения оптимального по Парето решения в дифференциальной игровой задаче (1) проводится по последовательности многограных конусов, определённых степенями неотрицательной, невырожденной, неразложимой, стохастической матрицы  $A$ , то полученное решение будем называть уточнённым по конусу  $K$  решением многокритериальной задачи (1).

Рассмотрим кооперативный подход к формированию решения в дифференциальной игровой задаче (1). Уточнённое по конусу решение может быть определено из многогранного конуса, выбор которого устраивает всех игроков. Игроки должны сделать свой выбор из учёта своих интересов, которые представлены соответствующим функционалом (5) из векторной функции выигрыша (7)  $J(u, x_0, t_0) = (J_1(u, x_0, t_0), \dots, J_N(u, x_0, t_0))$ . В то же время интересы игроков требуется согласовать, предложив им пойти на снижение своего индивидуального выигрыша в обмен на выработку общего коллективного решения.

Каждый игрок  $i \in N$  выбирает ситуацию, что доставляет наибольшее значение его функции выигрыша  $J(u, x_0, t_0)$ , то есть  $J_i(u^*, x_0, t_0) \geq f_i(u, x_0, t_0)$ ,  $\forall u \in U$ . В этой ситуации свои (не лучшие) выигрыши получают и все остальные игроки. Получается набор из  $N$  выигрышей всех игроков  $J(u^*, x_0, t_0) = (J_1(u^*, x_0, t_0), \dots, J_N(u^*, x_0, t_0))$ . Считаем, что все выигрыши положительны. Если это не так, то общим преобразованием делаем все значения выигрышей положительными.

Обозначим  $M_i = (J_1(u^*, x_0, t_0) + \dots + J_N(u^*, x_0, t_0))$  и получим набор из  $N$  положительных чисел, в сумме равных единице  $(J_1(u^*, x_0, t_0)/M_i, \dots, J_N(u^*, x_0, t_0)/M_i)$ . Аналогичным образом каждый игрок  $i \in N$  определяет свой набор из  $N$  положительных чисел, в сумме равных единице. Поставим набор чисел игрока  $i \in N$  в  $i$ -ю строку матрицы  $A$ . По построению эта квадратная матрица  $A$  порядка  $N$  является стохастической и она определяет конус доминирования  $K$ .

По рецептам утверждения 2 многогранный конус доминирования  $K$  (стохастическая матрица  $A$ ) позволяет определить уточнённое по конусу оптимальное решение. Уточнённым решением в кооперативной дифференциальной игре является оптимальное по конусу решение в соответствующей многокритериальной задаче и конус доминирования есть предельный многогранный конус  $K_0$ , из утверждения 2. Отметим, что этот конус определяется предельной матрицей  $A_0$ .

Полученное уточнённое по конусу решение можно считать решением исходной кооперативной игры без побочных платежей. Действительно, такое решение выгодно каждому игроку, т. к. исходным пунктом кооперативного решения являются ситуации, наилучшие для этого игрока. На втором этапе совместно выбирается компромиссное решение, которое обосновано существом рассматриваемой задачи (матрицей  $A$ ), а не личным предпочтением игрока.

Рассмотрим модельный пример кооперативной игры двух лиц без побочных платежей. Динамическая управляемая система представлена дифференциальным уравнением и начальным условием из [11, С. 338–339]:

$$\dot{x} = u(t), \quad (14)$$

$$x(t_0) = x_0. \quad (15)$$

Здесь  $x \in R$ ,  $u \in R$ ,  $t \in [0, 1]$ . Заданы функционалы – выигрыши первого и второго игроков:

$$J_1 = \frac{1}{2} \int_0^1 u^2 dt + \frac{1}{2} x^2(1), \quad (16)$$

$$J_2 = 2 \int_0^1 u^2 dt + x^2(1). \quad (17)$$

На содержательном уровне цель игры состоит в выборе управления, доставляющего возможно меньшее значение одновременно двум функционалам (16) и (17).



В соответствии с представленной выше схемой рассмотрим динамическую задачу минимизации (14)–(16) для первого игрока. Используя методы динамического программирования [11], находим оптимальное управление первого игрока, которое является постоянным  $u^1 = -0,5x_0$ . Функционал (16) принимает значение  $J_1^{1*} = 0,25x_0^2$ . При таком управлении  $u^{1*} = -0,5x_0$  другой функционал (17) достигает  $J_2^{1*} = 0,75x_0^2$ .

Аналогично решается динамическая задача минимизации (14), (15), (17) для второго игрока. В этом случае оптимальное управление является постоянным  $u^{2*} = -1/3x_0$ . Функционал (17) принимает значение  $J_2^{2*} = 2/3x_0$ . Значение функционала (16) будет  $J_1^2 = 5/18x_0^2$ . Полученная информация позволяет определить стохастическую матрицу  $A$

$$A = \begin{pmatrix} J_1^{1*} / M_1 & J_2^1 / M_1 \\ J_1^2 / M_2 & J_2^{2*} / M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 & 3/4 \\ 5/17 & 12/17 \end{pmatrix}.$$

Здесь  $M_1 = J_2^{1*} + J_1^1 = x_0^2$  и  $M_2 = J_1^2 + J_2^{2*} = 17/18x_0^2$ .

Матрица  $A$  определяет двухгранный конус  $K$ , аналогично (8). Уточнение проводится по последовательности конусов, определяемых степенями матрицы  $A$ . Предельная матрица

$$A_0 = \begin{pmatrix} 20/71 & 51/71 \\ 20/71 & 51/71 \end{pmatrix},$$

где  $c = (20/71, 51/71)$  собственный вектор матрицы  $A$ , относящийся к максимальному собственному значению  $\lambda = 1$ . Матрице  $A_0$  соответствует конус  $K_0$ , аналогично (8).

Решением кооперативной дифференциальной игры двух лиц без побочных платежей (14)–(17) является оптимальное по предельному конусу  $K_0$  решение двухкритериальной динамической задачи, определяемой условиями (14)–(17).

Оптимальное управление по конусу  $K_0$  в последней двухкритериальной задаче находится как решение динамической задачи, аналогичной динамической задачи для первого (второго) игрока в данном примере. Отличие в целевом функционале, который в последнем случае равен

$$J = \frac{112}{173} \int_0^1 u^2 dt + \frac{61}{173} x^2(1).$$

Оптимальное управление находится по методам динамического программирования. Оно будет постоянным  $u^{**} = -61/173x_0$ . В этом случае выигрыши игроков, представленные функционалами (16) и (17) будут  $J^{**} = (J_1, J_2) = (0,271726; 0,667780)$ . Значения функционалов представлено с точностью до  $\varepsilon = 0,000001$ .

Исследована проблема группового выбора. Согласование интересов проводится с позиции кооперативной теории игр. При выработке решения учитывается также развитие процесса управления во времени. Рассмотрение этих факторов приводит к дифференциальной кооперативной игре без побочных платежей. Решение в такой задаче определяется из соответствующей многокритериальной динамической задачи, учитывая близость формулировок этих двух задач. Обычно решением многокритериальной задачи считают оптимумы по Слейтеру и по Парето, но таких решений, как правило, много. Используется процедура уточнения решения, которая для “статических” многокритериальных задач основана на последовательной конусной оптимизации и представлена в [9]. Особенностью метода является выбор, с которого начинается процедура уточнения векторного решения. Этот первоначальный конус определяется личными предпочтениями игроков.

Конусное решение указывает приемлемый, по мнению экспертов, компромисс между критериями при принятии решения. Если исход оптимален по конусу и от него возможен переход к другому исходу, так что выигрыш по одному критерию будет большим, то найдется другой критерий, по которому проигрыш будет недопустимо большим.

Конусные решения в многокритериальной задаче имеют важное свойство: если первый конус включает второй конус как подмножество, то множество оптимальных по первому конусу решений является подмножеством решений, оптимальных по второму конусу. На этом свойстве построена процедура уточнения решения.

Конусные отношения можно задавать в матричной форме, именно в форме стохастических матриц. В этом случае последовательное уточнение конусной упорядоченности соответствует умножению стохастических матриц. Предлагается следующий алгоритм: на основании мнения



экспертов строится последовательность расширяющихся конусов, которой соответствует последовательность вложенных множеств конусных решений. Решение по предельному конусу называется уточнённым по последовательности конусов оптимальным решением многокритериальной задачи и, значит, решением первоначальной кооперативной игры.

Для дифференциальной кооперативной игрой задачи  $N$  лиц сформулировано уточнённое по последовательности конусов решение и проведено обоснование алгоритма его нахождения. Указаны свойства последовательности стохастических матриц, которые гарантируют существование предельного конуса. Рассмотрен модельный пример.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Миркин Б.Г. Проблема группового выбора. М.: Наука. 1974.
2. Мулен Э. Теория игр с примерами из экономики. М.: Мир. 1985.
3. Жуковский В.И., Салуквадзе М.Е. Риски и исходы в многокритериальных задачах управления. Тбилиси: Интелект. 2004.
4. Жуковский В.И. Кооперативные игры при неопределенности и их приложения. М.: Эдиториал УРСС. 1999.
5. Тынянский Н.Т., Жуковский В.И. Дифференциальные игры с ненулевой суммой (кооперативный вариант) // Итоги науки и техники. Математический анализ. М.: ВИНТИИ. Т. 17. С. 3–112.
6. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Оптимизация гарантий в многокритериальных задачах управления. Тбилиси: Мецниера. 1996.
7. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. М.: Физматлит. 2002.
8. Yu P.L. Cone convexity, cone extreme points and nondominated solutions in decision problems with multiobjectives // Journal of optimization theory and application. 1974. Vol. 14. № 3. P. 319–377.
9. Матвеев В.А. Исследование оптимальности по конусу в многокритериальной задаче // Научно-технические ведомости СПбГТУ. 2009. № 4. С. 169–176.
10. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. Москва.: Наука. 1967.
11. Пантелеев В.И., Бортаковский А.С. Теория управления в примерах и задачах. М.: Высшая школа. 2003.

УДК 681.3.06

*Б.Г. Ильясов, И.В. Дегтярева, Е.А. Макарова, А.Н. Павлова*

## РЕГУЛИРОВАНИЕ НЕРАВНОВЕСНЫХ ПРОЦЕССОВ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОГО КРУГООБОРОТА ФИНАНСОВЫХ ПОТОКОВ

Неустойчивость функционирования российской экономики в настоящее время обусловлена не только влиянием мирового финансового кризиса, но и внутренними причинами, одной из которых является несовершенство рыночных механизмов макроэкономического регулирования. В этих условиях всё большую актуальность приобретают системные исследования динамики функционирования макроэкономических систем в рыночных условиях.

Моделирование рыночных макроэкономических механизмов ведётся с использованием как

неоклассических моделей частичного равновесия на рынках благ и ресурсов, так и кейнсианских неравновесных моделей макроэкономических рынков, а также современных моделей информационных несовершенств на этих рынках [1–3]. Особый интерес представляет компьютерное моделирование динамических особенностей рыночных механизмов на основе методологии системной динамики, результатом которого является разработка систем имитационного моделирования (СИМ) для целей макроэкономического анализа [4–6]. Несмотря на широкие возможности



решения разнообразных задач с помощью СИМ, необходимо отметить недостаточное внимание к вопросам, связанным с анализом динамики взаимодействия секторов макроэкономической системы, формирующих кругооборот финансовых потоков с одновременным учётом ограниченных запасов и ценовых регулирующих механизмов.

Для решения задачи обеспечения информационно-аналитической поддержки в исследовании динамики неравновесных воспроизводственных процессов макроэкономической системы (МЭС) и принятия решения по обеспечению сбалансированности финансовых потоков разрабатывается СИМ на базе созданного ранее комплекса динамических моделей макроэкономического кругооборота потоков, формирующих воспроизводственный процесс МЭС с учётом ограниченных запасов [7]. В данной статье решаются задачи разработки системных принципов включения рыночных механизмов регулирования в существующую поточно-запасную динамическую модель макроэкономического кругооборота, а также когнитивной и динамических моделей макроэкономического кругооборота МЭС с учётом рынка благ.

*Когнитивная модель макроэкономического кругооборота* МЭС в неравновесных условиях рынка благ строится на основе разработанной когнитивной модели макроэкономического кругооборота [7]. Модель включает четыре концепта – макроэкономических агента (МЭА), в роли которых выступают: реальный сектор (фирмы), сектор домохозяйств (население), секторы финансовых и государственных учреждений (рис. 1). Связями являются финансовые потоки (сплошные линии).

Взаимодействие МЭА во времени сопровождается формированием разнотемповых и разнонаправленных потоков финансовых ресурсов, образующих доходы и расходы МЭА. Помимо потоковых связей в модели выделены информационные связи по запасам (штриховая линия). Каждый МЭА имеет запасы финансовых ресурсов (заштрихованная область концепта); деятельность МЭА является управляемой на основе информации о накопленных запасах [8].

С концептуальных позиций включение в модель новых элементов – рынков, во-первых, не меняет сущности построения потоковых взаимосвязей между МЭА, заключающейся в обеспечении кругооборота финансовых ресурсов, во-вторых,

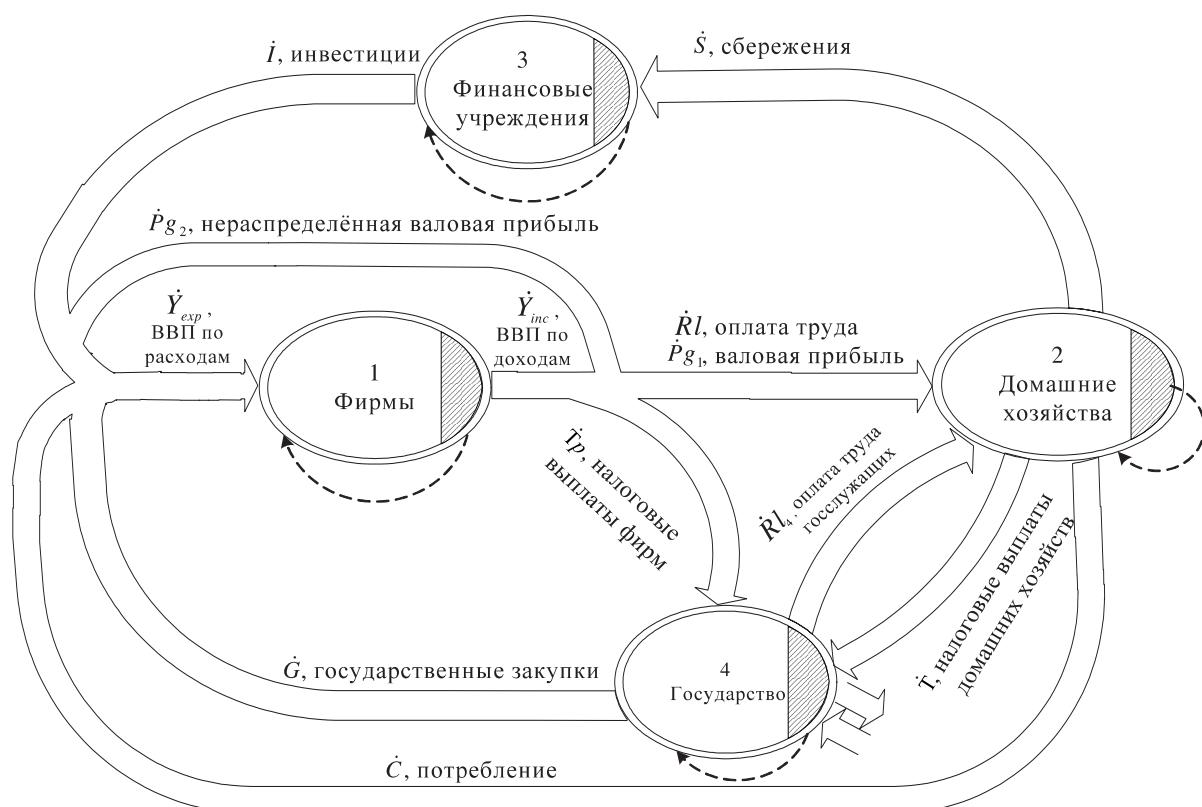


Рис. 1. Когнитивная модель макроэкономического кругооборота

не затрагивает локальных механизмов информационной корректировки темпов формирования расходов финансовых ресурсов каждого МЭА на основе информации о запасах; и, в-третьих, дополняет существующие информационные механизмы корректировки потоков по запасам качественно новым информационным механизмом – механизмом ценового регулирования финансовых потоков, который основан на анализе состояния всей МЭС в целом в виде информации о совокупном спросе  $\dot{A}d$  и совокупном предложении  $\dot{A}s$ .

Системные принципы включения рынка благ в когнитивную модель макроэкономического кругооборота состоят в следующем.

1. *Рынок благ* – макроэкономический рынок, построенный путём агрегирования микроэкономических рынков разнообразных товаров и услуг с целью выделения наиболее важных закономерностей взаимодействия совокупного спроса  $\dot{A}d$  и совокупного предложения  $\dot{A}s$  и формирования уровня цен  $P$ .

2. Совокупный спрос  $\dot{A}d$  – это расходы, которые владельцы факторов производства желают и могут (способны) понести для приобретения товаров при каждом из возможных уровней цен при

прочих равных условиях в течение некоторого периода времени. Следовательно, совокупный спрос  $\dot{A}d$  – это планируемый (желаемый) темп формирования совокупных расходов владельцев факторов производства. На когнитивной модели совокупный спрос представлен в виде входного финансового потока для рынка благ (рис. 2).

3. Совокупное предложение  $\dot{A}s$  – это выраженное в рыночной стоимости количество конечных благ, которые производственный сектор желает и может предложить к реализации на рынке благ при каждом из возможных уровнях цен при прочих равных условиях в течение некоторого периода времени. Следовательно, совокупное предложение  $\dot{A}s$  – это планируемый темп формирования материального потока. Поскольку согласно принятым ранее допущениям моделируется движение только финансовых потоков, а движение потоков благ, равных по значению и противоположных по направлению движения, не рассматривается, то на когнитивной модели поток благ  $\dot{A}s$  целесообразно представить в виде специальной информационной связи (штрихпунктирная линия).

4. Рассматриваемые функции рынка благ состоят, во-первых, в обеспечении взаимодействия

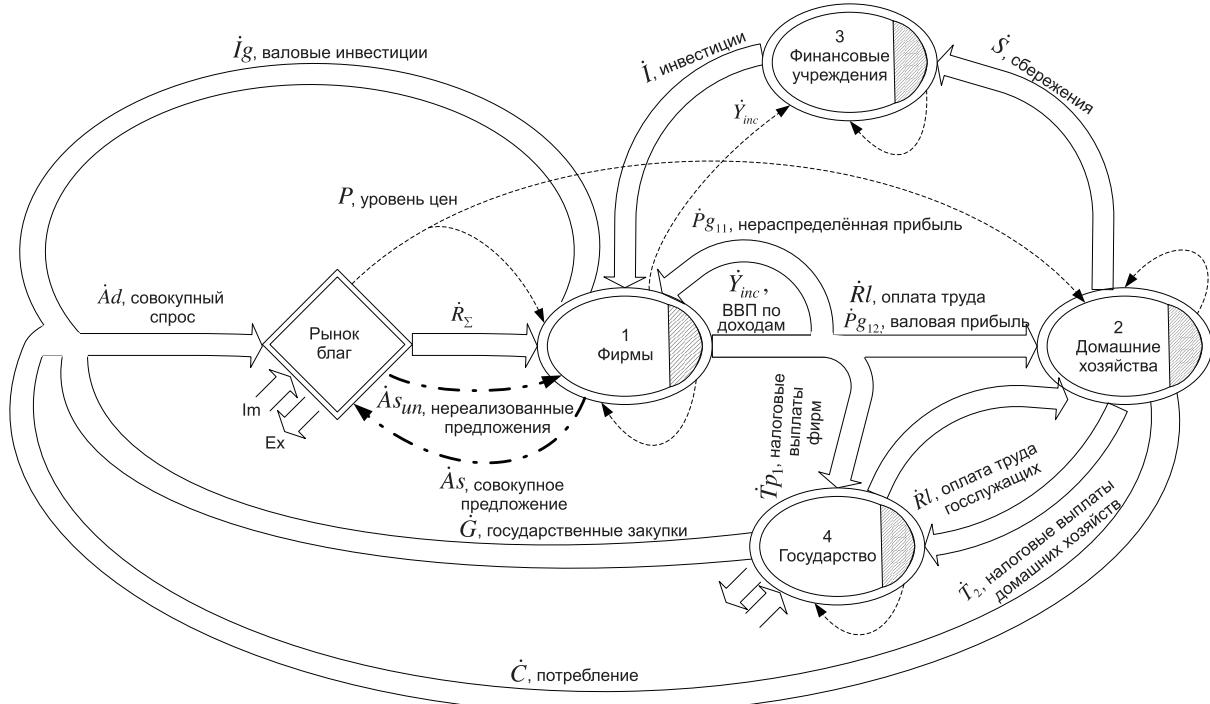


Рис. 2. Когнитивная модель макроэкономического кругооборота с учетом рынка благ



спроса и предложения и в формировании по результатам взаимодействия текущего уровня цен; и, во-вторых, в формировании выходных потоков удовлетворённого совокупного спроса и реализованного совокупного предложения. На когнитивной модели рынок благ представлен элементом – концептом, выполняющим некоторый процесс. В отличие от других элементов – МЭА, которые выполняют *процесс реализации какого-либо вида деятельности* (активности) агента, рынок благ выполняет, во-первых, *процесс формирования специальной информации в виде ценового регулятора* (уровня цен  $P$ ), и, во-вторых, процесс корректировки входных потоков совокупного спроса  $\dot{A}d$  и совокупного предложения  $\dot{A}s$  и формирования выходных потоков удовлетворённого совокупного спроса и реализованного совокупного предложения, равных по величине и противоположных по направлению.

5. Первая функция рынка благ реализована с помощью динамической модели формирования цен П. Самуэльсона, предполагающей взаимообусловленное изменение во времени совокупного спроса, совокупного предложения и уровня цен:  $\frac{dP}{dt} = k_m(\dot{A}d(t) - \dot{A}s(t))$ , где  $k_m$  – коэффициент, определяющий динамические свойства уровня цен [1,2]. Отметим, что совокупный спрос  $\dot{A}d(t)$  соответствует планируемым совокупным расходам и определяется как сумма темпов: потребления населением благ  $\dot{C}(t)$ , формирования инвестиций  $\dot{I}(t)$ , формирования государственных расходов  $\dot{G}(t)$  и чистого экспорта  $\dot{X}_n(t)$ . Совокупное предложение  $\dot{A}s(t)$  формируется реальным сектором МЭС.

Информация об уровне цен  $P$  (штриховые линии) используется МЭА при принятии ими решений по формированию своих расходов. Реальный сектор корректирует плановые темпы выпуска ВВП  $\dot{Y}^0$  в зависимости от уровня цен  $P$ . Величина корректировки определяется эластичностью предложения  $k_{as}$ . Отметим, что рассматриваемому среднесрочному периоду соответствует участок наклонной кривой совокупного предложения, связывающий классический (вертикальный) и кейнсианский (горизонтальный) участки модели  $\dot{A}s$ - $\dot{A}d$  в варианте неоклассического синтеза [1, 2].

Кроме того, регулирующее воздействие уровня цен  $P$  направлено и на компоненты совокупного спроса  $\dot{A}d$ . Однако среди них непосредственно му влиянию уровня цен  $P$  подвержены только

потребительские расходы  $\dot{C}$ ; изменение же инвестиционных расходов  $\dot{I}_b$  более ориентировано на процентную ставку; а государственные расходы определяются проводимой политикой макроэкономического регулирования. Поэтому влияние уровня цен  $P$  учитывается только в поведенческих функциях домохозяйств; государственный сектор является особым агентом, правила поведения которого описываются на основе ситуационного и сценарного подходов.

6. Вторая функция рынка благ предполагает корректировку как совокупного спроса  $\dot{A}d$ , так и совокупного предложения  $\dot{A}s$  по результатам их взаимодействия. Необходимость такой корректировки обусловлена неравновесными режимами функционирования МЭС, при которых нарушено равенство между спросом и предложением. При движении рынка в неравновесных условиях непрерывно во времени выполняется процесс обмена, результатом которого является удовлетворение спроса в размере реализованного предложения. Иными словами, на динамически неравновесных режимах, когда либо спрос больше предложения  $\dot{A}d > \dot{A}s$  и поэтому удовлетворяется в меньшем размере, либо предложение больше спроса  $\dot{A}s > \dot{A}d$  и поэтому продукция реализуется в меньшем количестве, всегда достигается равенство между удовлетворённым спросом и реализованным предложением. Это объясняется сущностью процесса обмена: факт обмена на рынке благ генерирует потоки материальных благ (от производителя к потребителю) и финансовых ресурсов (от потребителя к производителю), равные по величине и противоположные по направлению. Корректировка потоков и спроса, и предложения может выполняться только в меньшую сторону.

7. Удовлетворённый совокупный спрос потребителей представляет собой *доходы производителей*, полученные в результате продажи товаров и предполагаемые для использования в следующем цикле воспроизводственного процесса. Следовательно, входным финансовым потоком для рынка благ является предъявляемый совокупный спрос  $\dot{A}d$  на блага как *планируемые* совокупные расходы, а выходным финансовым потоком является удовлетворённый спрос, т. е. *фактические* расходы потребителей, которые составляют доходы производителей  $\dot{R}_{\Sigma}$ . Поэтому на когнитивной модели целесообразно определить месторасположение рынка благ как элемента, регулирующего входной поток финансовых ресурсов для реального сектора (рис. 2).



Возможны следующие неравновесные режимы: перепроизводства, когда предложение превышает спрос  $\dot{A}s > \dot{A}d$ , и дефицита, когда спрос превышает предложение  $\dot{A}d > \dot{A}s$ . В ситуациях перепроизводства предъявленный спрос удовлетворяется полностью, и корректировка спроса не выполняется (выход равен входу):  $\dot{R}_\Sigma = \dot{A}d$ . В ситуациях дефицита спрос удовлетворяется в размере предложения  $\dot{R}_\Sigma = \dot{A}s$ , при этом часть предъявленного спроса остается неудовлетворённой (выход меньше входа):  $\dot{R}_\Sigma = \dot{A}s < \dot{A}d$ . Ситуация, когда выход больше входа  $\dot{R}_\Sigma > \dot{A}d$  исключена, т. к. не имеет экономического смысла. Следовательно, корректировка темпов входного потока для рынка благ (предъявленного спроса) возможна только в меньшую сторону, в сторону "сужения" входного потока.

8. Совокупное предложение  $\dot{A}s$  также должно подвергаться корректировке. Оно формируется как сумма произведенного ВВП  $\dot{Y}$  и дополнительно поставляемой на рынок продукции  $\dot{Y}_{st}$ , которая не была реализована ранее и приобрела форму товарно-материальных запасов (ТМЗ):  $\dot{A}s = \dot{Y} + \dot{Y}_{st}$ .

Если имеет место дефицит продукции ( $\dot{A}d > \dot{A}s$ ), то реализуется всё предложение, ТМЗ не образуются  $\dot{A}s_{un} = 0$ , а фактические доходы производителей равны совокупному предложению в стоимостном выражении  $\dot{R}_\Sigma = \dot{A}s$ . В ситуации перепроизводства ( $\dot{A}s > \dot{A}d$ ), реализуется только часть совокупного предложения, равная удовлетворённому спросу, поэтому фактические доходы производителей меньше совокупного предложения в стоимостном выражении  $\dot{R}_\Sigma < \dot{A}s$ . Ситуация, когда доходы производителей больше совокупного предложения в стоимостном выражении  $\dot{R}_\Sigma > \dot{A}s$  исключена, т. к. также не имеет экономического смысла.

9. Включение рынка благ в когнитивную модель требует изменения потоковых связей в контуре инвестиции–сбережения [7]. Это обусловлено тем, что при наличии рынка благ реальный сектор становится вначале предъявителем инвестиционного спроса на блага и только затем – получателем доходов от продажи инвестиционных товаров. Инвестиционный спрос  $\dot{I}_b$  формируется из собственных инвестиций фирм  $\dot{I}_{11}$  и заемных инвестиций  $\dot{I}$ , поступающих от сектора финансовых учреждений:  $\dot{I}_b = \dot{I}_{11} + \dot{I}$ . Источником собственных инвестиций является нераспределённая часть валовой прибыли  $\dot{P}g_{11}$ . Фирмы могут изме-

нять собственные инвестиционные расходы, либо увеличивая их за счёт ранее накопленных средств ( $\dot{I}_{11} > \dot{P}g_{11}$ ), либо уменьшая, обеспечивая рост своих накоплений для реализации целей инвестиционной политики в будущем ( $\dot{I}_{11} < \dot{P}g_{11}$ ), но при этом планируя необходимые расходы на реновацию  $\dot{I}_{ren}$  ( $\dot{I}_{ren} \leq \dot{I}_{11} > \dot{P}g_{11}$ ).

Таким образом, влияние рынка благ на неравновесные процессы макроэкономического кругооборота финансовых потоков заключается, во-первых, в ценовом регулировании плановых темпов расхода ресурсов макроэкономических агентов и, во-вторых, в регулировании фактических темпов расхода ресурсов МЭА на основе информации о неравновесных процессах взаимодействия между совокупным спросом и совокупным предложением, характеризующим состояние всей МЭС в целом.

На функциональной схеме динамической модели МЭС (рис. 3), построенной на основе когнитивной модели, выделены пять динамических моделей, которые взаимосвязаны между собой потоковыми (сплошные линии) и информационными (пунктирные и штрихпунктирные линии) связями. Модели построены в классе дискретно-непрерывных нелинейных моделей с логическими элементами, функционирующими как в автоматическом, так и в автоматизированном режимах.

Модель A1 описывает функционирование реального сектора, который получает ресурсы, оплачивая их средствами, равными совокупным расходам  $\dot{Y}_{exp}(t)$  потребителей; производит ВВП с текущим тёмпом  $\dot{Y}(t)$  на основе планируемого  $\dot{Y}^0(t)$ ; формирует совокупное предложение  $\dot{A}s$  с учётом ТМЗ  $\dot{Y}_{st}^0(t)$  и влияния уровня цен  $P(t)$ ; формирует текущие инвестиционные расходы  $\dot{I}_b(t)$  на основе планируемых  $\dot{I}_b^0(t)$ ; распределяет ВВП на оплату труда  $\dot{R}l(t)$ , налоги на производство и импорт  $\dot{T}p(t)$  и валовую прибыль  $\dot{P}g(t)$ , часть которой  $\dot{P}g_{12}(t)$  передаётся домохозяйствам как плата за предоставленный ресурс.

Модель A2 предназначена для описания функционирования сектора домохозяйств, которые с учётом доходов в виде заработной платы  $\dot{R}l(t)$  и части валовой прибыли  $\dot{P}g_{12}(t)$  выплачивают налоги  $\dot{T}_2(t)$  и формируют желаемые темпы потребления  $\dot{C}(t)$ , сбережений  $\dot{S}(t)$ . Отметим, что функционирование каждого  $i$ -го сектора управляется на основе информации о запасах  $\dot{S}_i(t)$ ,  $i = \overline{1,4}$ . Планы по формированию расходов вычисляются

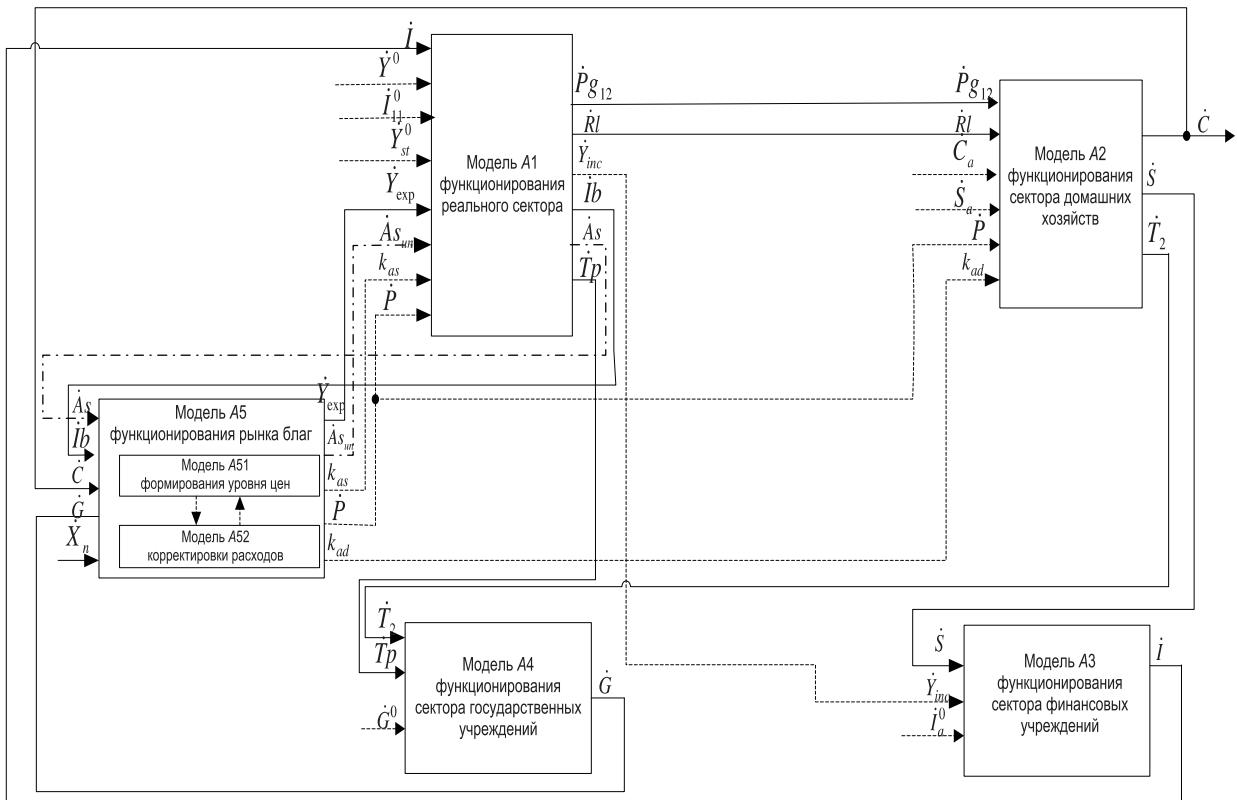


Рис. 3. Функциональная схема динамической модели функционирования МЭС с учётом рынка благ

на основе плановых темпов: автономного потребления  $\dot{C}_a(t)$ , автономных сбережений  $\dot{S}_a(t)$  для сектора домохозяйств [1].

Модель A3 описывает функционирование финансовых учреждений, в процессе которого на основе полученных доходов в виде сбережений  $\dot{S}(t)$  и с учётом информации об автономных инвестициях  $\dot{I}(t)$  формируются расходы в виде инвестиций  $\dot{I}(t)$ , передаваемые реальному сектору. Модель A4 описывает функционирование государственных учреждений, которые на основе доходов в виде темпов формирования налогов от реального сектора  $\dot{T}_p(t)$  и от домохозяйств  $\dot{T}_2(t)$  формируют расходы в виде темпов формирования госзакупок  $\dot{G}(t)$ .

Модель A5 функционирования рынка благ представлена двумя блоками. Модель A51 обеспечивает корректировку совокупного спроса  $\dot{A}d$  и совокупного предложения  $\dot{A}s$  и формирование фактических совокупных расходов секторов по описанным выше системным принципам. Корректировка выполняется мультипликативным способом, для её реализации предложен алгоритм расчёта коэффициента  $k_{as}$  корректировки со-

вокупного предложения по формуле  $k_{as} = M/\dot{A}s(t)$  и коэффициента  $k_{ad}$  корректировки совокупного спроса по формуле  $k_{ad} = M/\dot{A}d(t)$ , где  $M = \min(\dot{A}d(t), \dot{A}s(t))$ . Умножение темпов потоков на вычисленные коэффициенты выполняется в моделях функционирования соответствующих секторов.

Модель A52 предназначена для формирования динамического уровня цен  $P(t)$  на основе функции П. Самуэльсона, представленной выше. Зависимость совокупного предложения  $\dot{A}s(t)$  от уровня цен  $\dot{P}(t)$  моделируется по формуле:  $\dot{A}s(t) = \dot{A}s^0(t) + k_{asp} \dot{P}(t) + \Delta\dot{A}s_{np}(t)$ , где  $k_{asp}$  – коэффициент, характеризующий эластичность совокупного предложения относительно уровня цен;  $\dot{A}s^0(t)$  – базовое равновесное значение темпа формирования совокупного предложения, вычисляемого на основе статического расчёта для динамической модели МЭС;  $\Delta\dot{A}s_{np}(t)$  – неценовые факторы совокупного предложения, в роли которых выступают изменения уровня цен на ресурсы, налогов, субсидий; а также дополнительное предложение нереализованной ранее продукции  $\dot{A}s_{un}$  [1, 2].



Зависимость совокупного спроса  $\dot{A}d(t)$  от уровня цен  $\dot{P}(t)$  моделируется по формуле:  $\dot{A}d(t) = \dot{A}d^0(t) - k_{adp} \dot{C}(t) + \Delta \dot{A}d_{np}(t)$ , где  $k_{adp}$  – коэффициент, характеризующий эластичность совокупного спроса относительно уровня цен;  $\dot{A}d^0(t)$  – базовое равновесное значение совокупного спроса;  $\Delta \dot{A}d_{np}(t)$  – неценовые факторы совокупного спроса [1, 2]. Согласно описанным выше принципам влиянию ценовой корректировки подвергаются только потребительские расходы  $\dot{C}(t)$ . Отметим, что ценовая корректировка плановых темпов расходов финансовых ресурсов выполняется аддитивным способом в моделях секторов в автоматическом режиме, а корректировка, связанная с учётом неценовых детерминант, – в автоматизированном режиме задания пользователем внешних воздействий.

На основе предложенных моделей функционирования МЭС в неравновесных условиях рынка благ разработана система имитационного моделирования, которая предназначена для обеспечения аналитической поддержки специалистов в области макроэкономических исследований. Проведены экспериментальные исследования динамики процессов функционирования МЭС в неравновесных условиях рынка благ.

На рис. 4 представлены результаты экспериментальных исследований по трём сценариям. Сценарий 1 является неуправляемым и предполагает подачу возмущений в момент времени  $t = 35$  в виде снижения темпов формирования автономного потребления  $\Delta \dot{C}_a(t) = -1$  и повышения темпов формирования автономного сбережения  $\Delta \dot{S}_a(t) = 0,5$ . Эти возмущения создают неравновесную ситуацию с положительным сальдо потоков  $\dot{Fl}_2(t) > 0$  для сектора домохозяйств. Отметим, что за единицу времени моделирования принят месяц. Период моделирования принимается равным 90 месяцам. Установлены следующие начальные значения плановых темпов формирования: предложения  $\dot{As}^0(t) = 10$ ; автономного потребления  $\dot{C}_a^0(t) = 2$ ; автономного сбережения  $\dot{S}_a^0(t) = 1,5$ ; автономных инвестиций  $\dot{I}_a^0(t) = 0,5$ ; госзакупок  $\dot{G}^0(t) = 3$ . При распределении ВВП приняты следующие значения коэффициентов: оплаты труда  $k_{rl} = 0,4$ ; валовой прибыли  $k_{pg} = 0,4$ ; налогов  $k_t = 0,2$ .

Внешние возмущения в момент  $t = 35$  вызывают нарушение равновесия сразу во всех секторах. Вследствие снижения потребления снижается

спрос домохозяйств на рынке, что вызывает снижение цен на блага, а это, в свою очередь, влечёт за собой снижение предложения. В результате взаимообусловленного уменьшения спроса, предложения и цен к моменту времени  $t = 40$ , рынок пришёл к новому состоянию равновесия на более низком уровне. Регулирующее воздействие цен в этой ситуации проявляется в незначительной компенсации падения спроса и снижении предложения. Однако снижение выпуска ВВП не проходит бесследно: население продолжает беднеть, государственные фонды уменьшаются; только сектор финансовых учреждений наращивает запасы по причине увеличения домохозяйствами сбережений, вкладываемых в финансовые учреждения. Критическим по запасам является положение домохозяйств, которые вследствие достижения “черты бедности” в момент времени  $t = 55$  резко снижают все расходы на потребление  $\dot{C}(t)$  и на сбережения  $\dot{S}(t)$ . Следствием является вторая, “индуцированная” волна снижения совокупного спроса  $\dot{A}d(t)$ , которая неизбежно приводит к падению совокупного предложения  $\dot{As}(t)$  через регулирующее воздействие снижающегося уровня цен  $\dot{P}(t)$ . Тенденции по другим секторам в отношении запасов сохраняются (банковский сектор, в частности, продолжает наращивать запасы). Далее критическим оказывается положение государственного сектора – его запасы подошли к минимально допустимому пределу к моменту  $t = 72$ . Государство вынуждено снизить свои расходы  $\dot{G}(t)$ . Происходит последняя волна самого значительного снижения совокупного спроса, цен, предложения.

Сравнительный анализ закономерностей развития этого неуправляемого сценария при наличии ценовых регулирующих механизмов с аналогичным неуправляемым сценарием при отсутствии ценовых регуляторов (без модели рынка благ) позволяет сделать следующие выводы. Тенденции распространения внесённого возмущения по секторам сохраняются, сохранена также последовательность “обвалов” экономики, связанных с падением ВВП. Однако влияние регулирующей функции цен позволяет, во-первых, компенсировать величину “обвала”, ВВП снижается на меньший процент и, во-вторых, обеспечить быстроту реакции секторов МЭС на изменяющиеся ситуации, и это позволяет компенсировать потери в запасах секторов.

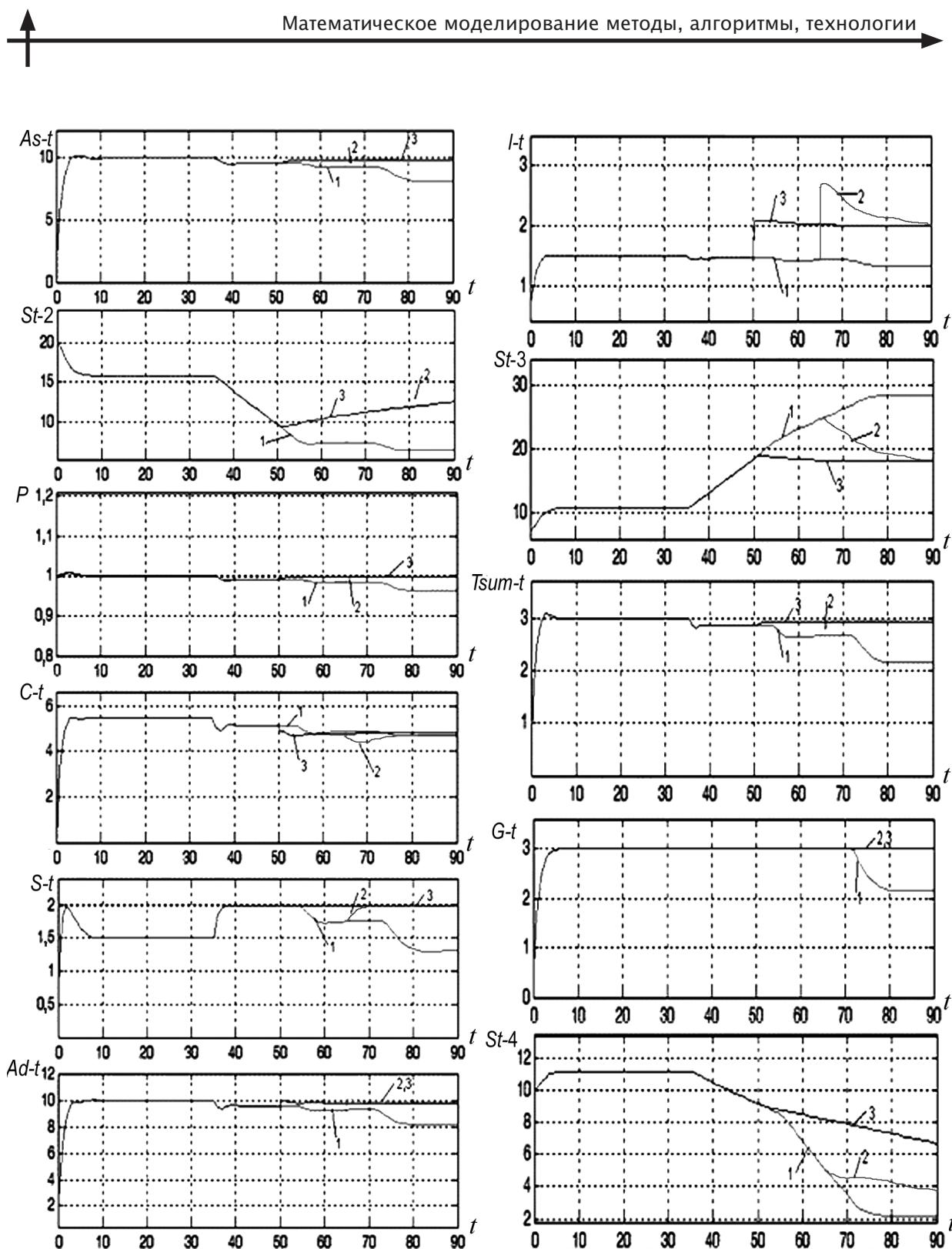


Рис. 4. Графики переходных процессов функционирования МЭС

Управляемый сценарий 2 предполагает принятие решения в момент  $t = 65$  в виде увеличения расходов на инвестиции со стороны банковского сектора. Это позволяет реальному сектору

восстановить и увеличить спрос на инвестиции, тем самым, увеличив совокупный спрос  $\dot{A}d(t)$ . Рост спроса способствует незначительному росту цен. Однако вследствие регулирующего влияния



ценового механизма равновесие восстанавливается на новом, более высоком уровне выпуска ВВП.

Управляемый сценарий 3 демонстрирует влияние времени принятия решений на результаты управления. Если такое же решение в виде увеличения инвестиционных вложений принять раньше, в момент  $t = 50$ , то это приведёт, во-первых, к более быстрой реакции секторов, способствующей более раннему росту темпа выпуска ВВП и, во-вторых, к компенсации потерь в запасах и предотвращению неэффективного перераспределения запасов между секторами экономики.

Таким образом, рассмотрено регулирующее влияние информационных механизмов рынка благ на неравновесные процессы формирования расходов и доходов секторов экономики в системе макроэкономического кругооборота. Предложенная когнитивная модель позволяет опреде-

лить роль рынка благ в регулировании процессов функционирования МЭС, которая состоит как в ценовой корректировке плановых темпов формирования совокупного спроса и совокупного предложения, так и в формировании фактических темпов совокупных доходов и расходов на основании информации о неравновесии между совокупным спросом и совокупным предложением. Разработанная динамическая модель функционирования рынка благ отражает динамические особенности корректировки финансовых потоков, циркулирующих в макроэкономической системе. Проведённые экспериментальные исследования продемонстрировали стабилизирующее влияние ценового регулирующего механизма на динамически неравновесных режимах, а управляемые сценарии показали возможность компенсации неблагоприятных воздействий при своевременном принятии решений по корректировке потоков с учётом механизма ценового регулирования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарасевич Л.С., Гребенников П.И., Леусский А.И. Макроэкономика: учебник / 7-е изд. испр. и доп. М.: Высшее образование. 2009. 654 с.
2. Селищев А.С. Макроэкономика. СПб.: Питер. 2000. 448с.
3. Бродский Б.Е. Модели макроэкономического обмена: рынки благ и ресурсов. [Электронный ресурс] // Центrsитуационного анализа и прогнозирования ЦЭМИ РАН. Теория и методология. Институциональная экономика. 2008. Режим доступа: <http://www.cemi.rssi.ru>. (05. 04. 2009).
4. Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Сулакшин С.С. Применение вычислимых моделей в государственном управлении. М.: Научный эксперт. 2007. 304 с.
5. Петров А.А., Пospelov И.Г., Шананин Х.А. Опыт математического моделирования экономики. М.: Энергоатомиздат. 1996. 558 с.
6. Попков Ю.С. Макросистемные модели пространственной экономики. М.: Комкнига. 2008. 240 с.
7. Ильясов Б.Г., Дегтярева И.В., Макарова Е.А., Габдуллина Э.Р. Моделирование динамики кругооборота финансовых потоков с учетом накопления финансовых ресурсов // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2009. № 7 (61). С. 28–38.
8. Макарова Е.А. Управление поведением макроэкономических агентов на основе механизма самовыравнивания финансовых потоков // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2009. № 5. С. 105–111.

УДК 004.65

Д.С. ЦЕЛУЙКО

## МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ГИБКОСТИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ БИЗНЕС-ПРОЦЕССА

Информационные системы используются для автоматизации бизнес-процесса, заключающегося в выполнении конкретных задач, постав-

ленных перед сотрудниками организации. Цель любой организации – управление гибкостью системы для увеличения производительности



выполнения бизнес-процесса, поэтому необходимо управлять его характеристиками, которые будут воздействовать на гибкость ИС.

Д. Гебауэр и Ф. Шобер (2005) определили три характеристики бизнес-процесса: *неопределённость, изменчивость и срочность*.

В дальнейшем гибкость информационной системы будем рассматривать как: *гибкость проектирования и разработки, гибкость использования, гибкость изменения и гибкость управления АИС*.

Смоделируем различные решения распределения затрат для различных типов информационной гибкости системы и информационных обновлений системы.

Бизнес-процесс охарактеризован неопределенностью, изменчивостью и срочностью, и каждая характеристика измеряется определенным па-

раметром. Так,  $q$  – вероятность того, что во время составления системной спецификации учитываются определённые функции,  $v$  – изменчивость процесса и  $r$  – доля срочных функций. Параметры бизнес-процесса влияют на рекомендуемые затраты на гибкость разработки/проектирования, использования, изменения и управления информационной системой, выраженные соответственно долями  $w_1, w_2, w_3, w_4$  на рис. 1.

Доля  $w_5 = 1 - w_1 - w_2 - w_3 - w_4$  обозначает количество функций, обработанных за пределами системы вручную или при помощи других систем (далее просто “ручное управление”). Доли  $w_1 - w_5$  вычислены таким образом, что целевая функция минимизирована по всему времени жизни рассматриваемой информационной системы, включая полные затраты и эксплуатационные расходы.

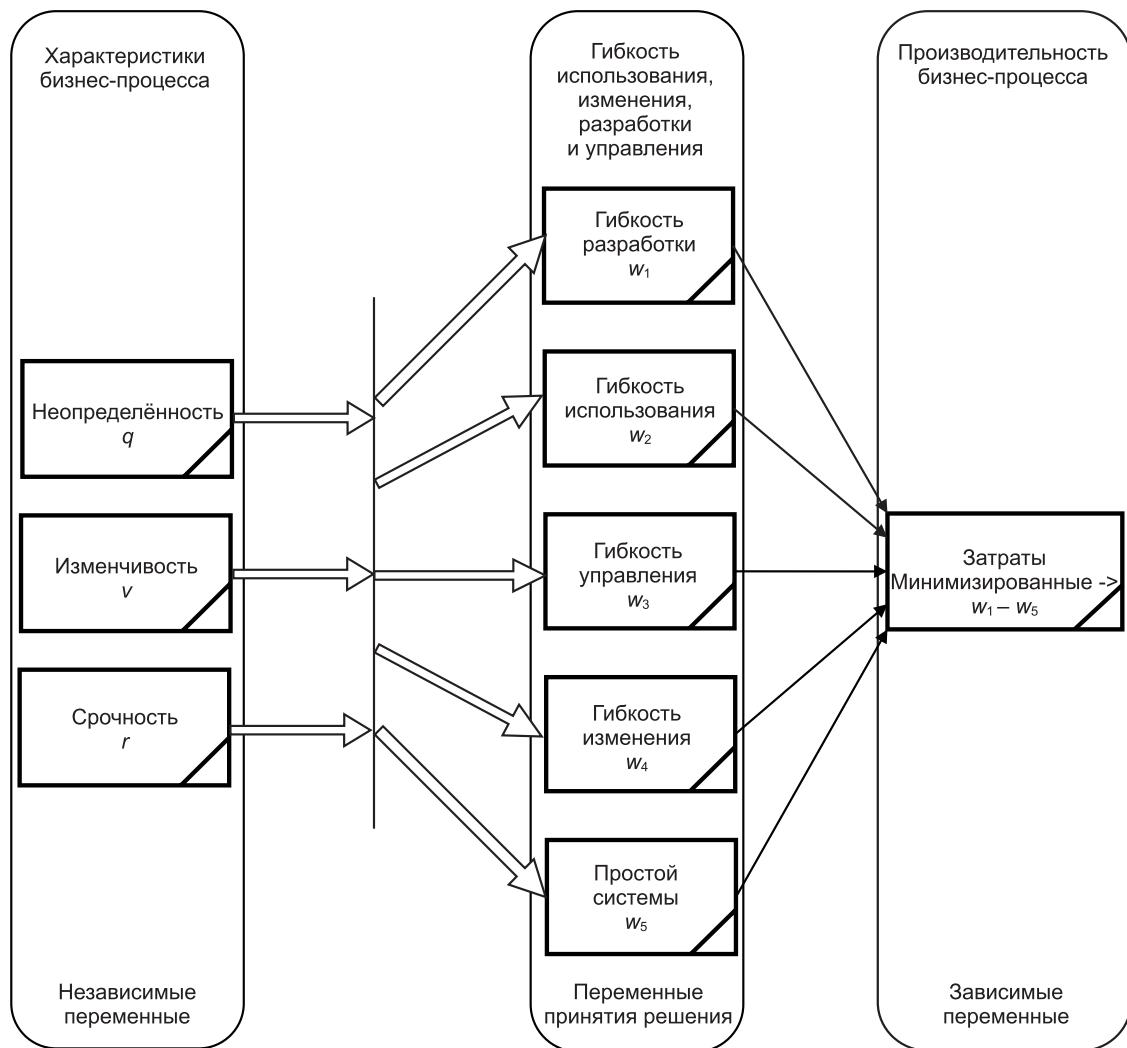


Рис. 1. Модель оценки воздействия гибкости ИС на эффективность выполнения бизнес-процесса

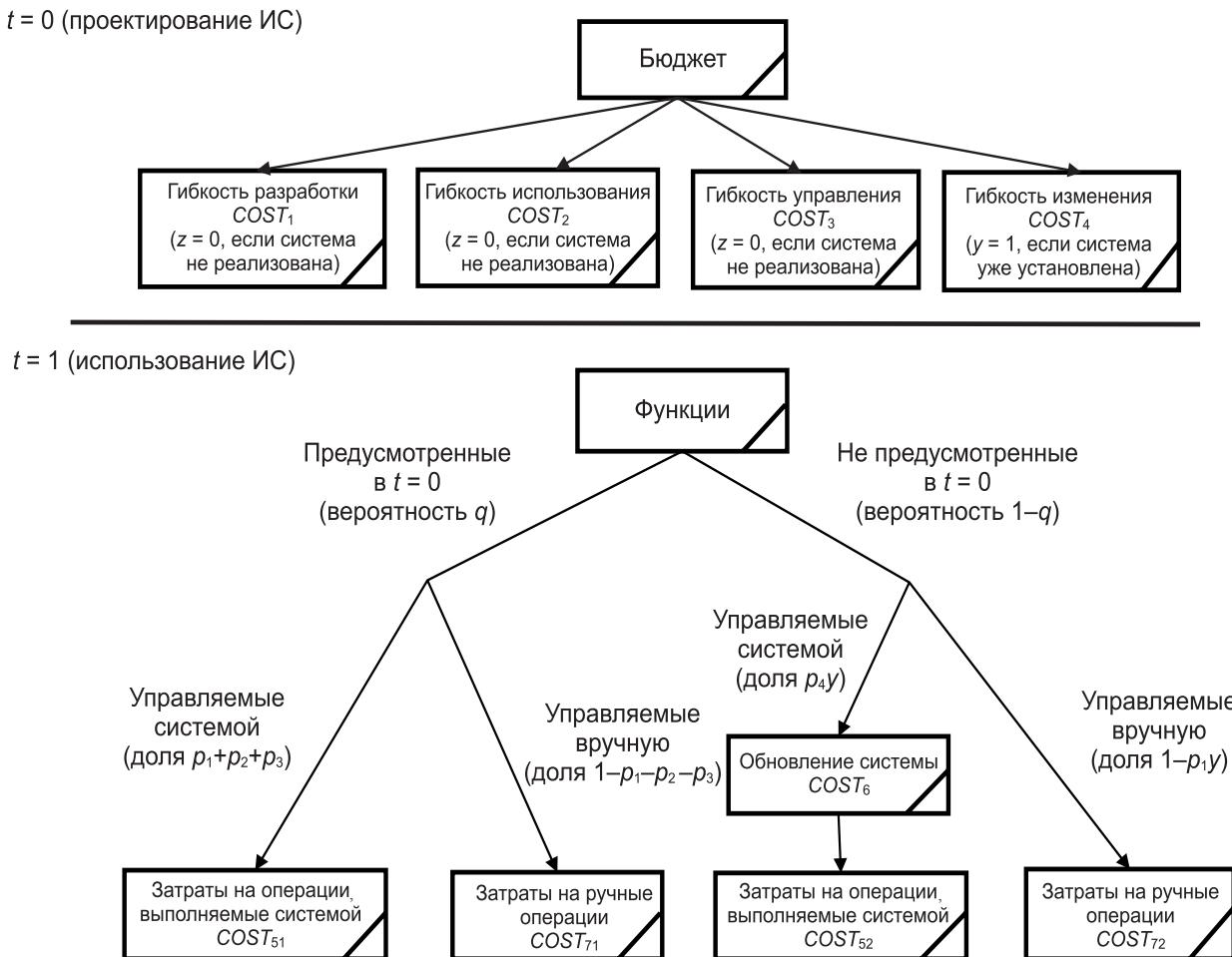


Рис. 2 показывает определённые решения и их последовательность во времени, предполагая две стадии процесса принятия решений. Начальные распределения бюджета на гибкость разработки, использования, изменения и управления учитываются на стадии проектирования систем ( $t = 0$ ). Инвестиции в гибкость проектирования и разработки отражены в коэффициенте затрат  $COST_1$ , в гибкость использования –  $COST_2$ , в гибкость изменения –  $COST_3$ , в гибкость управления –  $COST_4$ . На второй стадии ( $t = 1$ ) показано использование системы на протяжении всего времени её жизни.

На стадии использования системы ( $t = 1$ ) в анализ включены четыре случая:

1) в  $t = 1$  требуется функция, которая предусматривалась в  $t = 0$  (вероятность  $q$ , см. рис. 2) и которая может быть обработана информационной системой с определённым поддерживаемым уровнем гибкости. Гибкость использования оценивается как доля фактических использований

функций (функций проектирования и разработки  $p_1$ , пользовательских функций  $p_2$  и функций управления и контроля  $p_3$ ) информационной системы в  $t = 1$ . Доли  $p_1, p_2, p_3$  являются решающими переменными и будут определены на основе параметров неопределённости  $q$ , изменчивости  $v$  и срочности  $r$ . Соответствующие затраты определяются затратами  $COST_{51}$ ;

2) в  $t = 1$  требуется функция, которая предусматривалась в  $t = 0$ , но не может быть обработана информационной системой, например, потому, что необходимые функциональные возможности или данные не были включены в информационную систему. Такая функция должна быть выполнена вручную, приводя к коэффициенту затрат  $COST_{71}$ ;

3) в  $t = 1$  требуется не предусмотренная в  $t = 0$  функция (вероятность  $1 - q$ ) и, следовательно, не включённая в начальные затраты на проектирование и разработку системы. Это приведёт к



обновлению системы. Обновление может произойти только в том случае, если на стадии проектирования  $t = 0$  были предусмотрены инвестиции в гибкость изменения ( $y = 1$ , если гибкость изменения была предусмотрена в  $t = 0$ , и  $y = 0$ , если нет). Если обновление возможно, то предполагается, что оно будет выполнено для всех функций  $p_4$ , только снова находясь в зависимости от параметров неопределенности  $q$ , изменчивости  $v$  и срочности  $r$ . На подготовку обновления придется снова выделять средства (коэффициент затрат  $COST_{52}$ );

4) в  $t = 1$  требуется функция, которая не предусматривалась в  $t = 0$  и не будет приводить к системному обновлению. Такая функция, следовательно, должна выполняться вручную, приводя к коэффициенту затрат  $COST_{72}$ .

Также включаем в модель крайний случай, когда на стадии проектирования  $t = 0$  информационная система вообще не будет реализована, таким образом будет учитываться только ручной процесс, обрабатываемый в  $t = 1$ . В этом случае устанавливаем  $z = 0$ . Если на стадии  $t = 0$  система будет реализована, то  $z = 1$ .

### Вид модели

Затраты на гибкость проектирования и разработки системы:

$$COST_1 = c_{10} z + c_{11} L_1(p_1), \quad (1)$$

где  $c_{10}$  – фиксированные расходы на разработку системы;  $z$  – коэффициент готовности ИС;  $c_{11}$  – стоимость разработки для случая, когда гибкость информационной системы покрывает каждую функцию проектирования и разработки на стадии использования  $t = 1$ ;  $p_1$  – совокупная доля фактических использований функций проектирования и разработки системы;  $L_1(p_1)$  описывает совокупный процент от всех возможных функций проектирования и разработки, которые способна обработать система.

Затраты на гибкость использования системы

$$COST_2 = c_{20} z + c_{21} L_2(p_2), \quad (2)$$

где  $c_{20}$  – фиксированные расходы на развитие системы;  $z$  – коэффициент готовности ИС,  $c_{21}$  – стоимость разработки для случая, когда гибкость информационной системы покрывает каждую пользовательскую функцию на стадии использования  $t = 1$ ;  $p_2$  – совокупная доля фактических использований пользовательских функций системы;  $L_2(p_2)$  описывает совокупный процент от всех возможных пользовательских функций, которые способна обработать система.

Затраты на гибкость управления системой и контроля

$$COST_3 = c_{30} z + c_{31} L_3(p_3), \quad (3)$$

где  $c_{30}$  – фиксированные расходы на управление;  $c_{31}$  – стоимость разработки для случая, когда гибкость информационной системы покрывает каждую функцию управления и контроля на стадии использования  $t = 1$ ;  $p_3$  – совокупная доля фактических использований функций управления и контроля системы;  $L_3(p_3)$  описывает совокупный процент от всех возможных функций управления и контроля, которые способна обработать система.

Затраты на гибкость изменения системы

$$COST_4 = c_{40} y. \quad (4)$$

Коэффициент  $c_{40}$  – это фиксированные расходы на обеспечение гибкости изменения в  $t = 0$ . Положение выполняется, если  $y = 1$ , т. е. предусмотрены инвестиции в гибкость использования, иначе ( $y = 0$ )  $COST_4 = 0$ .

Затраты на предусмотренные операции, выполняемые системой,

$$COST_{51} = c_{51} (p_1 + p_2 + p_3) q, \quad (5)$$

где коэффициент  $c_{51}$  выражает стоимость операции системы, использующей все функции на стадии  $t = 1$ ;  $q$  – доля неопределённых функций;  $(p_1 + p_2 + p_3) q$  – набор функций, выполненный в  $t = 1$  с помощью информационной системы.

Затраты на предусмотренные операции, выполняемые вне системы,

$$COST_{52} = c_{52} p_4 y (1 - q), \quad (6)$$

где  $1 - q$  – доля функций, которые не предполагались в  $t = 0$  и были включены в обновление системы в  $t = 1$  ( $p_4$ ).

Затраты на осуществление обновления системы

$$COST_6 = c_{61} L_4(p_4), \quad (7)$$

где  $c_{61}$  – затраты на реализацию функций, не предполагаемых на стадии проектирования  $t = 0$  ( $1 - q$ ) за время обновления системы в  $t = 1$ ;  $L_4(p_4)$  описывает совокупный процент от всех возможных функций, включённых в обновление.

Стоимость всех функций, выполненных вне информационной системы, выражается формулами

$$COST_{71} = c_{71} (1 + rd) (1 - (p_1 + p_2 + p_3)) q; \quad (8)$$

$$COST_{72} = c_{72} (1 + rd) (1 - p_4 y) (1 - q), \quad (9)$$

где  $c_{71}$  – затраты на операции, выполненные ин-

## Анализ модели и рекомендации

Теперь проанализируем поведение предложенной модели принятия решений для различных комбинаций параметров бизнес-процесса – неопределенности  $q$ , изменчивости  $v$ , срочности  $r$  и ряда предопределенных коэффициентов стоимости. Анализ модели позволяет дать рекомендации, чтобы принять инвестиционные решения по поддержанию гибкости информационной системы. Анализ выполнялся с использованием языка моделирования LINGO (утилита LINGO 11.0).

На основании результатов анализа несрочных бизнес-процессов сформулируем следующие общие выводы.

### Неопределенность и изменчивость

**Вывод 1а (низкая неопределенность и высокая изменчивость).** Бизнес-процесс, характеризующийся низкой неопределенностью и высокой изменчивостью, может быть эффективно реализован с помощью ИС, базирующейся в основном на гибкости разработки, управления и использования с некоторой долей ручных операций.

**Вывод 1б (низкая неопределенность и низкая изменчивость).** Бизнес-процесс, характеризующийся низкой неопределенностью и низкой изменчивостью, может быть эффективно реализован с помощью ИС, базирующейся в основном на гибкости разработки, управления и использования с некоторой долей гибкости изменения.

**Вывод 2а (средняя неопределенность и высокая изменчивость).** Бизнес-процесс, характеризующийся средней неопределенностью и высокой изменчивостью, может быть эффективно реализован с помощью ИС, базирующейся в равных долях и на гибкости разработки, управления, использования, и на гибкости изменения в дополнение к ручным операциям.

**Вывод 2б (средняя неопределенность и низкая изменчивость).** Бизнес-процесс, характеризующийся средней неопределенностью и низкой изменчивостью, может быть эффективно реализован с помощью ИС, базирующейся в равных долях и на гибкости разработки, управления, использования, и на гибкости изменения с незначительной долей ручных операций.

**Вывод 3а (высокая неопределенность и высокая изменчивость).** Бизнес-процесс, характеризующийся высокой неопределенностью и высокой изменчивостью, может быть эффективно

формационной системой;  $(1 - (p_1 + p_2 + p_3)) q$  и  $(1 - p_4 y) (1 - q)$  – доли фактических использований функций;  $r$  – доля срочных функций;  $d$  – накладные расходы.

Последуем предложениям П. Ортеги, Г. Мартина, А. Фернандеса, М. Ладо и А. Гарсии (1991) и определим  $L(p) = p^a (1 - (1 - p)^b)$ , где  $a > 0$  и  $0 < b < 1$ . Заменяем здесь  $a = v$ ,  $b = 1 - v$ , и  $0 < v < 1$ , описывая симметричную форму кривой Лоренца. Получаем:

$$L_1(p_1) = p_1^{v1} (1 - (1 - p_1)^{1-v1}); \quad (10)$$

$$L_2(p_2) = p_2^{v2} (1 - (1 - p_2)^{1-v2}); \quad (11)$$

$$L_3(p_3) = p_3^{v3} (1 - (1 - p_3)^{1-v3}); \quad (12)$$

$$L_4(p_4) = p_4^{v4} (1 - (1 - p_4)^{1-v4}), \quad (13)$$

где коэффициенты  $v_1 - v_4$  описывают различные уровни изменчивости. Меньшие значения  $v_1 - v_4$  описывают высокую изменчивость, а большие – низкую. В числовых примерах ниже допускаем, что все возможные функции выражают тот же самый уровень изменчивости независимо от того, предполагались они или нет, и устанавливаем  $v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v$  в уравнениях (8) и (9).

Наконец, включаем в модель следующее дополнительное ограничение: чтобы минимизировать затраты ( $z = 0$ ) в уравнении (1), устанавливаем:

$$2z \geq p_1 + p_2 + p_3 + y. \quad (14)$$

Если все операции выполнены вручную, правая сторона (14) становится нулем.

Уравнения (1) – (14) описывают пространство решений модели. Для решения модели переменные  $p_1 + p_2 + p_3 + p_4$ ,  $y$  и  $z$  должны быть определены таким образом, чтобы была минимизирована общая стоимость:

$$\begin{aligned} \text{Min } TCOST = & COST_1 + COST_2 + COST_3 + \\ & + COST_4 + COST_{51} + COST_{52} + COST_6 + \\ & + COST_{71} + COST_{72}, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $0 \leq p_1, p_2, p_3, p_4 \leq 1$  и  $y, z \in \{0, 1\}$ .

После решения модели вычисляются доли  $w_1 - w_5$  из рис. 1:

$$w_1 = p_1 q; \quad (16)$$

$$w_2 = p_2 q; \quad (17)$$

$$w_3 = p_3 q; \quad (18)$$

$$w_4 = p_4 y (1-q); \quad (19)$$

$$w_5 = 1 - w_1 - w_2 - w_3 - w_4. \quad (20)$$



Рис. 3. Анализ чувствительности: воздействие изменения стоимости операции системы  $c_{31}$  на рекомендуемые распределения бюджета

реализован с помощью ИС, базирующейся в основном на гибкости изменения с некоторой долей ручных операций.

**Вывод 3б (высокая неопределенность и низкая изменчивость).** Бизнес-процесс, характеризующийся высокой неопределенностью и низкой изменчивостью, может быть эффективно реализован с помощью ИС, базирующейся преимущественно на гибкости изменения с незначительными долями гибкости разработки, управления, использования.

**Вывод 4.** Разделение инвестиций между гибкостью разработки, гибкостью управления и гибкостью использования зависит от затрат на реализацию соответствующих функций. Чем меньше затраты на соответствующие функции, тем выше их доля среди всех предусмотренных функций.

#### Срочность

**Вывод 5 (высокая срочность и низкая неопределенность).** Бизнес-процесс, характеризующийся высокой срочностью и низкой неопределенностью, может быть эффективно реализован согласно выводам 1а и 1б с меньшей, но все еще со значительной долей ручных операций в случае высокой изменчивости.

**Вывод 6 (высокая срочность и средняя неопределенность).** Бизнес-процесс, характеризующийся высокой срочностью и средней неопределенностью, может быть эффективно реализован с помощью ИС, базирующейся в равных долях и на гибкости разработки, управления, использования, и на гибкости изменения с незначительной долей ручных операций, независимо от уровня изменчивости процесса.

**Вывод 7 (высокая срочность и высокая неопределенность).** Бизнес-процесс, характеризующийся высокой срочностью и высокой неопределенностью, может быть эффективно реализован согласно выводам 3а и 3б с меньшей, но все еще со значительной долей ручных операций в случае высокой изменчивости.

Анализ чувствительности к различным показателям стоимости (рис. 3) показывает, что сделанные выводы остаются правильными до тех пор, пока параметры стоимости изменяются в пределах значимого диапазона, т. е. в пределах диапазона, где все пять вариантов гибкости разработки, использования, управления, изменения и ручных операций остаются значащими опциями.

Представленные результаты анализа модели (рис. 4) показывают постепенный сдвиг рекомен-

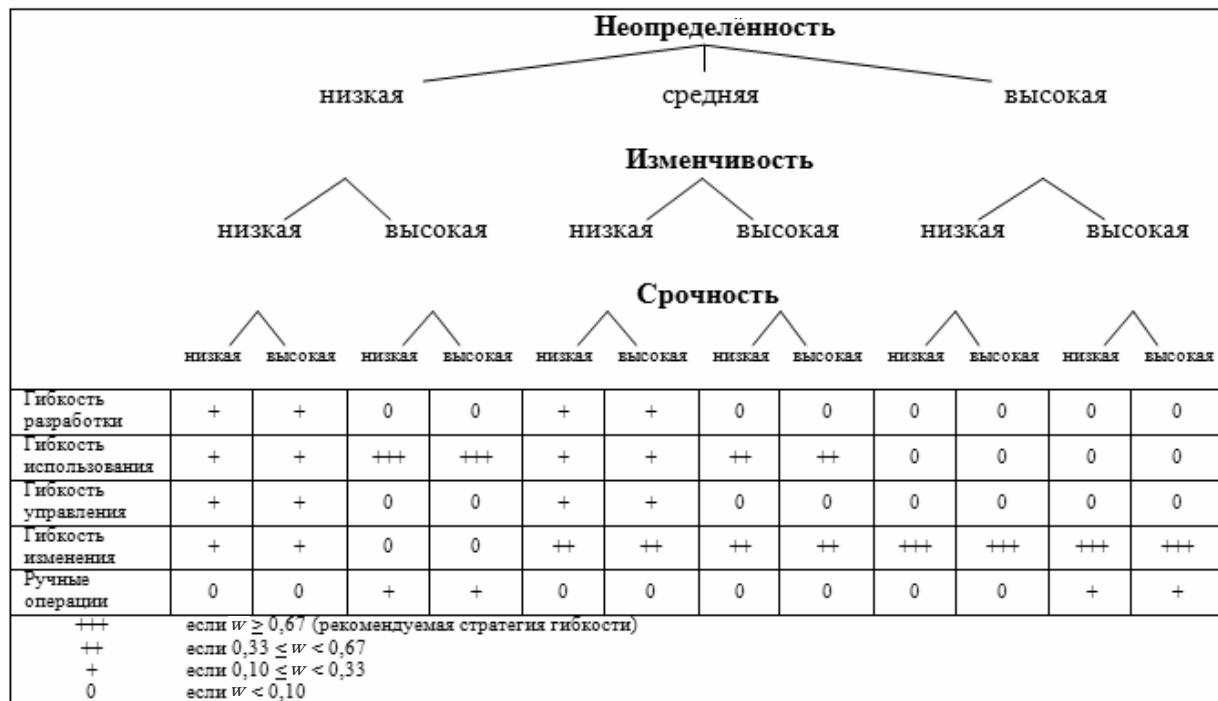


Рис. 4. Итоги результатов анализа модели

даций от гибкости разработки, использования и управления (зависит от соотношения затрат на соответствующие функции) при низкой неопределенности к гибкости изменения при высокой неопределенности, а также к выполнению ручных операций при высокой изменчивости бизнес-процесса.

Столиц заметить, что на рис. 4 результаты представлены для случая низкой стоимости пользовательской функции по сравнению со стоимостью системной или управленческой функции, из-за чего рекомендуемыми становятся именно пользовательские функции среди запланированных на стадии проектирования ( $t = 0$ ).

### Применение модели

Анализ модели показывает, что в пределах разумного диапазона предварительно установленных параметров для ситуаций низкой неопределенности, когда может быть заранее учтено большинство требований, рекомендуется в большей степени предусматривать гибкость разработки, гибкость использования и гибкость управления, а при высокой неопределенности – гибкость изменения. Случай средней гибкости требует сбалансированного подхода, совмещающего гибкость разработки, использования, управления и измене-

ния. В случае высокой изменчивости бизнес-процесса, когда для решения задачи пользователям требуются различные функции с одинаковой вероятностью, для реализации бизнес-процесса сравнительное преимущество могут дать ручные операции, использование предыдущих систем и аутсорсинг, т. к. требуют меньших затрат, чем проектирование и разработка новой ИС. Наконец, срочность может снизить производительность выполнения задачи с помощью операций, произведенных вне информационной системы, увеличивая таким образом производительность информационной системы, а также и производительность гибкости.

Представленную модель стоит рассматривать скорее как развитие модели, предложенной Д. Гебауэр и Ф. Шобером в 2005 году. Данная модель поможет более точно определить характеристики бизнес-процесса, которые должны рассмотреть менеджеры в практических ситуациях. Даже если точное измерение характеристик процесса (например, неопределенности) может быть затруднительным, то грубые оценки уже включаются, часто неявно, в процесс принятия решений, например, когда по прошлым покупкам определяется число и тип категорий продукта и поставщиков для включения в каталог электронной системы.



Кроме того, общий подход, предложенный в данной статье, будет иметь значение для руководителей, осознающих значимость информационной гибкости системы и выгоду применения такого подхода к информационной системе и её проектированию, который увеличивает ожидаемую продолжительность жизни системы. Концепция должна представлять интерес и для поставщиков программного обеспечения, которым необходимо сочетать готовые к использованию возможности ИС (гибкость проектирования и разработки) с расширяемостью продукта, его поддержкой и управлением обновлений, т. е. гибкость изменения, не только в одной индивидуальной реализации, но и для всего диапазона клиентских реализаций.

Данную модель можно также применить для оценки воздействия появляющихся информационных технологий. Например, в модели мы показали понижение производительности бизнес-процесса вне информационной системы (ручные управление) в результате задержек обработки. Однако новые технологические события могут привести к изменениям тех предположений, эффект которых оценивается моделью. Например, пригодность инновационных решений аутсорсинга будет воздействовать на принятую стоимость выполнения процесса за пределами информационной системы. Кроме того, технологические усовершенствования, такие, как использование метода хранения формируемых представлений данных и открытого исходного программного обеспечения, могут изменить относительную значимость различных форм гибкости, и, например, понизить стоимость гибкости изменения, увели-

чив таким образом её привлекательность.

Представленная модель оптимизации всегда характеризуется упрощением действительности, и, таким образом, имеет естественные пределы, которые определяют правильный диапазон приложения к определённым ситуациям.

Урезанные бюджеты информационных систем и экономическая неопределённость заставляют разработчиков выбирать консервативные инвестиционные стратегии, которые сосредоточиваются на гибкости использования, но не на гибкости изменения. Некоторые фирмы торопливо разворачивают новые мощные технологии, чтобы следовать текущим тенденциям на рынке, а в итоге оказывается проблематичным управление чрезмерно сложными системами. Но есть примеры, когда фирмы получают существенное преимущество перед конкурентами от развертывания информационных систем, поддерживающих дешевые и быстрые расширения, основанные на продуманной архитектуре. Архитектуре, позволяющей использовать не только функциональность, универсальность, быстродействие и адаптивность для поддержания гибкости использования ИС, но и интегрируемость, открытость, независимость от аппаратного и программного обеспечения, окупаемость, низкие требования к обслуживающему персоналу, настраиваемость и модульность для поддержания гибкости проектирования, разработки, изменения, управления и контроля исполнения бизнес-процесса. Такой архитектурой вполне может быть способ построения информационной системы на основе метода хранения формируемых представлений данных.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gebauer J., Schober F. Information system flexibility and the cost efficiency of business processes // Journal of the Association for Information Systems. 2005. 34 p.
2. Gebauer J., Schober F. Information System Flexibility and the Cost Efficiency of Business Processes // Journal of the AIS. 2006. Vol. 7. № 3. P. 122–147.
3. Gebauer J., Lee F. Enterprise System Flexibility and Implementation Strategies: Aligning Theory with Evidence from a Case Study // Information Systems Management. 2007. Vol. 25. P. 71–82.
4. Gebauer J., Schober F. How Much to Spend on Flexibility? Determining the Value of Information System Flexibility. 2008. 23 p.
5. LINGO Version 11.0. Chicago, IL: LINDO Systems Inc. 2008.
6. Ortega P., Martin G., Fernandez A. et al. A new functional form for estimating Lorenz curves // Review of Income and Wealth. 1991. Vol. 37. № 4. P. 447–452.
7. Целуйко Д.С. Формирование гибкости АСУ // Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития 2009: Междунар. науч.-практ. интернет-конф. Одесса, июнь 2008.

УДК 519.6

O.E. Кудрявцев

## БЫСТРЫЙ И ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ БАРЬЕРНЫХ ОПЦИОНОВ В МОДЕЛЯХ ЛЕВИ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ РЕЖИМОВ ПО ПАРАМЕТРАМ ПРОЦЕССА

Начально-краевые задачи для систем интегро-дифференциальных уравнений с частными производными имеют большое значение для необозримого числа приложений. В последние годы большой интерес привлекают подобные задачи, возникающие в финансовой математике при оценивании производных финансовых инструментов – опционов.

С практической точки зрения хорошо себя зарекомендовали негауссовские процессы Леви, позволяющие моделировать скачки в поведении цены финансового актива. Моделирование поведения цены акции с помощью таких процессов в рамках задачи оценивания опционов приводит к необходимости решения достаточно сложных интегро-дифференциальных уравнений.

Если модель Леви зависит от марковской цепи с конечным числом состояний, то задача усложняется – мы получаем систему интегро-дифференциальных уравнений с частными производными. С экономической точки зрения моделирование процесса цены с помощью переключения режимов представляет большой интерес, поскольку позволяет учитывать изменения параметров модели в зависимости от состояний финансового рынка.

Существующие численные методы решения подобных задач (Монте-Карло, конечно-разностные схемы) зависят от конкретной модели Леви и требуют длительных расчётов для достижения хорошей точности, что делает их практически бесполезными. Актуальной задачей финансовой математики является построение эффективного численного метода решения задачи оценивания опционов в моделях Леви с переключением режимов по параметрам процесса. Обзор последних результатов в этой области можно найти в [2].

### Барьерные опционы в моделях Леви

Рассмотрим быстрый и точный численный метод решения начально-краевых задач для си-

стем интегро-дифференциальных уравнений, возникающих при оценивании барьерных опционов для широкого класса негауссовых моделей Леви для цены финансового актива, зависящих от марковской цепи.

Напомним, что процесс Леви  $X_t$  – это процесс с независимыми стационарными приращениями (подробнее – [8]). Известно, что процесс Леви полностью определяется своей характеристической экспонентой  $\psi(\xi)$ , которая находится из соотношения:

$$M[e^{i\xi X_t}] = e^{-t\psi(\xi)}, \quad \xi \in R.$$

Согласно формуле Леви-Хинчина, характеристические экспоненты процессов Леви допускают следующее представление:

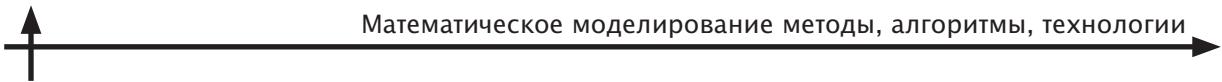
$$\psi(\xi) = \frac{\sigma^2}{2} \xi^2 - i\mu\xi + \int_R (1 - e^{ix\xi} + ix\xi) I_{[-1,1]}(x) F(dx)$$

где  $\sigma \geq 0$ ,  $\mu \in R$  – константы, а  $F(dx)$  – мера на  $R \setminus \{0\}$ , удовлетворяющая свойству  $\int_R \min(1, |x|^2) F(dx) < \infty$ . Параметр  $\sigma^2$  называется гауссовским коэффициентом, а мера  $F(dx)$  – мерой Леви.

Известно, что инфинитезимальный генератор  $L$  процесса Леви  $X_t$  допускает представление в виде интегро-дифференциального оператора:

$$Lf(x) = \frac{\sigma^2}{2} f''(x) + \mu f'(x) + \\ + \int_R (f(x+y) - f(x) - f'(x)y \cdot I_{[-1,1]}(y)) F(dy).$$

Отметим, что генератор  $L$  играет важную роль в решении задач оценивания опционов и тесно связан с характеристической экспонентой процесса Леви. Оператор  $L$  может быть представлен в виде псевдодифференциального оператора (ПДО) с символом  $-\psi(\xi)$ . Напомним, что ПДО  $A$  с символом  $a(\xi)$  действует по формуле:



$$Af(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ix\xi} a(\xi) \hat{f}(\xi) d\xi,$$

где  $\hat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ix\xi} f(x) dx$  – преобразование Фурье функции  $f(x)$ .

Обозначим через  $1, 2, \dots, L$  возможные состояния финансового рынка и введём случайный процесс  $Z_t$ , который указывает текущее состояние в момент времени  $t$ . Пусть процесс  $Z_t$  представляет собой марковскую цепь с непрерывным временем и матрицей интенсивностей  $\Lambda = (\lambda_{jk})$ ,

$$\text{где } \lambda_{jk} \in R, \lambda_{jk} \geq 0, j \neq k; \lambda_{jj} = -\sum_{j \neq k} \lambda_{jk}.$$

Напомним, что вероятность перехода из состояния  $j$ , соответствующего моменту времени  $t_1$  в состояние  $k$ , соответствующее моменту времени  $t_2$  равна

$$P(Z_{t_2} = k \mid Z_{t_1} = j) = \{\exp((t_2 - t_1)\Lambda)\}_{jk}$$

Возьмём модель цены финансового актива вида  $S_t = S_0 \exp X_t$ , где процесс доходности (логарифма цены)  $X_t$  будет построен на основе конечного набора процессов Леви следующим образом. Рассмотрим множество независимых процессов Леви  $Y_t^k$  (относительно выбранных рынком эквивалентных мартингальных мер  $Q_j$ ), перенумерованных индексами  $k = 1, 2, \dots, L$ . Приращения процесса  $X_t$  будут переключаться между  $L$  процессами Леви, в зависимости от состояния  $Z_t$ ;  $dX_t = dY_t^k$ . Характеристические экспоненты и инфинитезимальные генераторы процессов  $Y_t^k$  обозначим  $\psi_k(\xi)$  и  $L_k$  соответственно;  $r_k$  – безрисковая процентная ставка по облигациям в состоянии рынка  $k$ . В силу требования мартингальности эквивалентных мер  $Q_j$  (подробнее – [1]), должны выполняться соотношения  $r_k + \psi_k(-i) = 0$ ,  $k = 1, \dots, L$ .

Рассмотрим контракт, по которому выплачивается определённая сумма  $G(S_T)$  в момент окончания срока действия контракта  $T$ , зависящая от финальной цены финансового актива  $S_T$ , при условии, что в течение срока действия контракта цена актива не упадет ниже определённого барьера или не поднимется выше определённого барьера. Когда барьер  $H$  пересекается, опцион обесценивается; иногда владелец получает некоторую компенсацию. Мы остановимся на случае барьерных опционов без компенсации в описанной выше экспоненциальной модели Леви  $S_t = S_0 \exp X_t$  с переключениями режимов по параметрам процесса. Для удобства изложения положим  $S_0 = H$ .

Обозначим через  $f(X_p, t, k)$  цену барьерного опциона с барьером снизу  $H$  и окончанием срока действия  $T$  в состоянии  $k$  и момент времени  $t$ . Согласно формуле Фейнмана-Каца, цена  $f(X_p, t, k)$  может быть найдена, как решение следующей системы интегро-дифференциальных уравнений [3] с определенными начально-краевыми условиями

$$(\partial_t + \lambda_{kk} - r_k + L_k) f(x, t, k) + \sum_{j \neq k} \lambda_{kj} f(x, t, j) = 0, \\ x > 0, t < T, k = 1, \dots, L. \quad (1)$$

Зададим начальные и краевые условия, исходя из определения барьерного опциона:

$$f(x, t, k) = 0, x \leq 0, t < T, k = 1, \dots, M; \quad (2)$$

$$f(x, T, k) = G(He^x), x > 0, k = 1, \dots, M. \quad (3)$$

В частности, если рассматривается барьерный опцион вида put (право продать по фиксированной цене  $K$ ), то функция выплат имеет вид  $G(S) = \max\{K - S, 0\}$ .

Для решения поставленной задачи нами была разработана универсальная вычислительная процедура решения специального класса систем интегро-дифференциальных уравнений. Предлагаемый алгоритм обобщает метод быстрой факторизации Винера-Хопфа, описанный в [6] для случая моделей Леви без переключения режимов.

### Методы решения интегро-дифференциальных уравнений с частными производными для оценивания барьерных опционов

Рассмотрим сначала случай без переключения режимов. Общую теорию и обзор методов решения интегро-дифференциальных уравнений с частными производными для оценивания барьерных опционов можно найти в [1] и [4].

Основными численными методами являются метод Галеркина и конечно-разностные схемы. Первый метод основан на вариационной формулировке интегро-дифференциальных уравнений с частными производными. Главными недостатками этого подхода является сложность его практической реализации и необходимость использования специализированных математических пакетов. Конечно-разностные схемы, с другой стороны, не требуют специальных навыков программирования и просты в реализации.

Отметим два метода конечных разностей, применённых в [5] для вычисления цены барьерных опционов, и [7] для оценивания американских



опционов. Построение любой конечно-разностной схемы для случая моделей Леви включает в себя дискретизацию в пространстве и времени, усечение больших скачков и аппроксимацию малых. В результате для каждого шага по времени получается система линейных уравнений. В [5] используется явно-неявная схема, согласно которой происходит сведение к трехдиагональной системе, поэтому теряется точность и метод медленно сходится. Схема, построенная в [7], является неявной и более точной, но решение соответствующих систем происходит методом простой итерации, что существенно уменьшает скорость вычислений. Кроме указанных недостатков существующих конечно-разностных методов, следует отметить отсутствие универсальной процедуры вычисления коэффициентов схемы для разных моделей Леви.

Отметим, что известны сложные аналитические формулы для барьерных опционов в моделях Леви, основанные на методе Винера-Хопфа [1], но не была предложена эффективная численная реализация этих формул в общем случае. Дело в том, что явная факторизация интегро-дифференциального оператора, возникающего в задаче, возможна только в частных случаях.

В [6] была предложена эффективная универсальная процедура решения специального класса интегро-дифференциальных уравнений с частными производными для оценивания барьерных опционов. Разработанный метод получил название “Быстрой факторизации Винера-Хопфа” (БФВХ). Метод БФВХ, основанный на численной факторизации Винера-Хопфа, по простоте реализации близок к конечно-разностным схемам, но существенно выигрывает в скорости и точности. Результаты численных экспериментов, доказывающие преимущества этого метода по сравнению с конечно-разностными схемами из [5,7] могут быть найдены в [6].

Таким образом, наиболее целесообразным является обобщение метода БФВХ на случай систем интегро-дифференциальных уравнений с частными производными, связанных с переключением между различными моделями Леви.

### **Метод “Быстрой факторизации Винера-Хопфа”. Модель Леви без переключения режимов**

Рассмотрим основные идеи метода БФВХ для решения задачи оценивания барьерных опционов

в модели Леви без переключения режимов по параметрам процесса. В случае одного состояния финансового рынка, задача для цены барьерного опциона  $f(x,t)$  примет вид:

$$(\partial_t - r + L)f(x,t) = 0, x > 0, t < T;$$

$$f(x,t) = 0, x \leq 0, t < T;$$

$$f(x, T) = G(He^x), x > 0.$$

Метод начинается с рандомизации Карра (подробнее – [6]), которая включает дискретизацию задачи только по временной переменной. Пусть  $N$  – число периодов времени длиной  $\Delta t = \frac{T}{N}$ . Обозначим через  $t_j = j\Delta t$  и  $f_j(x) = f(x, t_j)$ ,  $j = 0, \dots, N$ . По условию  $f_N(x) = G(He^x)I_{(0,+\infty)}(x)$ . Далее введём параметр  $q = r + (\Delta t)^{-1}$  и заменим производную по времени конечною разностью. В результате получим последовательность стационарных задач на вещественной прямой для  $j = N-1, N-2, \dots, 0$ :

$$q^{-1}(q - L)f_j(x) = (q\Delta t)^{-1}f_{j+1}(x), x > 0;$$

$$f_j(x) = 0, x \leq 0.$$

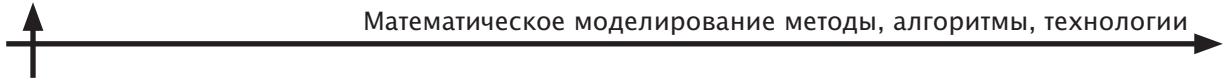
Для решения такого рода задач применяем метод Винера-Хопфа (подробнее – [6] и библиография к ней). Введём оператор  $A$  – взаимно обратный к оператору  $q^{-1}(q - L)$ . Следовательно, как

ПДО, оператор  $A$  имеет символ  $\frac{q}{q + \psi(\xi)}$ . В основе метода Винера-Хопфа лежит факторизация символа оператора  $A$ , которая в вероятностной формулировке выглядит следующим образом:  $\frac{q}{q + \psi(\xi)} = \varphi^+(\xi) \varphi^-(\xi)$ , где  $\varphi^+(\xi)$   $\varphi^-(\xi)$  – характеристические функции безгранично делимых распределений, имеющих носители на правой и левой полуосах, соответственно. Обозначим через  $A^+$ ,  $A^-$  – ПДО с символами  $\varphi^+(\xi)$ ,  $\varphi^-(\xi)$ , тогда в операторной форме факторизация Винера-Хопфа будет выглядеть следующим образом:  $A = A^+A^- = A^-A^+$ .

Используя свойства операторов  $A^+$ ,  $A^-$ , решение задачи находится по формулам [6]:

$$f_j = (q\Delta t)^{-1}A^-I_{(0,+\infty)}(x)A^+f_{j+1}, j = N-1, \dots, 0.$$

Отметим, что операторы  $A^+$ ,  $A^-$  действуют на функции как операторы свертки с плотностью вероятности, поэтому их нормы в пространстве ограниченных непрерывных функций  $C(R)$  равны единице. Поскольку аналитические формулы для



символов операторов  $A^+$ ,  $A^-$  достаточно сложны для практического применения [1], в [6] были разработаны приближенные формулы для функций  $\varphi^+(\xi)$ ,  $\varphi^-(\xi)$ . На основе этих формул и быстрого преобразования Фурье (БПФ) для вещественно-значных функций, в [6] была предложена эффективная численная реализация операторов  $A^+$ ,  $A^-$ . Параметрами алгоритма БФВХ, разработанного в [6] являются: количество шагов по времени  $N$  и шаг дискретизации по пространственной переменной  $d$ . При увеличении  $N$  и уменьшении  $d$  метод сходится к цене опциона.

### Метод “Быстрой факторизации Винера-Хопфа”. Модель Леви с переключением режимов

Рассмотрим теперь обобщение метода БФВХ на случай модели Леви с переключением  $N$  режимов по параметрам процесса. Обозначим через  $f_j(x, k) = f(x, t_j, k)$ ,  $j = 0, \dots, N$  и  $q_k = r + (\Delta t)^{-1} - \lambda_{kk}$ ,  $k = 1, \dots, L$ . Как и ранее,  $f_N(x, k) = I_{(0;+\infty)}(x)G(He^x)$ ,  $x > 0$ ,  $k = 1, \dots, M$ . Далее, применим к системе (1)–(3) рандомизацию Карра и получим семейство систем:

$$q_k^{-1}(q_k - L_k)f_s(x, k) = (q_k \Delta t)^{-1}(f_{s+1}(x, k) + \sum_{j \neq k} \Delta t \lambda_{kj} f_s(x, j)) = 0, \quad x > 0, \quad k = 1, \dots, M.$$

$$f_s(x, k) = 0, \quad x \leq 0, \quad k = 1, \dots, M.$$

Введём следующие обозначения:

$$L = \begin{pmatrix} L_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & L_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & L_M \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_M \end{pmatrix};$$

$$\Lambda_0 = \begin{pmatrix} 0 & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \dots & \lambda_{1M} \\ \lambda_{21} & 0 & \lambda_{23} & \dots & \lambda_{2M} \\ \dots & & & & \\ \lambda_{M1} & \lambda_{M2} & \lambda_{M3} & \dots & 0 \end{pmatrix},$$

$$F_s(x) = \begin{pmatrix} f_s(x, 1) \\ f_s(x, 2) \\ \dots \\ f_s(x, M) \end{pmatrix}.$$

Тогда в матричной форме наша задача примет вид:

$$(Q^{-1}(Q - L) - \Lambda_0 Q^{-1}) F_s(x) = (Q \Delta t)^{-1} F_{s+1}(x), \quad x > 0, \quad (4)$$

$$F_s(x) = 0, \quad x \leq 0.$$

Для решения полученной задачи факторизуем оператор обратный матричному оператору  $Q^{-1}(Q - L)$ . Сначала мы факторизуем операторы на главной диагонали по формулам Винера-Хопфа:

$$\frac{q_k}{q_k - L_k} = A_k^+ A_k^-.$$

Далее, вводим оператор  $A$  по формуле:

$$A = \begin{pmatrix} A_1^- I_{(0;+\infty)}(x) A_1^+ & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2^- I_{(0;+\infty)}(x) A_2^+ & 0 & \dots & 0 \\ & & \dots & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_M^- I_{(0;+\infty)}(x) A_M^+ \end{pmatrix}.$$

Для операторов на главной диагонали оператора  $A$  имеются эффективные формулы численной реализации их действия, полученные методом БФВХ [6]. Применяем оператор  $A$  к обеим частям (4) и получаем:

$$(I - A \Lambda_0 Q^{-1}) F_s(x) = (Q \Delta t)^{-1} A F_{s+1}(x), \quad x > 0, \quad (5)$$

$$F_s(x) = 0, \quad x \leq 0. \quad (6)$$

В силу свойств операторов  $A_k^+$ ,  $A_k^-$ , норма оператора  $A$  в пространстве непрерывных ограниченных вектор-функций на положительной полуоси равна единице. Следовательно, при достаточно малом значении  $\Delta t$  оператор  $A \Lambda_0 Q^{-1}$  является сжимающим отображением. Таким образом, для решения задачи (5),(6) мы можем применить метод последовательных итераций:

$$F_s^{(m)}(x) = (Q \Delta t)^{-1} A F_{s+1}(x) + A \Lambda_0 Q^{-1} F_s^{(m-1)}(x), \quad x > 0,$$

где  $m$  – номер итерации, а  $F_s^{(0)}(x) = F_{s+1}(x)$ . Чем меньше норма матрицы  $\Lambda_0 Q^{-1}$ , тем быстрее итерационный процесс достигнет заданной точности  $\varepsilon$ .

### Результаты численных экспериментов

Рассмотрим данные численных экспериментов, демонстрирующих точность и высокую скорость обобщенного метода БФВХ на случай моделей Леви с переключением режимов по параметрам процесса. В качестве базы сравнения будем использовать результаты, полученные методом Монте-Карло. Хорошо известно, что при вычислении барьерных опционов методом Монте-Карло необходимо использовать большое количество симуляций траекторий, построенных с помощью достаточно малых шагов по времени.



В представленных экспериментах использовалось  $n = 500000$  траекторий с шагом по времени равным  $\Delta t = 0,000001$ .

Рассмотрим барьерный опцион put с барьером снизу  $H = 90$  с ценой исполнения  $K = 100$  и сроком действия  $T = 0,1$  в модели KoBoL с переключением трёх режимов по параметрам процесса. Процесс KoBoL(CGMY) является ярким представителем чисто негауссовых процессов Леви, привлекающих интерес практиков при моделировании финансовых рынков. Характеристическая экспонента процесса KoBoL [1] имеет следующий вид:

$$\psi(\xi) = -i\mu\xi + c\Gamma(-v)(\lambda_+^v - (\lambda_+ + i\xi)^v + (-\lambda_-)^v - (-\lambda_- - i\xi)^v),$$

где  $c > 0$ ,  $\mu \in R$ ,  $\lambda_- < -1 < 0 < \lambda_+$ ,  $v \in (0;2)$ ,  $v \neq 1$ .

Для симуляции траекторий модели KoBoL с переключением режимов был модифицирован программный код метода Монте-Карло для процесса KoBoL без переключений [6]. Параметры модели указаны в табл. 1, матрица интенсивностей имеет вид:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} -0,8 & 0,5 & 0,3 \\ 0,2 & -0,7 & 0,5 \\ 0,2 & 0,4 & -0,6 \end{pmatrix}.$$

Для расчёта цен опционов использовался компьютер со следующими характеристиками: Intel Core(TM)2 Due CPU, 1,8 GHz, RAM 1024 Mb, under Windows Vista.

Таблица 1

#### Параметры модели KoBoL с переключением режимов

Состояние	Параметры модели				
	$r$	$v$	$\lambda_-$	$\lambda_+$	$c$
$Z_t = 0$	4,879%	0,5	-7	9	1
$Z_t = 1$	4,879%	0,6	-11	8	1
$Z_t = 2$	4,879%	1,4	-10	12	1

С помощью метода Монте-Карло и БФВХ были вычислены цены опционов для трёх случаев начальных состояний финансового рынка и четырёх значений цены акции:  $S = 91,96,101,106$ . Результаты численных экспериментов (табл. 2 и 3) демонстрируют быструю сходимость метода БФВХ и высокую согласованность с методом Монте-Карло. В частности, разница между значениями, полученными методом Монте-Карло и методом БФВХ, не выходит за пределы погрешности метода Монте-Карло. Под относительной ошибкой метода Монте-Карло будем понимать

Таблица 2

#### Цены барьерного опциона put с барьером снизу в модели KoBoL с переключением режимов по параметрам процесса

Метод	Монте-Карло		БФВХ		
Параметры	$n = 500000$		$d = 0,001$	$d = 0,0005$	$d = 0,0005$
	$\Delta t = 0,000001$		$N = 1600$	$N = 800$	$N = 1600$
Цена акции	Цена опциона в состоянии $Z_0 = 0$				
91	1,90584	1,89343	1,90033	1,899	
96	2,71715	2,71483	2,71577	2,71566	
101	1,13496	1,13453	1,13294	1,13327	
106	0,43446	0,434303	0,43381	0,433893	
Время вычислений, с	52000	13,5	13,5	27	
Цена акции	Цена опциона в состоянии $Z_0 = 1$				
91	1,71527	1,70807	1,71423	1,71316	
96	2,00268	2,0049	2,00562	2,00526	
101	0,959067	0,961104	0,959708	0,959935	
106	0,445013	0,444509	0,44385	0,443969	
Время вычислений, с	52000	13,5	13,5	27	
Цена акции	Цена опциона в состоянии $Z_0 = 2$				
91	0,0234225	0,02275	0,02254	0,02252	
96	0,0902634	0,0904366	0,0902231	0,0901428	
101	0,135412	0,135173	0,134905	0,13479	
106	0,164802	0,164077	0,163752	0,163628	
Время вычислений, с	200000	13,5	13,5	27	

Таблица 3

**Относительные ошибки вычисления цены барьера опциона пут с барьером снизу в модели KoBoL с переключением режимов по параметрам процесса**

Метод	Монте-Карло		БФВХ	
Параметры	$n = 500000$ $\Delta t = 0,000001$	$d = 0,001$ $N = 1600$	$d = 0,0005$ $N = 800$	$d = 0,0005$ $N = 1600$
Цена акции	Цена опциона в состоянии $Z_0 = 0, \%$			
91	0,5 %	-0,7 %	-0,3 %	-0,4 %
96	0,3 %	-0,1 %	-0,1 %	-0,1 %
101	0,5 %	0,0 %	-0,2 %	-0,1 %
106	0,9 %	0,0 %	-0,1 %	-0,1 %
Время вычислений, с	52000	13,5	13,5	27
Цена акции	Цена опциона в состоянии $Z_0 = 1, \%$			
91	0,5 %	-0,4 %	-0,1 %	-0,1 %
96	0,4 %	0,1 %	0,1 %	0,1 %
101	0,6 %	0,2 %	0,1 %	0,1 %
106	0,9 %	-0,1 %	-0,3 %	-0,2 %
Время вычислений, с	52000	13,5	13,5	27
Цена акции	Цена опциона в состоянии $Z_0 = 2, \%$			
91	4,3 %	-2,9 %	-3,8 %	-3,9 %
96	2,1 %	0,2 %	0,0 %	-0,1 %
101	1,7 %	-0,2 %	-0,4 %	-0,5 %
106	1,6 %	-0,4 %	-0,6 %	-0,7 %
Время вычислений, с	200000	13,5	13,5	27

отношение длины половины доверительного интервала к его середине.

В статье предложено обобщение быстрого и точного метода БФВХ вычисления барьера опциона на случай моделей Леви с переключением режимов по параметрам процесса. Задача сводится к последовательности систем интегро-дифференциальных уравнений, которые решаются методом последовательной итерации с

помощью метода БФВХ. Метод программно реализован. Результаты численных экспериментов согласуются с методом Монте-Карло и подтверждают высокую эффективность разработанного подхода. Более того, построенный алгоритм может быть легко распараллелен, что позволит ещё в несколько раз повысить скорость вычислений.

Работа выполнена в рамках исследований научно-образовательного центра Южного федерального университета “Диалоговый Высокоуровневый Оптимизирующий Распараллеливатель программ и его приложения”.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Boyarchenko S. I., Levendorskii S. Z. Non-Gaussian Merton-Black-Scholes theory. 2002. World Scientific.
2. Boyarchenko S.I., Levendorskii S.Z. Pricing American options in regime-switching models // SIAM J. Control Optim. 2009. Vol. 48. P. 1353–1376.
3. Chourdakis K. Levy processes driven by stochastic volatility, Asia-Pacific Finan. Markets. 2005. № 12. P. 333–352.
4. Cont R., Tankov P. Financial modelling with jump processes. 2004. Chapman & Hall/CRC Press.
5. Cont R., Voltchkova E. A finite-difference scheme for option pricing in jump diffusion and exponential Levy models, SIAM Journal on Numerical Analysis. 2005. Vol. 43. № 4. P. 1596–1626.
6. Kudryavtsev O., Levendorskii S. Fast and accurate pricing of barrier options under Levy processes, J. Finance and Stochastics. 2009. Vol. 13. № 4. P. 531–562.
7. Levendorskii S., Kudryavtsev O., Zherder V. The relative efficiency of numerical methods for pricing American options under Levy processes, Journal of Computational Finance, Winter 2005/06. Vol. 9. № 2. P. 69–97.
8. Sato K. Levy processes and infinitely divisible distributions. 1999. Cambridge University Press, Cambridge.

УДК 62.50

Ю.В. Козлов

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО АППАРАТА НА ЦИРКУЛЯЦИИ

Задача оптимизации программного установившегося движения подводного аппарата (ПА) на основе кинематических моделей формулируется как задача нелинейного программирования (НП).

**1. Математические модели аппарата для оптимизации стационарных движений.** Модель ПА установившегося движения при глубоком маневре по курсу имеет вид:

$$\begin{aligned}\xi' &= V \cos(\varphi - \beta); \quad \zeta' = -V \sin(\varphi - \beta); \\ \varphi' &= \omega_y; \quad \omega_y = -aV\delta; \quad \theta = bV^2\delta; \quad \beta = -c\delta,\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\xi, \zeta$  – координаты центра масс ПА в неподвижной (земной) системе координат, м;  $V$  – линейная скорость движения, м/с;  $\delta$  – угол перекладки вертикального руля, рад;  $\beta$  – угол дрейфа, рад;  $\omega_y$  – угловая скорость вращения корпуса ПА относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс, рад/с;  $\varphi$  – курс ПА, рад;  $\theta$  – угол крена, рад.

**2. Математическая формулировка задачи управления в режиме циркуляции.** При глубокой циркуляции время перехода соответствует движению с постоянной скоростью изменения курса  $\omega_y$ , которая должна максимизироваться

$$J(\omega_y) = \omega_y \rightarrow \max, \quad \omega_y = bV\delta. \quad (2)$$

Оптимальные скорости  $V$  и углы перекладки  $\delta$  должны выбираться при ограничении на допустимый угол крена:

$$\theta = bV^2\delta \leq \theta_0, \quad (3)$$

где  $\theta_0$  – допустимый угол крена при циркуляции по условию безопасности.

Выполнение глубокого маневра осуществляется с учётом реальной скорости ПА при ограничениях на силовую установку

$$0 \leq V \leq V_0.$$

Необходимо учитывать ограничения на углы перекладки руля

$$0 \leq \delta \leq \delta_0, \quad (4)$$

где  $\delta_0$  – максимально возможный ограниченный угол перекладки руля.

Определяющим при маневре является ограничение на угол крена, которое не позволяет осуществить маневр на предельной скорости хода и при максимально возможной перекладке руля. Задача максимизации нелинейного функционала  $J(\omega_y)$  при ограничениях – задача НП при невыпуклых ограничениях, задающих допустимую область в координатах  $V, \delta$ .

**3. Качественные свойства критических маневров.** Эти свойства исследуются в утверждении.

*Утверждение.* Для ПА радиус циркуляции зависит только от угла перекладки руля и не зависит от скорости хода

$$R = 1/a\delta. \quad (5)$$

Таким образом, сформулирована задача НП, решение которой позволит определить оптимальную скорость хода  $V^*$  и угол перекладки руля  $\delta^*$ , при которых достигается максимальная скорость изменения курса корабля  $\omega_y$  при ограничениях.

**4. Формулировка задачи координации системы управления аппаратом.** На основе результатов п. 1 и 2 можно представить математическую формулировку задачи координации как задачу НП: вычислить пару  $V^*$  и  $\delta^*$ , при которой

$$J = \omega_y = aV\delta \rightarrow \max \quad (6)$$

при выполнении следующих ограничений на выполнение маневров ПА:

$$\theta = bV^2\delta \leq \theta_0; \quad (7)$$

$$0 \leq \delta \leq \delta_0; \quad (8)$$

$$0 \leq V \leq V_0. \quad (9)$$

Для решения задачи с невыпуклой областью разработана методика сведения системы неравенств к равносильным неравенствам или равенству.

**5. Сведение системы неравенств к равенству.** Для решения “задачи сведения” ограничения приводятся к виду [1]:

$$\delta \geq 0, \quad \delta_0 - \delta \geq 0, \quad V \geq 0, \quad \theta_0 - bV^2\delta \geq 0. \quad (10)$$

Система (9) сводится к одному равенству двумя способами.



*Первый способ* основан на замене неравенств  $g_1(x_1, \dots, x_n) \geq 0, \dots, g_m(x_1, \dots, x_n) \geq 0$  равносильным равенством

$$G_1(x_1, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^m |g_j| - \sum_{j=1}^m g_j = 0. \quad (11)$$

Для данной задачи равенство  $G_1(x_1, \dots, x_n) = 0$  принимает вид:

$$\begin{aligned} G_1(V, \delta) \equiv & |\delta| + |\delta_0 - \delta| + |V| + |V_0 - V| + \\ & + |\theta_0 - bV^2\delta| + bV^2\delta - \delta_0 - V_0 - \theta_0 = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Алгебраическое уравнение (11) определяет область допустимых решений, заданную неравенствами на плоскости в координатах  $\delta, V$ .

*Второй способ* позволяет свести систему неравенств к неравенству:

$$\begin{aligned} F = & g_1 + g_2 + g_3 - |g_1 - g_2| - |g_3 - g_4| - \\ & - |g_1 + g_2 - g_3 - g_4| - |g_1 - g_2| + |g_3 - g_4| + g_5 - \\ & - |g_1 + g_2 + g_3 - |g_1 - g_2| - |g_3 - g_4| - \\ & - |g_1 + g_2 - g_3 - g_4| - |g_1 - g_2| + |g_3 - g_4| + g_5 \geq 0, \end{aligned}$$

а затем – к равенству. Приравнивая левую часть последнего равенства к нулю  $F(V, \delta) = 0$  можно получить алгебраическое уравнение границы допустимой области, которое позволяет преобразовать исходную задачу к задаче условной оптимизации. Переход к ограничению типа равенства (уравнение границы  $F(V, \delta) = 0$ , позволяет рассматривать классическую задачу Лагранжа, получая оптимальные значения  $V^*$  и  $\delta^*$ . Наличие одного уравнения границы позволяет организовать сканирование по границам однопараметрического семейства границ для исследования локальных экстремумов внутри области и определить глобальный экстремум. Необходимость дополнительных исследований связана с невыпуклостью.

Преобразуя известным способом неравенство, можно получить второй вариант описания допустимой области решений одним уравнением

$$G_2(V, \delta) = |\Gamma(V, \delta)| - \Gamma(V, \delta) = 0. \quad (13)$$

Таким образом, приведённые способы преобразования систем неравенств к одному эквивалентному равенству позволяют преобразовать исходную задачу НП к задаче условной оптимизации и методу Лагранжа.

**6. Необходимые условия для задачи оптимизации первым способом.** При формулировке

и решении задачи НП используется сведение системы неравенств к одному равенству. Функция Лагранжа примет вид:

$$L = aV\delta + \lambda G(V, \delta), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} G(V, \delta) = & |\delta| + |\delta_0 - \delta| + |V| + |V_0 - V| + \\ & + |\theta_0 - bV^2\delta| + bV^2\delta - \delta_0 - V_0 - \theta_0 = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Далее можно перейти к решению задачи, выписав необходимые условия экстремума в виде системы трёх алгебраических уравнений:

$$\frac{\partial L}{\partial V} = a\delta - \lambda \frac{\partial G}{\partial V} = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \delta} = aV - \lambda \frac{\partial G}{\partial \delta} = 0; \quad (16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = G(V, \delta) = 0,$$

где выражения для частных производных  $\frac{\partial G}{\partial V}$  и  $\frac{\partial G}{\partial \delta}$  имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial V} = & 2bV\delta[1 - \text{sign}(\theta_0 - bV^2\delta)] + \\ & + \text{sign}(V) - \text{sign}(V_0 - V), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial \delta} = & bV^2[1 - \text{sign}(\theta_0 - bV^2\delta)] + \\ & + \text{sign}(\delta) - \text{sign}(\delta_0 - \delta), \end{aligned} \quad (18)$$

Система уравнений (16)–(17) является нелинейной системой алгебраических уравнений, содержит разрывные операторы “функции знака” и при её решении возникают проблемы. Однако применение регуляризации разрывных функций позволяет использовать методы вычислительной математики – итеративные методы решения нелинейных уравнений.

Для решения задачи использованы методы дифференциального спуска для сведения задачи к решению градиентных систем обыкновенных дифференциальных уравнений как непрерывных градиентных методов – непрерывным аналогам итеративных методов по М.К. Гавурину [2].

**7. Результаты эксперимента.** На рис. 1 приведена область допустимых решений и шесть начальных условий, из которых осуществлялось решение системы дифференциальных уравнений спуска. При проведении экспериментов

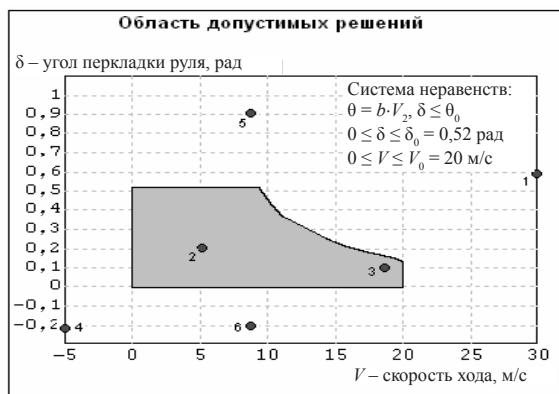


Рис. 1. Допустимые области и начальные условия эксперимента

использовался пакет МВТУ и эффективный метод численного интегрирования – “Адаптивный 5”. Шаг интегрирования выбирался по условию обеспечения устойчивости решений в интервалах  $h_{\min} = 10^{-4} \div 10^{-6}$ ;  $h_{\max} = 0,1 \div 0,001$ . Интервал интегрирования – в диапазоне  $100000 \div 15000$ , исходя из времени получения стационарного решения. На рис. 2 а, б, в, г приведены процессы изменения переменных  $\delta(t)$ ,  $V(t)$ ,  $\lambda(t)$ , а также значения критерия оптимальности  $W(t)$ . Приведены также процессы приближения  $\delta(t)$  и  $V(t)$  к оптимальным значениям, отображаемые на фазовой плоскости в координатах  $V$ ,  $\delta$ . Результаты шести экспериментов (см. таб.) позволяют сделать следующие выводы:

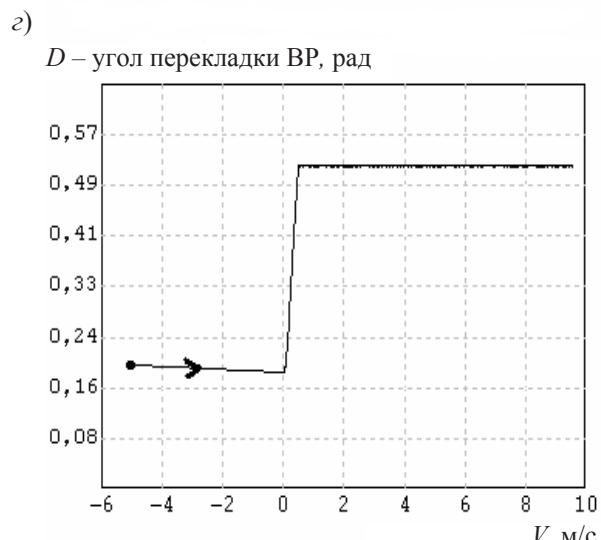
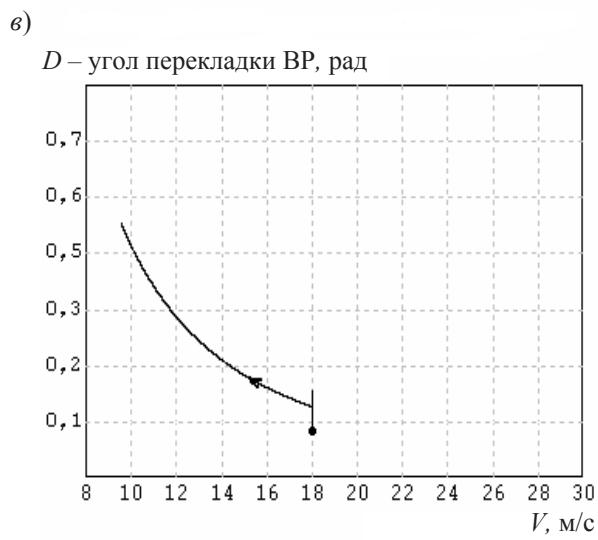
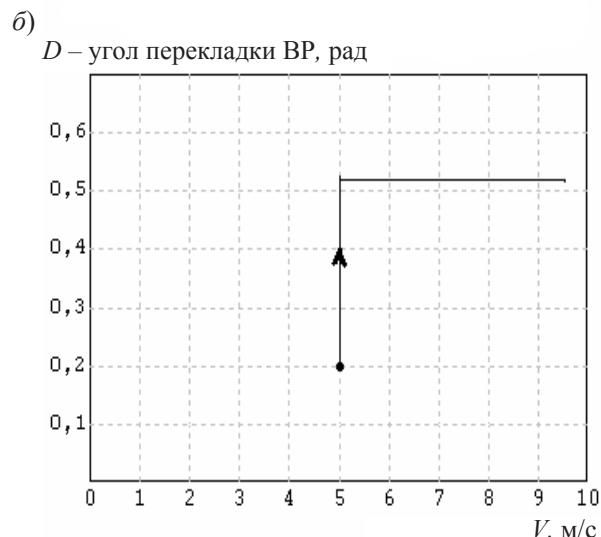
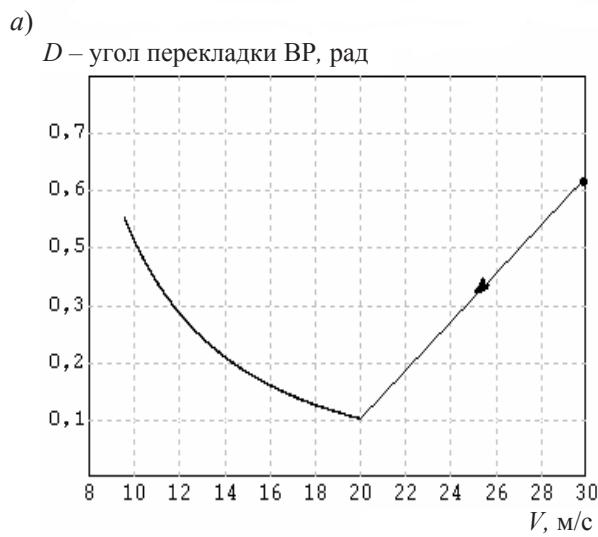


Рис.2. Процесс приближения скорости хода и положение руля к оптимальным значениям в плоскости  $V$ ,  $D$



1. Стационарные движения аппарата при интегрировании уравнений градиентного спуска из различных начальных условий совпадают.
2. При движении из различных начальных условий оптимальным углом перекладки руля яв-

ляется его максимально возможное значение. Полученное решение является оптимальным не только по критерию максимального быстродействия при выходе аппарата на заданный курс, но и по критерию максимальной кривизны траектории.

#### Результаты экспериментов

Экспери- мент	Начальные условия	Результат			
		Линейная скорость движения $V$ , м/с	Угол перекладки вертикального руля $\delta$ , рад	Множитель Лагранжа $\lambda$	Угло- вая ско- рост $\omega_y$ , рад/с
1	$\delta = 0,6$ $V = 30$ $\lambda = 0$	9,53301	0,5168	10,0123	0,023
2	$\delta = 0,2$ $V = 5$ $\lambda = 0$	9,53033	0,5190	0,2861	0,023
3	$\delta = 0,1$ $V = 18$ $\lambda = 0$	9,5297	0,5199	0,1637	0,023
4	$\delta = 0,2$ $V = -5$ $\lambda = 0$	9,5296	0,5190	5,0001	0,023
5	$\delta = 0,9$ $V = 7$ $\lambda = 0$	9,5296	0,5199	0,4070	0,023
6	$\delta = -0,2$ $V = 7$ $\lambda = 0$	9,53080	0,5195	0,3121	0,023

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зимин М.Ф. Об уравнениях, определяющих площади, объёмы и их границы // Математическое образование. 1930. № 1. С. 22–26.

2. Гавурин М.К. Нелинейные функциональные уравнения и непрерывные аналоги итеративных методов // Изв. вузов. Математика. 1958. № 5.

УДК 004.94

*К.А. Аксенов, А.В. Журавлёв*

## ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ ГИБРИДНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ

Развитие теории мультиагентных процессов преобразования ресурсов (МППР) идёт в двух направлениях – динамического моделирования процессов и интеграции с методами искусственного интеллекта (экспертным, ситуационным и мультиагентным моделированием). В данной статье основное внимание

уделено первому направлению – исследованию типовых моделей динамических процессов для формализации параллельных, конфликтующих процессов преобразования ресурсов (дискретно-непрерывных), а также их программной реализации в системах имитационного моделирования.

## Особенности процессов преобразования ресурсов

Анализ различных процессов преобразования ресурсов (производственных, организационно-технических систем (ОТС) и бизнес-процессов (БП)) позволяет выделить их особенности.

1. Объекты ОТС характеризуются сложностью структуры и алгоритмов поведения, много-параметричностью, что приводит к сложности их моделей и требует при разработке построения иерархических модульных конструкций, а также использования описания внутрисистемных процессов [1].

2. На самых нижних уровнях процесс может быть представлен с точностью до элементарных операций преобразования ресурсов [2].

3. В ОТС оказывается довольно сложно оценить параметры потоков информации, установить определённые и нормированные структуры данных для принятия решений. Для систем такого типа характерно:

вероятностное поведение, вызываемое воздействием множества объективных и субъективных факторов;

высокая изменчивость источников и адресатов информации, номенклатуры и форм представления документов;

слабая формализованность маршрутов и методов обработки информации внутри организаций;

недостаток квалифицированных специалистов в области информационных технологий (ИТ) [3].

Отсюда вытекает потребность в интеллектуальной системе поддержки принятия решений (ППР), которая бы взяла на себя все формализованные функции исполнителей и оказала существенную поддержку при решении трудноформализуемых задач. Организационные задачи во многих случаях не имеют точных алгоритмов решения, а разрешаются в рамках некоторых сценариев, которые в общих чертах хорошо известны исполнителям, но в каждой конкретной ситуации могут изменяться. Такие сценарии весьма трудно описать алгоритмическими моделями. Более адекватными оказываются модели представления знаний, позволяющие менять правила поведения и осуществлять логические выводы на основании содержания базы знаний (БЗ) [3]. При решении задач моделирования, анализа и синтеза ОТС и БП применяются следующие методы: имитационно-

го (ИМ), ситуационного, экспертного и мультиагентного моделирования.

## Модель процесса преобразования ресурсов

Основными объектами модели мультиагентного процесса преобразования ресурсов (МППР) являются [2, 4]: операции (*Op*), ресурсы (*RES*), команды управления (*U*), средства (*MECH*), процессы (*PR*), источники (*Sender*) и приемники ресурсов (*Receiver*), перекрестки (*Junction*), параметры (*P*), цели (*G*), сообщения (*Message*), агенты (*Agent*). Описание причинно-следственных связей между элементами преобразования и ресурсами задается объектом “связь” (*Relation*). Для описания иерархических процессов используется аппарат системных графов высокого уровня интеграции [5].

Модель интеллектуального агента представлена в следующем виде:

*Agent* = <*Name*, *G\_Ag*, *prior*, *KB\_Ag*, *M\_In*,  
*M\_Out*, *SPA*, *Control* *O*, *AU*, *AD*>;

где  $Name$  – имя агента;  $G_Ag$  – цели агента;  $prior$  – приоритет агента;  $KB_Ag$  – база знаний агента;  $M_{In}$  – количество входящих сообщений;  $M_{Out}$  – количество исходящих сообщений;  $SPA$  – сценарии поведения;  $Control_O$  – множество управляемых объектов процесса преобразования ресурсов;  $AU$  – множество агентов “начальников”;  $AD$  – множество агентов подчинённых.

Агенты управляют объектами процесса преобразования. Агент выполняет следующие действия (рис. 1):

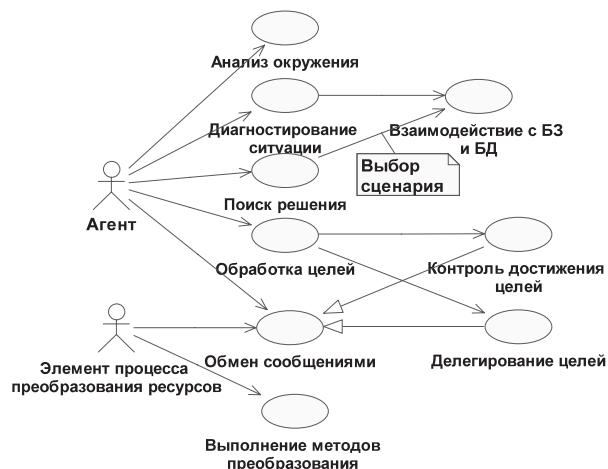


Рис.1. Диаграмма прецедентов, определяющая отношения между агентом и элементом процесса преобразования ресурсов



анализирует внешние параметры (текущую ситуацию);

диагностирует ситуацию, обращается к БЗ. В случае определения соответствующей ситуации агент пытается найти решение (сценарий действий) в БЗ или выработать его самостоятельно;

вырабатывает (принимает) решение;

определяет (переопределяет) цели;

контролирует достижение целей;

делегирует цели своим и чужим объектам процесса преобразования, а также другим агентам; обменивается сообщениями.

Для построения ядра моделирующей системы был использован аппарат продукции систем. Определена структура продукции системы МППР в виде:

$$PS = \langle Rps, Bps, Ips \rangle, \quad (1)$$

где  $Rps = \{RES(t)\} \cup \{MECH(t)\} \cup \{U(t)\} \cup \{G(t)\}$  – текущее состояние ресурсов, средств, команд управления, целей (рабочая память);  $Bps$  – множество правил преобразования ресурсов и действий агентов (база знаний);  $Ips$  – машина вывода, состоящая из планировщика и машины логического вывода по базе знаний (БЗ) агентов.

Алгоритм имитатора состоит из следующих основных этапов: определения текущего момента времени  $SysTime = \min(T_j), j \in RULE$  (где  $T_j$  – время активизации  $j$ -го правила преобразования;  $RULE$  – множество правил преобразования ресурсов); обработки действий агентов; формирования очереди правил преобразования; выполнения правил преобразования и изменения состояния рабочей памяти. Для диагностирования ситуаций и выработки команд управления имитатор обращается к модулю экспертной системы (ЭС).

В качестве аналогов математической модели МППР могут быть рассмотрены следующие математические модели динамических процессов: системы массового обслуживания ( $Q$ -схемы) [1, 6]; модели системной динамики (СД) [5, 7]; модель В.М. Глушкова [8–9].

С точки зрения динамической составляющей МППР можно выделить следующие основные требования к моделям: учёт различных типов ресурсов (материальных, информационных, энергетических, трудовых, финансовых); учёт состояния операций и ресурсов в конкретные моменты времени; учёт возникновения конфликтов на общих ресурсах и средствах; моделирование дискретных процессов в виде дискретных опе-

раций; моделирование непрерывных процессов в виде операций с интенсивностью; учёт сложных ресурсов (экземпляров ресурсов со свойствами, в терминологии СМО – заявка); реализация интеллектуальных агентов (моделей лиц, принимающих решения (ЛПР), для формализации более адекватными оказываются модели представления знаний и реализация в виде компонента ЭС).

### Анализ типовых моделей динамических процессов

**Понятийный аппарат  $Q$ -схем.** Прибору обслуживания заявок соответствует операция МППР, которая обрабатывает поступающие заявки (заявкам в МППР соответствуют множества  $RES, MECH, Order, Message$ ). Заявка представляет собой экземпляр ресурса с набором свойств, в терминологии языка ИМ GPSS соответствует понятию “транзакт”. Покажем соответствие операции МППР основным составляющим прибора массового обслуживания.

В любом элементарном акте обслуживания выделяют две основные составляющие: ожидание обслуживания заявки и собственно обслуживание заявки. Это можно изобразить в виде некоторого  $i$ -го прибора обслуживания  $\Pi_i$  (рис. 2), состоящего из накопителя заявок  $H_i$ , которому соответствует вход  $in_m$  согласно МППР, а в частном случае – очередь входных заявок  $Queue_k^{in}$ . В накопителе может одновременно находиться  $L_i = 0, L_i^H$  заявок (ресурсов), где  $L_i^H$  – ёмкость  $i$ -го накопителя и канала обслуживания заявок  $K_i$ . Каналу соответствует функция преобразования входа в выход  $f$ . На каждый элемент прибора обслуживания  $\Pi_i$  поступают потоки событий: в накопитель  $H_i$  – поток заявок  $w_i$  (ресурсы выходные, формируемые предыдущей  $z$ -й операцией), на канал  $K_i$  – поток обслуживаний  $u_i$  (соответствует потоку сообщений  $Message_k$ , которые управляют операцией).

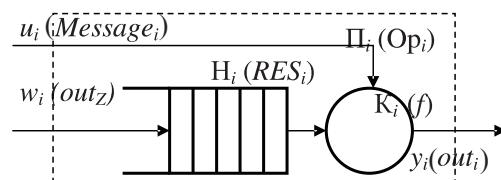


Рис. 2. Прибор обслуживания заявок

Рассмотрим, как данный аппарат может быть использован для моделирования МППР. Внутренними параметрами  $Q$ -схемы является число фаз  $L^\Phi$ , количество каналов ( $L_{kj}, j = 1, L^\Phi$ ) и

накопителей ( $L_{hk}$ ,  $k = \overline{1, L^\Phi}$ ) в каждой фазе, а также ёмкость накопителя  $L_i^h$ . Максимальное количество фаз у операции МППР  $\text{Max}(L_\Phi^{Op}) = 2$ : первая фаза – обработка входов  $in$ , вторая – формирование выходов  $out$ . Для задания  $Q$ -схемы также необходимо описать алгоритмы её функционирования.

С точки зрения МППР, существуют операции управления, которые в зависимости от состояния системы формируют или не формируют разрешающие сигналы для других операций. В свою очередь, информация о приоритете будет вторична для операции, если она не сможет запуститься ввиду отсутствия входного ресурса и/или механизма.

Как следует из вышеизложенного, понятийный аппарат  $Q$ -схем соответствует проблемной области МППР, но с точки зрения графического представления не является достаточно наглядным, также  $Q$ -схемы ориентированы на моделирование в первую очередь работы средств, тогда как в МППР – на последовательность и параметры преобразования ресурсов.  $Q$ -схемы не ориентированы на моделирование непрерывных процессов и поведения интеллектуальных агентов, обладающих базой знаний.

**Системная динамика (СД)** представляет собой совокупность принципов и методов анализа динамических управляемых систем с обратной связью. В системе с петлями обратных связей используются два типа переменных – уровни (фонды) и темпы. Уровни – это накопители системы. Темпы – потоки, вызывающие изменение уровней. Темпы характеризуются интенсивностью – скоростью потока в единицу времени.

В терминологии МППР системно-динамическому понятию “уровень” соответствует понятие “ресурс”. В СД нет аналога понятию “заявка” и соответственно нет возможности моделировать работу с экземплярами ресурсов.

Для моделей системной динамики (СД) определены следующие накладываемые ограничения при моделировании МППР [9]: запаздывание захвата входных ресурсов по отношению к реальным МППР, при этом максимальная погрешность захватываемых входных ресурсов определяется как  $\sum_i in_i$ , где  $\{in_i\}$  – множество входных ресурсов, необходимых для одновременного выполнения всех преобразований; опережение формирования выходных ресурсов, при этом максимальная погрешность формируемых выходных ресур-

сов определяется как  $\sum_j \frac{out_j}{k_j} (k_j - 1)$ , где  $\{in_j\}$  – множество выходных ресурсов, формируемых при одновременном выполнении всех преобразований,  $k_j = MAX(K)$ , где  $K$  – множество длительностей элементов преобразования, выраженных в шагах дискретизации; опережение момента начала работы элементов, по отношению к реальному МППР в условиях ограничения входных ресурсов; запаздывание захвата средств (следствие запаздывания входных ресурсов) и опережение освобождения средств (следствие опережения формирования выходных ресурсов). СД также не позволяет моделировать поведение интеллектуальных агентов (отсутствует компонент ЭС).

**Непрерывно-дискретная модель Глушкова.** Непрерывно-дискретной системой называется следующая математическая модель (2) [7–8]:

$$S = \{T, P, e, E, K, F\}, \quad (2)$$

где  $T = \{t_i\}, i \in R \geq 0$  – дискретная модель времени;  $P$  – множество классов процессов;  $e$  – множество классов событий (причин мгновенной смены поведения и структуры системы);  $E$  – множество алгоритмов классов событий (подготовительных дискретных действий при переходе к новому поведению системы). К элементарным действиям относятся пассивизация, активизация, порождение и уничтожение процессов, изменение значений переменных процесса и запись в календарь планирования событий отметки о будущем событии.  $K = \{< t_p, e_i >, L\}$  – календарь планирования событий, в который записываются отметки о событиях отдельными объектами и с помощью которого описывается динамика системы. Планирование события подразумевает явное задание момента его наступления или задание условия  $L$  его наступления через предикат (планирование события по условию).  $F$  – список уравнений, характеризующих локальные поведения процессов во временных интервалах между событиями. Структура процесса и его поведение описывается следующей математической моделью:

$$P = \{X, Y, V_s, V_d, B\} \quad (3)$$

где  $X, Y$  – каналы входа и выхода;  $V_s$  – множество статических переменных процесса, которые задаются алгебраическими выражениями и могут меняться только при исполнении алгоритмов событий;  $V_d$  – множество “переменных-функций” –



динамических переменных;  $B$  – тело процесса, содержащее описания его всевозможных поведений.

Под моделированием поведения непрерывно-дискретной системы понимается построение множества последовательностей событий, приводящих к смене её поведения и структуры, причисляя к событию начальное состояние системы. Глобальное поведение моделируется с помощью специального процесса-монитора, который приводит системное время в соответствии с календарем планирования событий или в соответствии с анализом времени наступления события, которое планируется по условию. Процесс моделирования заканчивается, когда календарь событий оказывается пустым [8].

Покажем, что модель производственной системы может быть описана в терминах непрерывно-дискретной модели В.М. Глушкова (4):

$$\begin{aligned} S = \{T, Op \cup resiver \cup sender \cup junction, \\ RES \cup MECH \cup Message \cup Order, Ips, Calendar\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Структура МППР и его поведение описывается следующей моделью:

$$P = \{in, out, Action, Status\}. \quad (5)$$

Модель В.М. Глушкова не позволяет моделировать работу с заявками и поведение интеллектуальных агентов (отсутствует компонент ЭС). Данная модель ориентирована на моделирование как дискретных, так и непрерывных процессов.

Результаты анализа моделей с точки зрения МППР приведены в табл. 1.

В качестве основы построения дискретно-непрерывной модели МППР, содержащих ИА, может быть взята модель [2, 4] и расширена возмож-

ностью моделирования непрерывных процессов. К преимуществу данной модели относится наличие моделей ЛПР в виде ИА.

### Системы динамического моделирования ситуаций

По назначению системы моделирования МППР делятся на три класса: имитационного моделирования (СИМ), динамического моделирования ситуаций (СДМС) и экспертные системы. В настоящее время существуют лишь единичные разработки в области СДМС (табл. 2): ARIS – система моделирования бизнес-процессов; экспертная система (ЭС) реального времени G2; система мультиагентного имитационного моделирования AnyLogic; MVS (Model Vision Studium) – интегрированная графическая оболочка для быстрого создания интерактивных визуальных моделей гибридных процессов и проведения вычислительных экспериментов на виртуальном стенде; СИМ PowerSim программно реализует модель системной динамики; авторская разработка СДМС BPsim.MAS ([www.bpsim.ru](http://www.bpsim.ru)) программно реализует модель дискретного МППР [2, 4]. Был проведён сравнительный анализ данных систем на соответствие следующим требованиям: проектирование концептуальной модели предметной области (КМПО), описание знаний о предметной области и вывод на знаниях; описание динамических процессов преобразования ресурсов (язык МППР); иерархическое представление структуры процесса (с точки зрения системного анализа данная возможность облегчает процесс построения моделей сложных систем); построение мультиагентных моделей (наличие сообществ интеллек-

Таблица 1

#### Сравнительный анализ динамических моделей процессов

Характеристики	СМО	Системная динамика	Модель В.М. Глушкова	Математическая модель МППР
Различные типы ресурсов	+	+	+	+
Учёт временных характеристик	+	+	+	+
Моделирование конфликтов на общих ресурсах и средствах	+	НЕТ	+	+
Операция дискретная	+	НЕТ	+	+
Операция непрерывная	НЕТ	+	+	НЕТ
Сложный ресурс (заявка)	+	НЕТ	НЕТ	+
Модель ЛПР (ИА) в виде компонента ЭС	НЕТ	НЕТ	НЕТ	+

Таблица 2

## Сравнительный анализ систем моделирования

		ARIS	G2	AnyLogic	MVS	PowerSim	BPsim
		НЕТ	НЕТ	НЕТ	+	НЕТ	+
Язык описания МППР	Ресурс	+	+	+	+	+	+
	Заявка (транзакт)	НЕТ	+	+	+	НЕТ	+
	Операция дискретная	+	+	+	+	НЕТ	+
	Операция с интенсивностью	НЕТ	+	+	+	+	НЕТ
	Процесс	+	+	+	+	НЕТ	-
	Цель системы	+	+	НЕТ	НЕТ	НЕТ	+
Иерархическая структура процесса		+	+	+	+	НЕТ	+
Мультиагентная модель	Элемент АГЕНТ	НЕТ	НЕТ	+	НЕТ	НЕТ	+
	Модели поведения агентов	НЕТ	НЕТ	+	НЕТ	НЕТ	+
	База знаний агента	НЕТ	НЕТ	НЕТ	НЕТ	НЕТ	+
Имитационное моделирование	Дискретное	+	+	+	+	НЕТ	+
	Непрерывное	НЕТ	+	+	+	+	НЕТ
Экспертное моделирование		НЕТ	+	НЕТ	НЕТ	НЕТ	+
Ситуационный подход		НЕТ	+	НЕТ		НЕТ	+
Стоймость, тыс. у.е.		50	70	4,8	0,1	9	3

туальных агентов (ИА), обладающих моделью поведения и знаниями); поддержка ИМ, ЭС и ситуационного подхода (ситуационного управления, СУ); стоимость.

Анализ показал, что наибольшей функциональностью СДМС МППР обладает BPsim.MAS. Функции проектирования КМПО и построения мультиагентных моделей, содержащих ИА, рассмотренные системы не поддерживают, за исключением системы BPsim.MAS. Моделирование непрерывных процессов поддерживается только в системах AnyLogic, MVS, PowerSim. К достоинствам пакетов AnyLogic и G2 можно отнести использование языков высокого уровня, благодаря чему пакеты могут предоставлять разработчику моделей серьёзный уровень функциональности. Системы MVS и AnyLogic поддерживают моде-

лирование дискретно-непрерывных процессов.

Математическая модель МППР, *Q*-схемы и модель В.М. Глушкива могут быть взяты за основу объекта моделирования (т. е. МППР, бизнес-процессов и производственных процессов дискретно-непрерывного характера), служить основой для построения алгоритмов и программ (программных комплексов имитационного моделирования) при машинной реализации.

Актуальным направлением дальнейших исследований является развитие методов имитационного моделирования гибридных процессов преобразования ресурсов (дискретно-непрерывных и содержащих интеллектуальных агентов) и их программной реализации на основе СДМС BPsim.MAS (как показал анализ систем моделирования).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем: Учеб. для вузов. М.: Высш. шк. 2001. 343 с.
2. Аксенов К.А., Гончарова Н.В. Динамическое моделирование мультиагентных процессов преобразования ресурсов: Монография. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ. 2006. 311 с.
3. Швецов А.Н. Модели и методы построения корпоративных интеллектуальных систем поддержки принятия решений: Дис. ...докт. техн. наук: 05. 13. 01 СПб., 2004. 461 с.
4. Аксенов К.А. Модель мультиагентного процесса преобразования ресурсов и системный анализ



организационно-технических систем // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2009. № 6. М., С. 38–45.

5. Аврамчук Е.Ф., Вавилов А.А., Емельянов С.В. и др. Технология системного моделирования. М.: Машиностроение, 1988. 520 с.

6. Гнеденко Б.Д., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. М.: Наука, 1987. 336 с.

7. Форрестер Дж. Мировая динамика. М.: Наука, 1978. 168 с.

8. Парийская Е.Ю. Сравнительный анализ математических моделей и подходов к моделированию и анализу непрерывно-дискретных систем. URL: [http://home.imm.uran.ru/dolly/vl\\_97/pariis/pariis.html](http://home.imm.uran.ru/dolly/vl_97/pariis/pariis.html)

9. Программное обеспечение моделирования непрерывно-дискретных систем / Под ред. В.М. Глушкина. М.: Наука, 1975.

УДК 519.254

*Л.А. Демидова, В.В. Кираковский, А.Н. Коротаев*

## **ПОДХОД К ПРОБЛЕМЕ КЛАССИФИКАЦИИ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМОВ ВОЗМОЖНОСТНОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ И ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ**

Эффективная классификация технического состояния зданий и сооружений (например, с целью проведения капитального ремонта) невозможна без исчерпывающих сведений о техническом состоянии зданий и сооружений в целом, а также отдельных строительных конструкций и инженерных систем. Использующийся в этих целях анализ проектной документации даёт лишь общее представление о параметрах и характеристиках объекта.

Имеющаяся техническая документация в большинстве случаев не фиксирует всех отступлений от проекта, допущенных как в процессе строительства, так и в процессе эксплуатации. Более полным и достоверным источником информации о техническом состоянии объектов могут служить материалы натурного обследования, выполняемые экспертами в соответствии с чёткими методическими принципами и положениями.

Обследование технического состояния таких объектов как с использованием инструментальных средств мониторинга, так и экспертного оценивания, должно дать ответ о соответствии современным требованиям и оценку целесообразности сохранения в существующем состоянии или переустройства, с учётом необходимых работ по реконструкции.

**Постановка задачи.** Оценка технического состояния зданий и сооружений при определении

процента (степени) износа производится экспертом (группой экспертов) по некоторому набору критериев, таких как “фундаменты”, “стены кирпичные”, “стены деревянные”, “междуетажные перекрытия”, “лестницы каменные”, “перегородки”, “крыши”, “окна”, “двери”, “местные приборы отопления”, “центральная система отопления”, “водопровод”, “ дворовая канализация”, “тротуары” и “мостовые” путём выставления процента износа или баллов по некоторой шкале, например, по десятибалльной шкале (чем ниже балл, тем выше качество объекта по данному критерию) [4].

В случае мониторинга технического состояния большого количества зданий и сооружений с целью определения аварийных объектов при составлении плана штатных ремонтных работ, классификация может быть выполнена посредством кластеризации множества объектов мониторинга для выбранного набора критериев на заданное количество кластеров.

Например, на основе выставленных экспертных оценок по критериям множество анализируемых объектов может быть разбито на четыре класса: ветхие здания, не подлежащие восстановлению; здания, требующие капитального ремонта; здания, требующие текущего ремонта; здания, находящиеся в идеальном состоянии. При этом исходное множество объектов разбивается на

классы, содержащие объекты с близкими значениями характеристик.

**Выбор алгоритма кластеризации.** Обычно при решении задачи кластеризации объектов используется алгоритм нечётких  $c$ -средних (FCM-алгоритм), реализующий учёт свойства кластерной относительности для объектов [3].

Как показывает практика, применение алгоритма возможностных  $c$ -средних (PCM-алгоритма) позволяет улучшить результаты кластеризации, полученные с помощью FCM-алгоритма, в случае, если множество объектов содержит атипичные объекты, за счёт ослабления свойства кластерной относительности и учёта свойства типичности. Однако результаты кластеризации с использованием FCM-алгоритма и PCM-алгоритма сильно зависят от выбора параметров алгоритма (например, для PCM-алгоритма от значений фазификатора и значений “ширины зоны”  $\eta_j$  ( $j = \overline{1, c}$ )), если кластеры имеют существенно разную плотность или существенно разный объём. Таким образом, можно говорить о существовании неопределённости при определении типичности объекта кластера в PCM-алгоритме и о необходимости в реализации метода расчёта значений степеней типичности объектов кластерам за счёт управления неопределенностью в выборе параметров PCM-алгоритма – значений фазификатора  $m$  значений или “ширины зоны”  $\eta_j$  ( $j = \overline{1, c}$ ).

**Расширение множества объектов на интервальные нечёткие множества второго типа для PCM-алгоритма.** Неопределенность в PCM-алгоритме на основе интервальных нечётких множеств второго типа (ИНМТ2) может быть выражена как с помощью двух различных значений фазификатора  $m$  (как в FCM-алгоритме на основе ИНМТ2) при фиксированном значении “ширины зоны”  $\eta_j$  ( $j = \overline{1, c}$ ) для каждого кластера, так и с помощью двух различных значений “ширины зоны”  $\eta_j$  ( $j = \overline{1, c}$ ) для каждого кластера при фиксированном значении фазификатора  $m$  [1].

Пусть неопределенность в PCM-алгоритме на основе ИНМТ2 задана с помощью двух различных значений фазификатора  $m$ :  $m_1$  и  $m_2$  при фиксированном значении “ширины зоны”  $\eta_j$  ( $j = \overline{1, c}$ ) для каждого кластера.

Тогда “нижняя” и “верхняя” интервальные функции типичности могут быть представлены как:

$$\bar{w}_j(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_1-1}}}, & \text{если } \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_1-1}}} > \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_2-1}}} \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_2-1}}}, & \text{если } \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_1-1}}} \leq \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_2-1}}} \end{cases}, \quad (1)$$

$$w_j(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_1-1}}}, & \text{если } \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_1-1}}} \leq \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_2-1}}} \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_2-1}}}, & \text{если } \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_1-1}}} > \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_j}\right)^{\frac{2}{m_2-1}}} \end{cases}. \quad (2)$$

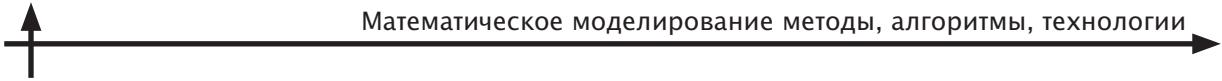
Если неопределенность в PCM-алгоритме на основе ИНМТ2 выражена с помощью двух различных значений “ширины зоны”  $\eta_j$  ( $j = \overline{1, c}$ ) для каждого кластера при фиксированном значении фазификатора  $m$ , то при определении интервальных первичных функций типичности объекта  $x_i$  в PCM-алгоритме на основе ИНМТ2 “нижняя” и “верхняя” интервальные функции типичности (для двух различных значений “ширины зоны”  $\eta_j$ :  $\eta_{j1}$  и  $\eta_{j2}$ ) могут быть представлены как [2]:

$$\bar{w}_j(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j1}}\right)^{\frac{2}{m-1}}}, & \text{если } \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j1}}\right)^{\frac{2}{m-1}}} > \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j2}}\right)^{\frac{2}{m-1}}} \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j2}}\right)^{\frac{2}{m-1}}}, & \text{если } \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j1}}\right)^{\frac{2}{m-1}}} \leq \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j2}}\right)^{\frac{2}{m-1}}} \end{cases}, \quad (3)$$

$$w_j(x_i) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j1}}\right)^{\frac{2}{m-1}}}, & \text{если } \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j1}}\right)^{\frac{2}{m-1}}} \leq \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j2}}\right)^{\frac{2}{m-1}}} \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j2}}\right)^{\frac{2}{m-1}}}, & \text{если } \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j1}}\right)^{\frac{2}{m-1}}} > \frac{1}{1 + \left(\frac{d_{ji}}{\eta_{j2}}\right)^{\frac{2}{m-1}}} \end{cases}, \quad (4)$$

где  $\eta_{j1}$  и  $\eta_{j2}$  – две “ширины зоны”, определяющие различные расстояния, на которых возможностная степень типичности равна 0,5.

Использование различных значений для фазификатора  $m$  определяет различные целевые функции в PCM-алгоритме на основе ИНМТ2 при  $m = m_1$  и  $m = m_2$  [3]:



$$J_{m_1}(W, V) = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^n (w_j(x_i))^{m_1} \cdot d_{ji}^2 + \sum_{j=1}^c \eta_j^2 \cdot \sum_{i=1}^n (1 - w_j(x_i))^{m_1}, \quad (5)$$

$$J_{m_2}(W, V) = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^n (w_j(x_i))^{m_2} \cdot d_{ji}^2 + \sum_{j=1}^c \eta_j^2 \cdot \sum_{i=1}^n (1 - w_j(x_i))^{m_2}. \quad (6)$$

Использование различных значений “ширины зоны”  $\eta_j$  ( $j = \overline{1, c}$ ) определяет различные целевые функции в РСМ-алгоритме на основе ИНМТ2 при  $\eta_j = \eta_{j1}$  и  $\eta_j = \eta_{j2}$ :

$$J_{\eta_{j1}}(W, V) = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^n (w_j(x_i))^m \cdot d_{ji}^2 + \sum_{j=1}^c \eta_{j1}^2 \cdot \sum_{i=1}^n (1 - w_j(x_i))^m, \quad (7)$$

$$J_{\eta_{j2}}(W, V) = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^n (w_j(x_i))^m \cdot d_{ji}^2 + \sum_{j=1}^c \eta_{j2}^2 \cdot \sum_{i=1}^n (1 - w_j(x_i))^m. \quad (8)$$

Вычисление функции типичности и координат центров кластеров реализуется с использованием итерационного алгоритма Карника–Менделя. Поиск оптимальных параметров РСМ-алгоритма на основе ИНМТ2, обеспечивающих адекватные результаты кластеризации, не возможен без применения какого-либо оптимизационного алгоритма, например, генетического алгоритма (ГА).

**Генетический алгоритм поиска оптимальной комбинации значений фаззификаторов, реализующих управление неопределенностью, и значений “ширины зоны” для РСМ-алгоритма на основе интервальных нечетких множеств второго типа.** Метод возможностной кластеризации с использованием РСМ-алгоритма на основе ИНМТ2 и ГА позволяет значительно сократить время поиска оптимальной комбинации значений параметров алгоритма кластеризации и обеспечить получение адекватных результатов кластеризации [3].

Пусть, например, в РСМ-алгоритме на основе ИНМТ2 для каждого кластера задаётся единственное значение “ширины зоны”  $\eta_j$  ( $j = \overline{1, c}$ ), а для фаззификатора  $m$  определяется комбинация значений:  $m_1$  и  $m_2$ . В этом случае для поиска оптимальной комбинации значений фаззификаторов  $m_1$ ,  $m_2$  и оптимальных значений “ширины зоны”  $\eta_j$  ( $j = \overline{1, c}$ ) может быть использован ГА.

При этом хромосома задаётся в виде:

$$s = (m_1, m_2, \eta_1, \dots, \eta_c), \quad (9)$$

где  $m_1, m_2 \in (1, m_{\max})$ ;  $m_{\max}$  – некоторое действительное число, определяющее максимальное значение фаззификатора;  $m_1 < m_2$ ;  $\eta_j$  – “ширина зоны”  $j$ -го кластера ( $j = \overline{1, c}$ );  $\eta_j \in [\eta_j^{\min}, \eta_j^{\max}]$ ;  $\eta_j^{\min} > 0$ ,  $\eta_j^{\max} > 0$ ,

$\eta_j^{\min} < \eta_{\max}$ ,  $\eta_j^{\max} \leq \eta_{\max}$ ,  $\eta_j^{\min} < \eta_j^{\max}$ ,  $\eta_{\max}$  – некоторое действительное число, определяющее максимальное значение “ширины зоны”.

В качестве функции соответствия для ГА может использоваться общий гиперобъём  $H$  [2, 3]:

$$H = \sum_{j=1}^c (\det(R_j))^{\frac{1}{2}} \rightarrow \min, \quad (10)$$

$$R_j = \frac{1}{n_j} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - v_j) \cdot (x_i - v_j)^T, \quad (11)$$

где  $R_j$  – ковариационная матрица  $j$ -го кластера;  $n_j$  – количество объектов кластеризации, отнесённых к  $j$ -му кластеру;  $v_j$  – вектор координат центра  $j$ -го кластера;  $x_i$  – вектор координат (оценок по критериям)  $j$ -го объекта;  $\det(R_j)$  – определитель ковариационной матрицы  $j$ -го кластера;  $n$  – количество объектов;  $c$  – количество кластеров;  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, c}$ .

При выполнении операции скрещивания выбирается вероятность скрещивания  $R_c$  и генерируется случайное число  $N_c$ . Если  $R_c > N_c$ , то случайным образом выбирается точка скрещивания  $z$  и выполняется скрещивание. Если в качестве точки скрещивания выбирается второй ген, определяющий фаззификатор  $m_2$ , то скрещивание выполняется без проверки каких-либо условий. Если в качестве точки скрещивания выбирается первый ген, определяющий фаззификатор  $m_1$ , то при выполнении операции скрещивания для обоих хромосом-отпрывков выполняется проверка условия:  $m_1 < m_2$ . Если это условие не выполняется, то осуществляется выбор новой точки скрещивания до тех пор, пока в точке скрещивания для обоих хромосом-отпрывков не будет выполнено условие:  $m_1 < m_2$ , либо в качестве точки скрещивания не будет выбран второй ген, определяющий фаззификатор, или ген, соответствующий “ширине зоны”  $j$ -го кластера  $j = \overline{1, c}$ .

При выполнении операции мутации выбирается вероятность мутации  $R_m$  и генерируется случайное число  $N_m$ . Если  $R_m > N_m$ , то случайным образом выбирается точка мутации  $z$  и выполняется мутация. Если в качестве точки мутации выбирается первый или второй ген, то при выполнении мутации для хромосомы-отпрывска выполняется проверка условия:  $m_1 < m_2$ . Если это условие не выполняется, то осуществляется выбор новой точки мутации до тех пор, пока в точке мутации



для хромосомы-отпрыска не будет выполнено условие:  $m_1 < m_2$  либо в качестве точки мутации не будет выбран ген, соответствующий “ширине зоны”  $\eta_j$ ,  $j$ -го кластера  $j = \overline{1, c}$ .

Тогда генетический алгоритм имеет вид:

1) случайным образом создаётся популяция размером  $P$ . При этом для первого и второго генов выполняется проверка условия:  $m_1 < m_2$ ;

2) при  $g < G$  ( $G$  и  $g$  – максимальное и текущее количество поколений ГА) реализуется РСМ-алгоритм на основе ИНМТ2 с вычислением значения функции соответствия для каждой хромосомы и создается  $R_c \cdot P/2$  пар хромосом-родителей;

3) выполняются операции скрещивания и мутации для текущей популяции. При этом для первого и второго генов выполняется проверка условия:  $m_1 < m_2$ . Для хромосом-отпрысков реализуется РСМ-алгоритм на основе ИНМТ2 и вычисляются значения функции соответствия;

4) создаётся новая популяция размером  $(P + R_c \cdot P)$ , дополненная хромосомами-отпрысками в количестве  $R_c \cdot P$ , затем  $R_c \cdot P$  хромосом с худшими значениями функции соответствия отбрасываются. Если  $g < G$ , осуществляется переход к шагу 2;

5) выбирается лучшая хромосома, которая минимизирует функцию соответствия. Для каждого объекта определяется его принадлежность к кластерам.

В случае неопределённости выбора значений “ширины зоны”  $\eta_j$  ( $j = \overline{1, c}$ ) для РСМ-алгоритма на основе ИНМТ2 соответствующий ГА поиска оптимальных параметров метода возможностной кластеризации реализуется аналогичным образом.

Отметим, что при реализации ГА следует использовать одноточечное скрещивание, а количество мутирующих генов не должно превышать 10–20 % от длины хромосомы.

Приведённый выше метод кластеризации и соответствующий ему ГА могут быть модифицированы, если есть какие-либо веские соображения по выбору значений фаззификаторов  $m_1$  и  $m_2$ . Например, в качестве значений фаззификаторов  $m_1$  и  $m_2$ , реализующих управление неопределённостью, для РСМ-алгоритма на основе ИНМТ2 могут использоваться значения фаззификаторов  $m_1$  и  $m_2$ , полученные с помощью FCM-алгоритма на основе ИНМТ2. В этом случае при инициализации РСМ-алгоритма на основе ИНМТ2 следует использовать координаты центров кластеров, вычисленные с помощью FCM-алгоритма на основе ИНМТ2. При этом в ряде случаев удаётся не толь-

ко уменьшить размерность оптимизационной задачи, но и улучшить результаты кластеризации за счёт учёта свойства кластерной типичности.

При фиксированных значениях фаззификаторов  $m_1$  и  $m_2$  хромосома может быть представлена в виде:

$$s = (\eta_1, \dots, \eta_c), \quad (12)$$

где  $\eta_j$  – “ширина зоны”  $j$ -го кластера ( $j = \overline{1, c}$ );  $\eta_j \in [\eta_j^{\min}, \eta_j^{\max}]$ ;  $\eta_j^{\min} > 0$ ,  $\eta_j^{\max} > 0$ ,  $\eta_j^{\min} < \eta_j^{\max}$ ,  $\eta_j^{\max} \leq \eta_{j+1}^{\min}$ ,  $\eta_j^{\min} < \eta_{j+1}^{\max}$ ,  $\eta_{j+1}^{\max}$  – некоторое действительное число, определяющее максимальное значение “ширины зоны”.

Предлагаемый модифицированный ГА реализуется так же, как и приведенный выше ГА за исключением тех шагов, где для генов, определяющих значения фаззификаторов  $m_1$  и  $m_2$ , необходимо выполнять проверку условия:  $m_1 < m_2$ , так как значения фаззификаторов фиксированы.

**Экспериментальные результаты.** Ниже приведен пример кластеризации множества объектов на три кластера с использованием алгоритма чётких  $c$ -средних и методов кластеризации на основе НМТ1 и ИНМТ2 для множества объектов, содержащего кластеры существенно разной плотности или существенно разного объёма.

На рис. 1 показано множество объектов, содержащее три кластера существенно разного объёма (объекты разных кластеров помечены маркерами разной формы). Кластеры представляют собой множества объектов, координаты которых были сгенерированы с использованием нормального закона распределения с центрами (10, 50), (50, 50) и (90, 50). При этом при генерации первой и второй координат объектов первого и третьего кластеров использовались нормальные законы распределения, имеющие одинаковые дисперсии. Координаты объектов второго кластера имеют существенно большую дисперсию по обеим координатам. Первый и второй кластеры содержат по тридцать пять объектов, а второй кластер – сто тридцать объектов. На рис. 2–5 приведены результаты кластеризации с использованием различных алгоритмов кластеризации, при этом центры кластеров отмечены “белыми” маркерами треугольной формы.

При использовании алгоритма чётких  $c$ -средних (рис. 2) и FCM-алгоритма на основе НМТ1 (рис. 3) были ошибочно классифицированы девять и тридцать объектов соответственно (4,5 % и 6,5 % от мощности множества объектов кластеризации

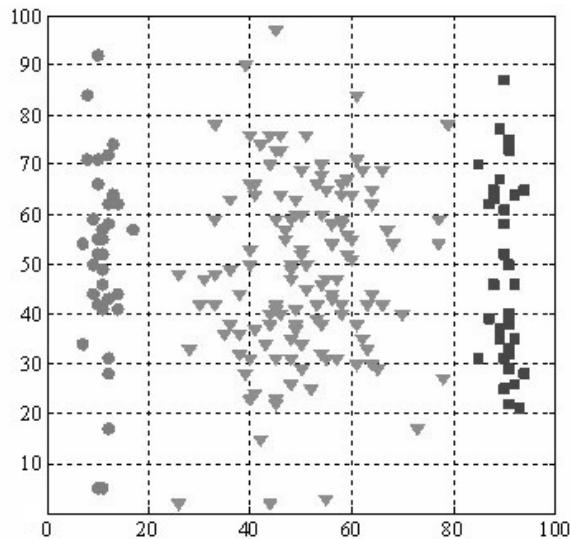
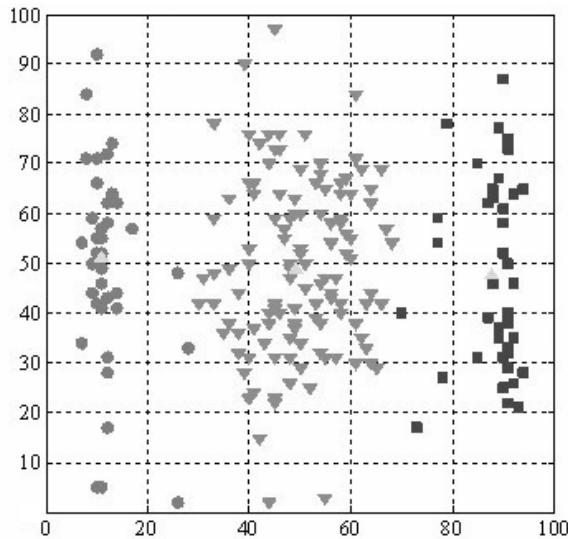
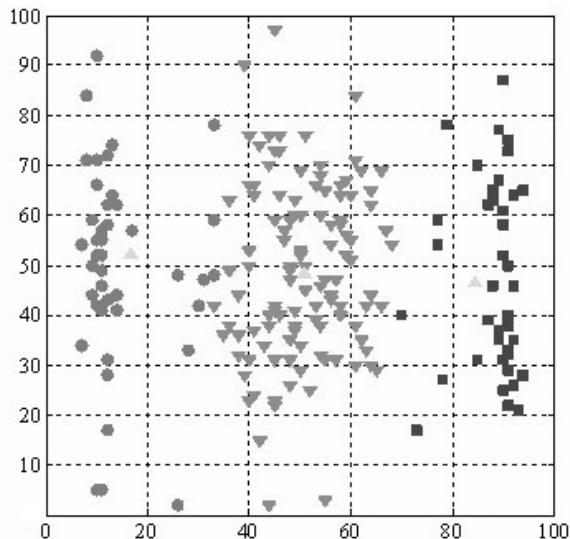
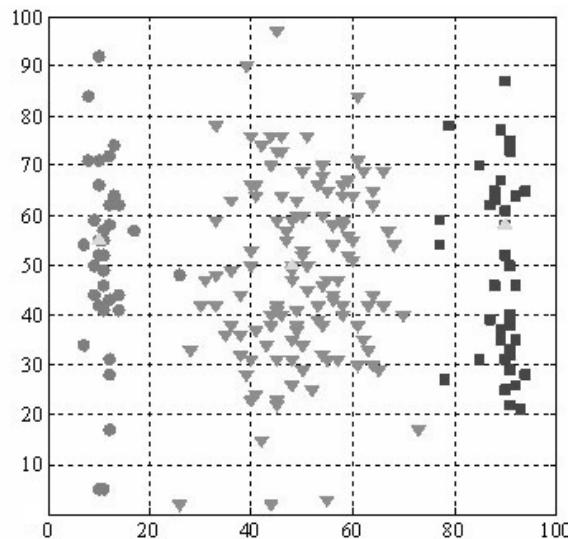


Рис. 1. Исходное множество объектов кластеризации

Рис. 2. Результаты кластеризации с использованием чёткого алгоритма  $c$ -среднихРис. 3. Результаты кластеризации с использованием FCM-алгоритма на основе HMT1 при  $m = 2$   
центры кластеров: первый кластер (11,014, 54,997); второй кластер (49,771, 50,962); третий кластер (89,982, 57,994)Рис. 4. Результаты кластеризации с использованием FCM-алгоритма на основе ИНМТ2 для комбинации  
 $m_1 = 108,813$  и  $m_2 = 112,174$   
центры кластеров: первый кластер (10,134, 54,962); второй кластер (48,000, 49,999); третий кластер (89,999, 57,999)

соответственно). Применение FCM-алгоритма на основе ИНМТ2 позволило улучшить результаты кластеризации: в этом случае были ошибочно классифицированы пять объектов (2,5 % от мощности множества объектов кластеризации) (рис. 4).

Использование PCM-алгоритма на основе ИНМТ2 при фиксированных значениях фаззификаторов  $m_1 = 108,813$  и  $m_2 = 112,174$ , определённых с помощью FCM-алгоритма на основе

ИНМТ2, позволило улучшить результаты кластеризации, полученные с помощью FCM-алгоритма на основе ИНМТ2: были ошибочно классифицированы только четыре объекта (2 % от мощности множества объектов кластеризации) (рис. 5).

В таблице приведены результаты кластеризации с использованием алгоритмов кластеризации на основе HMT1 и ИНМТ2, подтверждающие эффективность использования алгоритмов

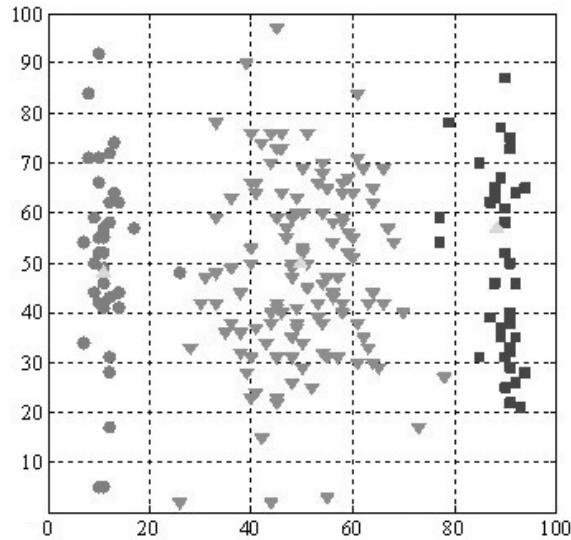


Рис. 5. Результаты кластеризации для PCM-алгоритма на основе ИНМТ2 для комбинации  
 $m_1 = 108,813$  и  $m_2 = 112,174$ ,  $\eta_1 = 115,410$ ,  
 $\eta_2 = 148,455$  и  $\eta_3 = 117,808$   
центры кластеров: первый кластер (10,923, 48,029), второй кластер (49,728, 49,883), третий кластер (88,453, 56,894)

кластеризации на основе ИНМТ2 для множеств объектов существенно разной плотности или существенно разного объёма.

Следует отметить, что для трёх сгенерированных исходных кластеров (рис. 1) общий гиперобъём  $H$  составляет 279,725.

Таким образом, при использовании алгоритмов кластеризации на основе ИНМТ2 удалось уменьшить ошибку кластеризации с минимального количества в девять объектов (4,5 % от мощности множества объектов) для алгоритма чётких  $c$ -средних до четырёх–пяти объектов (2–2,5 % от мощности множества объектов) для алгоритмов кластеризации на основе ИНМТ2.

Как видно из таблицы, лучший результат кластеризации (при минимальном значении общего гиперобъёма  $H$ , равном 311,776) с ошибкой кластеризации в четыре объекта (2 % от мощности множества объектов) был получен с помощью PCM-алгоритма на основе ИНМТ2 при фиксированных значениях фазификаторов  $m_1 = 108,813$  и  $m_2 = 112,174$ , определённых с помощью FCM-алгоритма на основе ИНМТ2.

Таблица

**Результаты кластеризации**

Алгоритм кластеризации	Значение функции соответствия	Ошибкаочно классифицированные объекты
Алгоритм чётких $c$ -средних	350,616	9 объектов, 4,5 %
FCM на основе НМТ1 при $m = 2$	(нечёткий общий гиперобъём) 541,268	13 объектов, 6,5 %
FCM на основе ИНМТ2 для комбинации $m_1 = 108,813$ и $m_2 = 112,174$	330,144	5 объектов, 2,5 %
PCM на основе ИНМТ2 (при фиксированных значениях фазификаторов $m_1$ и $m_2$ , определённых с помощью FCM-алгоритма)	311,776	4 объекта, 2 %



В статье рассмотрена проблема управления неопределенностью выбора параметров РСМ-алгоритма на основе ИНМТ2 при кластеризации множества объектов, содержащего кластеры существенно разной плотности или существенно разного объема.

Предложен метод кластеризации, разработанный для РСМ-алгоритма на основе ИНМТ2, позволяющий ослабить свойство кластерной относительности и учесть свойство кластерной типичности объектов, что в ряде случаев приводит к улучшению результатов кластеризации.

Применение ГА позволяет найти оптимальную комбинацию значений фазификатора и “ширины зоны” в РСМ-алгоритме на основе ИНМТ2, обеспечивающую лучшие результаты кластеризации, что подтверждается минимальным значением функции соответствия.

Использование предлагаемого подхода на практике для решения задачи классификации технического состояния зданий и сооружений обеспечило принятие обоснованных и адекватных решений, что доказывает возможность его дальнейшего использования.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Rhee F.C.-H. Uncertain fuzzy clustering: insights and recommendations // IEEE Computational intelligence magazine. 2007. Vol. 2. № 1. P. 44–56.
2. Демидова Л.А., Кираковский В.В. Кластеризация объектов на основе нечетких множеств второго типа и генетического алгоритма // Управление созданием и развитием систем, сетей и устройств телекоммуникаций / Под ред. докт. экон. наук, канд. техн. наук,

проф. А.В. Бабкина, докт. техн. наук, проф. В.А. Кежаева / Труды Междунар. конф. СПб, 2008. С. 212–222.

3. Демидова Л.А., Кираковский В.В. Методы кластеризации объектов на основе нечетких множеств второго типа и генетического алгоритма // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. СПб., 2008. № 6 (69). С. 136–142.

4. URL: <http://www.appraiser.ru>

УДК 656.7.025: 519.8

А. Д. Припадчев

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ПАССАЖИРСКИХ ПЕРЕВОЗОК В ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

Решение задач оптимизации означает поиск и достижение оптимального соотношения параметров авиационной транспортной системы и ряда параметров системы, которые влияют на оптимальность и результат её функционирования. Оптимальность означает наличие в системе приемлемых свойств в соответствии с принятым критерием эффективности. В нашей постановке это структура и размерность парка воздушных судов во взаимодействии с процессом пассажирских перевозок.

Оптимизация парка воздушных судов проводится на основе математического моделирования. Для построения математической модели необходимо иметь чёткое представление о цели функционирования исследуемой системы и располагать информацией об ограничениях, которые опреде-

ляют область допустимых значений переменных. В общем случае основные этапы исследования представлены на рис. 1.



Рис. 1. Этапы исследования процесса пассажирских перевозок

На первом этапе задача исследования заключается в идентификации проблемы. Выделим следующие основные стадии:

формулировка задачи или цели исследования; выявление возможных альтернатив решения применительно к исследуемой проблемной ситуации; определение ограничений, присущих исследуемой авиационной транспортной системе.

Второй этап исследования связан с построением модели. Учитывая особенности постановки задачи, вырабатываем наиболее подходящую модель для адекватного описания исследуемой авиационной транспортной системы. При построении такой модели должны быть установлены количественные соотношения для выражения целевой функции и ограничений.

На третьем этапе исследования осуществляется решение сформулированной задачи. При использовании математической модели решение получаем с помощью оптимизационных методов, т. е. приводим модель к оптимальному решению или проводим анализ модели на чувствительность.

Четвёртый этап исследования заключается в проверке адекватности модели. Модель можно считать адекватной, если некоторые неточности отображения авиационной транспортной системы-оригинала способствуют обеспечению достаточно надёжного предсказания поведения системы. Общий метод проверки адекватности модели состоит в сопоставлении получаемых результатов с характеристиками системы, которые при тех же исходных условиях имели место в прошлом. Если при аналогичных входных параметрах модель достаточно точно воспроизводит поведение системы, то она считается адекватной.

Определяя наиболее выгодные условия пассажирских перевозок для воздушных судов гражданской авиации, необходимо технологически описать процесс математическими моделями, которые позволяют перейти от решения отдельных задач к изучению процесса как единой сложной системы [1–3]. Технологическое описание процесса пассажирских перевозок представляет определённую закономерность [4, 5]. Аккумуляцию всех параметров, влияющих на процесс пассажирских перевозок, указать в математической модели невозможно. Необходимо обратить внимание на параметры, которые воздействуют наиболее существенно, при этом функция модели не должна быть только описательной, т. к. важна роль предсказательного характера процесса. Математическая модель состоит из нескольких этапов:

рациональное осмысление математической модели в зависимости от целей и задач; отождествление модели с помощью экспериментов; сопоставление математических и теоретических исследований модели; адекватность модели; поэтапный просчёт технологии процесса.

Из вышесказанного следует, что для построения математической модели приоритетным направлением будет поэтапное формирование параметров, которые воздействуют наиболее существенно на процесс пассажирских перевозок, в соответствии с чем выделяем:

1. Модель режимных характеристик воздушного сообщения. Основными режимными параметрами являются: скорость воздушного судна; высота полёта воздушного судна; дальность полёта воздушного судна;

2. Модель конструктивно-геометрических параметров воздушного судна. В качестве параметров применяют относительные или удельные величины, такие как: удлинение, относительная толщина, удельное давление.

При определении вышеуказанных параметров могут быть применены составные, тактические, экономические, весовые критерии, а также срок разработки воздушного судна;

3. Модель инерционно-массовых параметров воздушного судна. Инерционно-массовые или весовые характеристики включают взлётную массу воздушного судна и все её компоненты.

4. Физико-механическая модель процесса пассажирских перевозок гражданской авиации. К физико-механическим параметрам относится: расход топлива, тяга двигателя, удельный вес двигателя, максимальный диаметр двигателя.

5. Технологические параметры процесса пассажирских перевозок. Наибольшее влияние оказывают следующие параметры: параметр оценки воздушной линии, параметр оценки пассажирского воздушного судна.

Используя данный структурообразующий подход, возможно сформировать следующую модель, в соответствии с рис. 2.

На основании выведенных взаимосвязей, т. е. целевой функции, формируется комплекс параметров эффекта, необходимых для параметрического синтеза. Следовательно, для формирования математической модели необходимо поэтапно сформировать множества режимных,



Рис. 2. Структура математической модели процесса пассажирских перевозок гражданской авиации РФ

конструктивно-геометрических, инерционно-массовых, физико-механических, технологических параметров. Математическая модель служит систематическим началом в том случае, если множество параметров образуется функциями зависимости от внутренних характеристик системы и устанавливает взаимосвязи множества режимных параметров, конструктивно-геометрических, инерционно-массовых, физико-механических, технологических с множеством параметров эффекта выделенных для данного процесса через внутреннюю характеристику системы Э – экономическую эффективность. Самый оптимальный вариант – когда один из параметров взаимодействует с максимально возможным числом других параметров, влияющих на процесс.

Для воссоздания движения воздушного судна в воздушном пространстве необходимо уравнение, описывающее данный процесс, в связи с этим при определённых допущениях процесс пассажирских перевозок гражданской авиации РФ может быть описан дифференциальным уравнением Колмогорова-Фоккера-Планка:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t_0} = C_{уд} \frac{\partial \rho}{\partial z^2} + L \frac{\partial \rho}{\partial Y}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – текущая плотность распределения вероятности изучаемого процесса,  $\text{ед}/\text{м}^3$ ;  $m_0$  – взлётная масса воздушного судна, кг;  $C_{уд}$  – удельный расход топлива на крейсерском режиме полёта;  $Y$  – параметр оценки пассажирского ВС;  $z$  – ось направления процесса;  $L$  – дальность полета, км.

Поэтапное рассмотрение движения воздушного судна в воздушном сообщении, система распределения воздушных судов в полёте, а также разница конструктивных характеристик воздушных судов, т. е. влияние физико-механических параметров на общую плотность эшелонирования, опуская промежуточные преобразования, получаем решение дифференциального уравнения Колмогорова-Фоккера-Планка для расчёта внутренней характеристики системы, т. е. экономической эффективности, по формуле:

$$\mathcal{E}^1 = \frac{m_{пп}}{2} \left( 1 - \Phi \left( \sqrt{\frac{Y}{2C_{уд}(K + a_{капвл} \cdot m_0)}} \right) \right), \quad (2)$$

где  $m_{пп}$  – масса полезной нагрузки воздушного судна, кг;  $\Phi(x)$  – интеграл вероятности Гаусса;

$K$  – аэродинамическое качество воздушного судна;  $a_{\text{кап. вл.}}$  – капиталовложения, руб.;  $a_{\text{пр.}}$  – приведенные затраты, руб.

В основе построения математической модели лежит допущение: что все релевантные параметры и ограничения, а также целевая функция количественно измеримы.

В качестве параметров эффекта выделенных для процесса пассажирских перевозок в нашей постановке являются:

- приведённые затраты;
- расход топлива;
- производительность воздушного судна;
- интенсивность движения на линии.

Проверка математической модели является необходимым условием правомерности его использования в научных и технических исследованиях.

Из высказанного следует, что экономическая эффективность системы зависит от множества параметров, а решение уравнения – это сложная задача, поэтому целесообразнее было бы заменить его более простыми приближенными уравнениями, т. е. аппроксимировать уравнениями регрессии. Уравнения регрессии – это зависимость какого-либо значения случайной величины от некоторой детерминированной величины или нескольких величин. Основа регрессионного анализа лежит на аппроксимации статистических данных и финансовых отчётов авиакомпаний алгебраическими полиномами.

Для нахождения коэффициентов уравнения регрессии необходимо составить матрицу значений [6–8], характеризующих процесс пассажирских перевозок, и воспользоваться методом наименьших квадратов. Адекватность модели проверяется по критерию Фишера, определяемому для экономической эффективности системы.

Получено уравнение регрессии для экономической эффективности системы, которую вычисляем в соответствии с уравнением:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^1 = & -0,0053m_0 - 0,8V_{\text{креп.}} - 2,53C_{P_{\text{креп.}}} + \\ & + 18,31Y + 7,26H_s + 67,88K - 21,79Y^3 + 0,35Y^3 - \\ & - 19,73K^3 + 27,14Y^2 - 0,42H + 25,61K^2 - \\ & - 70,52Y \cdot K - 7,52Y \cdot H_s + 5,67Y \cdot H_s \cdot K + \\ & + 0,19V_{\text{креп.}} \cdot C_{P_{\text{креп.}}} - 31,5. \end{aligned} \quad (3)$$

Табличное значение критерия экономической эффективности  $\mathcal{E} = 0,0017$ , при принятом уровне значимости  $p = 0,05$ , критерий Фишера  $\Phi = 1,96$ , уравнение адекватно.

Из полученного уравнения регрессии видно, что модель в полном объёме описывает процесс пассажирских перевозок, а также показаны влияние и связь экономической эффективности с режимными, конструктивно-геометрическими, инерционно-массовыми, физико-механическими и технологическими параметрами.

Векторной оптимизации подвергается весь комплекс параметров эффекта, построенных на основе внутренней характеристики системы. Возможно использование графического метода, заключающегося в геометрическом представлении допустимых решений, т. е. построении области (допустимых решений), в которой одновременно удовлетворяются все ограничения модели. Искомую область решений можно выявить в зависимости от авиапредприятий, типа воздушного судна и дальности полёта.

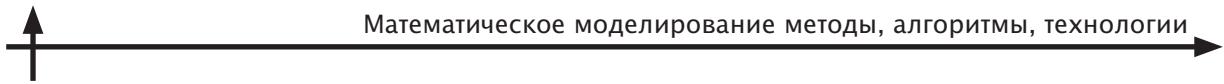
Второй способ оптимизации парка воздушных судов авиационной транспортной системы разработан на основе методологической и программной реализации процесса пассажирских перевозок.

При рассмотрении вопроса о выборе оптимального парка воздушных судов необходимо учитывать системный подход к планированию цели, учитывать как перспективу развития цели, так и комплексное решение с использованием большинства взаимосвязей внутри авиационной транспортной системы и вне системы.

Системный анализ характеризуется не специфическим научным аппаратом, а упорядоченным, логически обоснованным подходом к исследованию проблем. Он представляет совокупность методов, применяемых при исследовании возможных подходов к решению сложных задач, и применяется для определения наиболее реальных способов решения возникших проблем, обеспечивающих максимальное удовлетворение поставленных требований. Методология системного анализа определяется как совокупность его принципов, т. е. наиболее общих закономерностей проведения конкретных анализов различных систем и процессов, протекающих в них.

Для определения парка воздушных судов по авиапредприятиям в целом необходимо рассматривать авиационную транспортную систему, состоящую из воздушных судов, их эксплуатации и обслуживания.

В нашем случае задача заключается в том, чтобы определить наиболее эффективные воздушные



суда. При этом необходимо учесть, что на выбор оптимальных вариантов воздушных судов большое влияние оказывает величина значений параметрического ряда, значит, следует определить их оптимальное количество, обеспечивающее выполнение объёмов пассажирских перевозок в установленные сроки, а также определить для каждого типа воздушного судна наиболее рациональное распределение по маршрутам.

Решение вышеуказанной комплексной задачи должно дать ответ на следующие вопросы:

какие типы воздушных судов необходимо применять для заданного объёма пассажирских перевозок;

на каких маршрутах целесообразно использовать каждый тип воздушного судна;

какое количество воздушных судов необходимо иметь авиакомпании для выполнения пассажирских перевозок.

В рассматриваемой задаче предполагается, что все пассажирские перевозки выполняются в полном объёме, со стопроцентной загрузкой и с установленной регулярностью полётов. Предположим, что необходимо из определённого пункта  $A$  произвести воздушную перевозку по  $n$  маршрутам.

Предполагаем, что обслуживают эти маршруты следующие типы воздушных судов:

$$1,2,\dots,m, \quad (4)$$

где  $m$  – тип воздушного судна.

Предположим, что известно количество авиапассажиров, которых необходимо перевести по каждому маршруту за определённый промежуток времени – за неделю, за месяц и т. д.

Обозначим количество перевозимых авиапассажиров как:  $b_1$  – по 1-му маршруту;  $b_2$  – по 2-му маршруту;  $b_n$  – по  $n$ -му маршруту.

Количество рейсов, совершаемых на 1-м маршруте воздушными судами первого типа, обозначим  $X_{1,1}$ .

Количество рейсов, совершаемых на 2-м маршруте воздушными судами первого типа, обозначим  $X_{1,2}$ .

Соответственно, количество рейсов, совершаемых на  $i$ -м маршруте воздушными судами  $j$ -го типа, обозначим  $X_{ij}$ , где  $i = 1,2,\dots,n, j = 1,2,\dots,m$ .

Количество пассажиров, перевозимых за один рейс на  $i$ -м маршруте воздушными судами  $j$ -го типа, обозначим  $a_{ij}$ , где  $i = 1,2,\dots,n, j = 1,2,\dots,m$ .

Расходы на один рейс на  $i$ -м маршруте воздушного судна  $j$ -го типа обозначим  $c_{ij}$ , где  $i = 1,2,\dots,n, j = 1,2,\dots,m$ .

Предположим, что каждый маршрут обслуживают воздушные суда всех марок  $1,2,\dots,m$ . Тогда для первого маршрута количество перевозимых пассажиров вычисляем по формуле:

$$b_1 = a_{1,1} \cdot X_{1,1} + a_{1,2} \cdot X_{1,2} + \dots + a_{1,m} \cdot X_{1,m}. \quad (5)$$

Для второго маршрута количество перевозимых пассажиров вычисляем по формуле:

$$b_2 = a_{2,1} \cdot X_{2,1} + a_{2,2} \cdot X_{2,2} + \dots + a_{2,m} \cdot X_{2,m}. \quad (6)$$

Окончательно для всех маршрутов составляем систему ограничений-равенств:

$$\begin{cases} b_1 = a_{1,1} \cdot X_{1,1} + a_{1,2} \cdot X_{1,2} + \dots + a_{1,m} \cdot X_{1,m} \\ b_2 = a_{2,1} \cdot X_{2,1} + a_{2,2} \cdot X_{2,2} + \dots + a_{2,m} \cdot X_{2,m} \\ \dots \\ b_n = a_{n,1} \cdot X_{n,1} + a_{n,2} \cdot X_{n,2} + \dots + a_{n,m} \cdot X_{n,m} \end{cases}, \quad (7)$$

где  $a_{ij}$  – известные величины,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ;  $b_i$  – известные величины,  $i = \overline{1, n}$ ;  $X_{ij}$  – неизвестные величины,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ .

Общую сумму расходов на все рейсы всех маршрутов вычисляем по формуле:

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} \cdot X_{ij}. \quad (8)$$

Если необходимо минимизировать общую сумму расходов по формуле (8) при выполнении системы ограничений-равенств (7), то получаем задачу линейного программирования [9,10].

Задача линейного программирования решается симплекс-методом, т. е. этим методом находят  $X_{ij}$ , где  $i = \overline{1, n}$ ;  $j = \overline{1, m}$ .

После определения  $X_{ij}$  при  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ , зная расстояние и скорость, возможно определить оптимальный парк воздушных судов для узла перевозок  $A$ .

Возможно к системе ограничений-равенств добавить систему ограничений-равенств (неравенств) по количеству рейсов воздушного судна каждого типа, в результате получаем общее количество рейсов на всех маршрутах воздушных судов типа 1, известное значение, вычисляемое по формуле:

$$K_1 = \sum_{i=1}^n X_{i1}. \quad (9)$$



Общее количество рейсов на всех маршрутах воздушных судов типа 2, известное значение, вычисляемое по формуле:

$$K_2 = \sum_{i=1}^n X_{i2}. \quad (10)$$

Окончательно систему ограничений равенств по общему количеству рейсов на всех маршрутах для каждого типа воздушного судна вычисляем по формуле:

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = K_j, \quad (11)$$

где  $j = \overline{1, m}$ .

Добавляя к системе ограничений (5) систему ограничений (11), можно минимизировать общую сумму расходов (8). В результате опять получаем задачу линейного программирования, которую решаем симплекс-методом. Для решения необходимо задать  $b_i, a_{ij}, c_{ij}, K_j, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$ .

Выбор оптимального парка воздушных судов с учётом тактико-технических характеристик, воздушного сообщения, количества пассажиров в воздушном судне, количества рейсов в месяц и затраченных расходов на  $i$ -м маршруте в месяц производим комплексно с помощью симплекс-метода. Информация, которую можно получить с помощью симплекс-метода, не ограничивается оптимальными значениями переменных. Симплекс-метод позволяет дать экономическую интерпретацию полученного решения и провести анализ модели на чувствительность. Анализ модели на чувствительность – это процесс, реализуемый после получения оптимального решения. В рамках такого анализа выявляется чувствительность оптимального решения к определённым изменениям исходной модели.

Процесс решения задачи линейного программирования симплекс-методом носит итерационный характер, т. е. однотипные вычислительные процедуры в определённой последовательности повторяются до тех пор, пока не будет получено оптимальное решение. Процедуры, реализуемые в рамках симплекс-метода, естественно, требуют применения персональных ЭВМ. В вычислительной схеме симплекс-метода реализуется упорядоченный процесс, при котором, начиная с некоторой исходной допустимой точки, осуществляются последовательные переходы от одной допустимой экстремальной точки к другой до тех пор, пока не будет найдена точка (тип воздушного

судна на маршруте), соответствующая оптимальному решению.

Исходной точкой при определении оптимального парка воздушных судов является начальное решение. От исходной точки осуществляется переход к следующей смежной точке. Выбор точки зависит от коэффициентов целевой функции: где коэффициент больше, функция подлежит максимизации, что приводит к экстремальной точке. После чего указанный процесс повторяется для выяснения, существует ли другая экстремальная точка, соответствующая лучшему допустимому решению. В результате такой итеративный процесс позволяет найти оптимальное воздушное судно для соответствующего маршрута.

Выбор каждой последующей экстремальной точки при использовании симплекс-метода определяется следующими правилами:

каждая последующая точка должна быть смежной с предыдущей;

обратный переход к предшествующей экстремальной точке не может производиться.

Симплекс-алгоритм состоит из следующих этапов:

1) используя линейную модель стандартной формы, определяем начальное допустимое базисное решение путем приравнивания к нулю небазисных переменных;

2) из числа текущих небазисных (равных нулю) переменных выбирается включаемая в новый базис переменная, увеличение которой обеспечивает улучшение значения целевой функции. Если такой переменной нет, вычисления прекращаются, т. к. текущее базисное решение оптимально. В противном случае осуществляется переход к следующему этапу;

3) из числа переменных текущего базиса выбирается исключаемая переменная, которая должна принять нулевое значение (стать небазисной) при введении в состав базисных новой переменной;

4) находится новое базисное решение, соответствующее новым составам небазисных и базисных переменных. Осуществляется переход к этапу 2.

Из теоретических положений, лежащих в основе построения симплекс-метода, следует, что угловая точка полностью определяется базисным решением задачи линейного программирования. Условия оптимальности и допустимости симплекс-алгоритма обеспечивают переход от начальной допустимой точки (начального базисного



решения) к смежной точке, соответствующей улучшенному значению целевой функции. Максимальное количество итераций, необходимых для получения оптимума (т. е. количество базисных решений), не превосходит  $n! / [(n-m)!m!]$ , где  $n$  – число переменных, а  $m$  – число уравнений модели линейного программирования, представленной в стандартной форме.

Предложенные методики определения оптимального парка с различными типами воздушных судов (с учётом условий их применения), маршрутов воздушного сообщения, позволяют рекомендовать авиапредприятиям применять воздушные суда с наибольшей эффективностью.

Работа выполнена в рамках Государственного контракта № П295 от 24.07.2009 ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России”

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бузулук В.И.** Оптимизация траекторий движения аэрокосмических летательных аппаратов. М.: ООО “Марийское рекламно-издательское полиграфическое предприятие”, 2008. 476 с.
2. **Трусов П.В.** Введение в математическое моделирование: Учеб. пособие. М.: Логос, 2004. 136 с.
3. **Припадчев А.Д.** Математические модели, применяемые для пассажирских перевозок. Системы проектирования, моделирования, подготовки производства и управление проектами CAD/CAM/CAE/PDM // Сб. ст. III Междунар. науч.-практ. конф. Пенза: Приволжский Дом знаний, 2009. С. 59–61.
4. **Самарский А.А., Михайлов А.П.** Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. М.: Физматлит, 2001. 320 с.
5. **Седжвик Р.** Фундаментальные алгоритмы. СПб.: ДиаСофтЮП, 2003. 672 с.
6. **Арнольд В. И.** Жесткие и мягкие математические модели. М.: МЦНМО, 2004. 144 с.
7. **Альфред Ахо В., Хопкрофт Дж., Джеффери Ульман Д.** Структуры данных и алгоритмы. М.: Изд. дом “Вильямс”, 2000. С. 384–390.
8. **Безручко Б.П., Смирнов Д.А.** Математическое моделирование и хаотические временные ряды. Саратов: ГосУНЦ “Колледж”, 2005. 168 с.
9. **Волков Е.А.** Численные методы. М.: Физматлит, 2003. 298 с.
10. Исследование операций в экономике: Учеб. пособие для вузов / Под ред. Н.Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ, 2004. 407 с.

УДК 519.63:004

*H.M. Евстигнеев*

## ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЛАГРАНЖЕВО-ЭЙЛЕРОВОГО МЕТОДА

### 1. Исходные уравнения

Будем рассматривать систему уравнений Навье-Стокса, записанную в интегральном виде, и начально-краевую задачу для них как:

Пусть задана стационарная произвольная ограниченная область  $\Omega \in \mathbb{R}^3$  с границами  $\Gamma \Omega \in \mathbb{R}^2$ . Найти вектор-функцию скорости  $V: \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^3$  и скалярную функцию давления  $P: \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$  такие, чтобы для любой замкнутой области внутри  $\Omega$  они удовлетворяли интегральным соотношениям:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} q dW + \oint_{\partial\Omega} \vec{f}_i \cdot \vec{n} ds - \oint_{\partial\Omega} \vec{f}_v \cdot \vec{n} ds - F_s - Fr^{-1} g = 0, \quad (1)$$

где  $q = [0; u; v; w]^T$  – вектор переменных количества движения,  $V = \{u; v; w\}$  в декартовой системе координат;  $\vec{f}_i \cdot \vec{n} = [(\Theta); (u\Theta + n_x P); (v\Theta + n_y P); (w\Theta + n_z P)]^T$  – невязкие потоки для произвольной подобласти внутри  $\Omega$ ;  $\vec{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$  – вектор нормали к границам замкнутой подобласти;  $\vec{f}_v \cdot \vec{n} = [0; (n_x \tau_{xx} + n_y \tau_{xy} + n_z \tau_{xz} + m_{xu} + m_{zx}); (n_x \tau_{yx} + n_y \tau_{yy} + n_z \tau_{yz} + m_{yu} + m_{zy}); (n_x \tau_{zx} + n_y \tau_{zy} + n_z \tau_{zz} + m_{xu} + m_{zy})]^T$  –



вектор вязких потоков для произвольной подобласти;  $\Theta = n_x u + n_y v + n_z w$ ;  $\{i,j\} = \{1, 2, 3\}$  – декартовы направления;  $\tau_{ij} = \frac{1}{R} (\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i})$  – тензор вязких напряжений;  $g$  – единичный вектор направления действия гравитации;  $R = UL/v$ ,  $Fr = U/\sqrt{gL}$  – числа Рейнольдса и Фруда, соответственно, составленные по характерному масштабу течения;  $m_{ij}$  – тензор вязких напряжений, обусловленный наличием оператора произвольного осреднения для турбулентного течения (определение дано в п. 4);  $F_s$  – функция, отвечающая за поверхностное натяжение в случае наличия фазы раздела сред (определение дано в (27) п. 5). В данной статье ограничивается рассмотрение фазы раздела жидкость–атмосфера (течение со свободной поверхностью).

## 2. Метод решения

Существует достаточно обширное семейство различных методов дискретизации  $\Omega$  и решения НКЗ для (1) выбранной дискретизации [1]. Обзор указанных методов выходит за рамки этой статьи. Остановимся на методе конечного объёма, на неструктурированной сетке, поскольку данный метод позволяет строго выполнять балансовые соотношения (1), является консервативным и позволяет применять методы повышенного порядка [10]. Применение неструктурированной сетки обусловлено рассмотрением  $\Omega$  сложной произвольной топологии, встречающейся в большинстве практически важных задач.

Для согласования поля скалярной функции давления и соленоидальности по вектор-функции скорости используется метод расщепления, впервые предложенный академиком О.М. Белоцерковским, основанный на методе Маркеров и Ячеек (MAC) [1]. Применяя оператор проекции скалярной функции давления на оператор дивергенции и расщепляя (1) по физическим процессам, получим для метода конечного объёма [10]:

Шаг 1. Невязкие потоки и внешние силы:

$$\frac{u_i^{n+1/4} - u_i^n}{\Delta t} \cdot W = - \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=1}^3 [u^\sigma_{i,f,k} \cdot u^n_{j,f,k} \cdot n_{j,k} \cdot S_k] - F_s - Fr^{-1} g. \quad (2.1)$$

Шаг 2. Вязкие потоки:

$$\frac{u_i^{n+2/4} - u_i^{n+1/4}}{\Delta t} \cdot W = \sum_{k=0}^K \sum_{j=1}^3 [(\frac{1}{R} (\frac{\partial u_i}{\partial x_i})^{n+2/4} + m_{ij}^{n+2/4})_{f,k} \cdot n_{j,k} \cdot S_k]. \quad (2.2)$$

Шаг 3. Уравнение Пуассона для согласования поля давления при условии что  $\operatorname{div}(V^{n+1}) = 0$ .  $\nabla^2 P = -\nabla \cdot V^{n+2/4}/\Delta t$ .  $(2.3)$

Шаг 4. Корректор соленоидальности вектор-функции скорости:  $V^{n+1} = V^{n+2/4} - \Delta t \nabla P$ .  $(2.4)$  Здесь:  $i, j = \{1, 2, 3\}$  – декартовые направления;  $n$  – шаг по времени;  $k = [0..K]$  – количество сторон элемента на неструктурной сетке;  $\Delta t$  – шаг по времени;  $W$  – объём элемента сетки;  $S_k$  – площадь  $k$ -й стороны элемента;  $n_{j,k}$  – составляющая вектора единичной нормали грани  $k$  по декартовому направлению  $j$ . Оператор набла ( $\nabla$ ) также записывается методом конечного объёма.

Для (2) ставится следующая начально-краевая задача:

$$\begin{aligned} V(t, \Gamma_1 \Omega) &= V(\Gamma_1 \Omega); \partial V(t, \Gamma_2 \Omega)/\partial(n/\Gamma_2 \Omega) = \\ &= V_0 = \text{const}; V(0, \Omega) = V_0, \\ \operatorname{div}(V_0) &= 0; P(t, [\Gamma \Omega \subset \eta]) = \frac{\partial P}{\partial n} = \\ &= \text{const}; P(t, [\Gamma \Omega \subset \eta]) = P_0 = \text{const}, P(0, \Omega) = P_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Где  $\eta$  – произвольная гиперплоскость контакта жидкость–атмосфера.

Исходя из рассмотренного метода расщепления очевидно, что устойчивость всего метода определяется исходя из шагов 1 и 2, поскольку шаг 4 является безусловно устойчивым.

Рассмотрим отдельно каждый шаг и способ его решения.

## 3. Численный Лагранжево-Эйлеров метод для невязких потоков

Шаг 1 для схемы расщепления можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} F_i^{n+1/4} - F_i^n &= \\ &= - \frac{W}{\Delta t} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=1}^3 [F^\sigma_{i,f,k} \cdot u^n_{j,f,k} \cdot n_{j,k} \cdot S_k], \end{aligned} \quad (4)$$

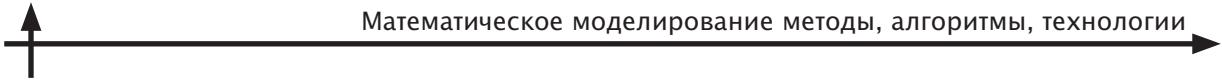
где  $F$  – скалярная функция (аналог декартовой составляющей  $\vec{V}(\vec{x}, t)$ ).

Разобъём, для примера, исходную область  $\Omega$  3-симвлексами (тетраэдрами) общим количеством  $N$ , и будем решать задачу (3) для уравнения (4), переписанного в следующем виде [2]:

$$\frac{dF}{dt} = 0; \frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{V}(\vec{x}, t); \vec{x} \in \Omega[0..N] \subset \mathbb{R}^3. \quad (5)$$

Алгоритм для решения (5) записывается следующим образом:

1. *Лагранжев этап.* Каждая точка в  $\Omega$ , связанная с центром массы тетраэдра с координатами  $\vec{x}_i$ ,



переносится в координаты  $\vec{x}_i^*$  на момент времени  $t$  (в предыдущее положение) в  $\Omega$  путём интегрирования траектории:

$$\vec{x}_i^* = \vec{x}_i - \int_t^{t+\Delta t} V(\tau) d\tau. \quad (6)$$

2. *Эйлеров этап.* Нахождение элемента (локализация в  $\Omega$ ) в котором находится точка с координатами  $\vec{x}_i^*$  и вычисление значения скалярной величины  $F$  путём интерполяции соседних величин  $F$  из тетраэдров, являющихся соседями  $K$ -го порядка:

$$F(\vec{x}_i^*, t) = I(F\{\vec{x}_{ik}\}, t), \quad (7)$$

где  $I$  – оператор интерполяции;  $\vec{x}_{ik}$  – координаты соседей вплоть до соседей порядка  $K$ .

3. *Регуляризационный этап.* Скалярное поле обновляется на шаге по времени  $t + \Delta t$ :

$$F(\vec{x}_i, t + \Delta t) = F(\vec{x}_i^*, t). \quad (8)$$

Процедура (6)–(8) при условии выполнения условия TVD [9,10] является монотонной, консервативной (т. е. соответствующей записи (4)) [5] и:

*Утверждение 1.* Процедура решения (5) с помощью метода (6)–(8) – абсолютно устойчива по временному шагу.

*Доказательство.* Рассмотрение линейного приближения (4) для одномерного случая позволяет искать решение как суперпозицию Фурье гармоник вида:

$$F = a \cdot \exp[ik(x - Vt)], \text{ где } k = 2\pi/(N \cdot W/S). \quad (9)$$

Переписывая:  $F = a \cdot \exp(-i\omega t) \exp(ikx)$ , с учётом  $\omega = kV$ , (9) перепишется для дискретного разбиения ( $\Delta x = W/S$ ) как:

$$F_m^n = aA^n \exp(ikm\Delta x); A^n = \exp(-i\omega\Delta t). \quad (10)$$

Координата  $\vec{x}_i^*$ , определяемая по (7), в одномерном случае находится как:  $\vec{x}_i^* = \vec{x} - V\Delta t$ , и тогда  $-\vec{x} + \vec{x}_i^* = -V\Delta t$ ,  $\rightarrow CFL = V\Delta t/\Delta x$ , где  $CFL$  – число Куранта–Фридрихса–Леви. Введём  $a = CFL - [CFL]$  и, переписав интерполяционную процедуру (7) для  $K = 1$ , получим решение (8) в виде:

$$F(\vec{x}_i, t + \Delta t) = a \cdot F(\vec{x}_{i-p}, t) + (1 - a) \cdot F(\vec{x}_{i-p+1}, t), \quad (11)$$

где  $a \in [0, 1] \subset \mathfrak{R}$ ,  $p = [CFL] \subset \mathbb{Z}$ . Тогда, подставляя (10) в (11):

$$a \cdot A^{n+1} \exp(ikN\Delta x) = a \cdot aA^n \exp(ik(m - p - 1)\Delta x) + (1 - a)aA^n \exp(ik(m - p)\Delta x), \text{ или:}$$

$$A = a \exp(ik(-p - 1)\Delta x) + (1 - a) \exp(ik(-p)\Delta x), \rightarrow A = \exp(-ikp\Delta x)[(1 - a) + a \exp(-ik\Delta x)] \quad (12)$$

Возведём (12) в квадрат по модулю:

$$\begin{aligned} |A|^2 &= |\exp(-ikp\Delta x)|^2 \cdot |[(1 - a) + a \exp(-ik\Delta x)]|^2 = \\ &= |(1 - a) + a \cos k\Delta x - ia \sin k\Delta x|^2, \rightarrow \\ |A|^2 &= [(1 - a) + a \cos k\Delta x]^2 + [a \sin k\Delta x]^2 = \\ &= (1 - a)^2 + 2(1 - a)a \cos k\Delta x + a^2 \cos^2 k\Delta x + \\ &+ a^2 \sin^2 k\Delta x = (1 - 2a + a^2) + 2a(1 - a) \cos k\Delta x + a^2 = \\ &= 1 - 2a(1 - a)[1 - \cos k\Delta x]. \end{aligned} \quad (13)$$

Поскольку в (13)  $0 \leq (1 - \cos k\Delta x) \leq 2$ , то максимальное значение в (13) имеет вид:

$$|A|^2 = 1 - 4a + 4a^2 = (1 - 2a)^2 \leq 1, \quad (14)$$

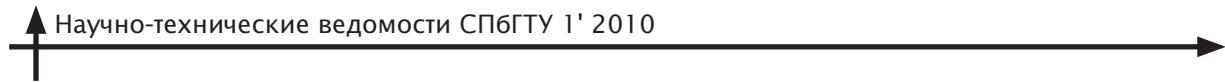
а минимальное значение определяет  $|A|^2$  как:

$$|A|^2 = 1. \quad (15)$$

Из (14) и (15) следует, что решения, описываемые (9) не будут расти при переходе с одного шага по времени на другой.

Таким образом, основными этапами решения задачи (5) являются нахождение траектории по выражению (6); определение номера элемента (3-симплекса), в котором находится точка с вычисленными по (6) координатами; интерполяция  $F$  то (7). Более детально данные этапы применительно к сетке тетраэдров рассмотрены в [18]. В данной статье кратко описаны основные особенности.

Процедура регуляризации элемента, достаточно просто выполняющаяся для структурированной дискретной сетки разбития исходной области [4], является значительной трудностью при переходе на неструктурированную сетку (например, тетраэдров), поскольку просмотр всех ячеек приводит к трудозатратам порядка  $N^2$ , что для задач с большим количеством элементов недопустимо. Существует несколько ускоренных процедур локализации, т. е. определения точного дискретного элемента с координатами  $\{\vec{x}_i^*, \vec{y}_i^*, \vec{z}_i^*\}$ . Очень хороший обзор по данным процедурам для неструктурированных сеток дан в [4], где показано, что наиболее точным и быстрым методом является метод, предложенный в [3]. Детально не останавливаясь на всех методах, здесь используется метод, аналогичный [3], только более быстрый и устойчивый метод поиска и локализации. Процедура представляет собой алгоритм направленного поиска, который определяет грани симплекса, через которые частица выходит из него, для чего используется условие “частица слева от грани”. Далее алгоритм проходит по всем элементам, где частица пересекла грань, пока частица



не окажется “справа от грани” для всех граней симплекса. Алгоритм достаточно устойчив и с вычислительной точки зрения имеет производительность, пропорциональную  $A \cdot C \cdot N$ , где  $C$  – количество элементов, пересекших траекторию,  $A$  – количество граней симплексов (четыре для тетраэдров, пять для пирамид и т. д.).

Для выполнения интерполяции используется диаграмма Вороного на системе симплексов. Нахождение значения скалярной функции  $F$  в точке  $x$  ведётся с применением интерполяции в ячейке политопа Вороного, вершинами которого являются центры масс прилегающих симплексов. Так, для тетраэдра  $t$  вес в значении  $F_x$  записывается как взвешенная сумма значений вершин политопа. Вес вершины  $t$  со значением  $F_t$  вычисляется как:

$$w_t(x) = \frac{|N_t|}{\prod_{f \in \sigma_t} \vec{n}_f \cdot x + d_f}, \quad (16)$$

при этом:

$$\sum_{t=1}^m w_t(x)_t = 1. \quad (17)$$

Здесь  $\sigma_t$  – множество граней политопа, примыкающих к вершине  $t$ ;  $\vec{n}_f$  – нормаль грани;  $x$  – расстояние от точки до грани;  $d_f$  – смещение плоскости грани;  $m$  – количество граней в политопе ячейки Вороного, образованного системой тетраэдров;  $|N_t|$  – детерминант матрицы единичных нормалей граней в  $\sigma_t$ . Если сетку тетраэдров для произвольной области строить с использованием алгоритма Делоне [11], то выражение (16) значительно упрощается, поскольку выполняются два основных свойства: в сетке Делоне вектора, соединяющие вершины, всегда перпендикулярны граням диаграмм Вороного; объём тетраэдра  $t$  определяется как  $1/6 \det |E_t|$ , где  $E_t$  – матрица, сформированная тремя векторами сторон тетраэдра  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ , имеющими общую точку из числа вершин тетраэдра  $t$ . Тогда выражение (16) может быть переписано как:

$$\begin{aligned} w_t(x) &= \frac{|N_t|}{\prod_{f \in \sigma_t} \vec{n}_f(c_t - x)} = \\ &= \frac{|\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_3 \cdot |N_t|}{\prod_{f \in \sigma_t} |\vec{e}_f| \cdot \vec{n}_f(c_t - x)} = \\ &= \frac{6 \text{Vol}(t)}{\prod_{f \in \sigma_t} |\vec{e}_f| (c_t - x)}, \end{aligned} \quad (18)$$

где:  $\text{Vol}(t)$  – объём тетраэдра  $t$ ;  $\vec{e}_f$  – вектор грани из точки, принадлежащей политопу Вороного

к другим вершинам  $t$ ;  $c_t$  – центр тяжести  $t$ ;  $x$  – координаты точки, для которой производится интерполяция.

После вычисления  $w_t(x)$  по (18) и поскольку справедливо (17),  $F_x$  определяется как:

$$F(x_i) = \sum_{t=1}^m w_t(x_i) F_t, \quad (19)$$

которое используется на Регуляризационном этапе. На данном этапе учитываются и граничные условия (4) очевидным образом – для условия Дирихле вычисляется виртуальная ячейка со сходной топологией, что и соседи и ставится явное значение скалярной функции (4). Для условия Неймана значение грани при умножении в знаменателе заменяется значением производной скалярной функции по направлению.

При вычислении траектории в п.2 применяется интерполяция скорости на шагах по времени  $t$  и  $t + \Delta t$ . Но при этом, в случае немонотонности функции  $F$ , могут возникнуть нефизические осцилляции. Для компенсации данного эффекта и для повышения порядка аппроксимации используется *TVD* алгоритм совместно с алгоритмом *BFECC* [12] (компенсация и коррекция ошибки прямым и обратным ходом). Более детально [6]. Получаемая схема имеет второй порядок точности по пространству и по времени.

#### 4. Метод конечного объёма для вязких потоков.

**Турбулентные напряжения,  
модель Динамики Больших Вихрей**

Метод конечного объёма для вязких потоков записывается через перекрёстное интегрирование на гранях симплексов. Так, для простоты изложения опуская тензор  $m_{ij}$ , получим:

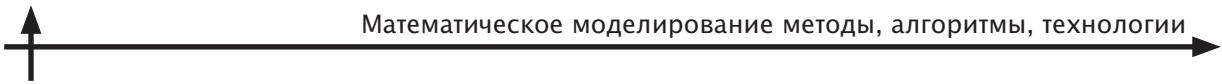
$$u_i^{n+2/4} - u_i^{n+1/4} = \frac{\Delta t}{RW} \sum_{k=0}^K \sum_{j=1}^3 \left[ \frac{\partial u_k}{\partial x_j} n_{j,k} S_k \right]. \quad (20)$$

Переписывая (20) с учётом топологии симплексов, получим:

$$\begin{aligned} u_i^{n+2/4} - u_i^{n+1/4} &= \\ &= \frac{\Delta t}{RW} \sum_{k=0}^K \sum_{j=1}^3 \frac{1}{W} \left[ \frac{u_k^{n+2/4} - u_i^{n+2/4}}{d_k} n_{j,k} S_k \right] n_{j,k} S_k, \end{aligned} \quad (21)$$

где расстояние от центра хранения дискретного значения функции  $u_i$  до стороны симплекса определяется как:

$$d_k = \sqrt{\sum_i (x_i^k - x_i)^2}. \quad (22)$$



Неявная схема (21) консервативна и абсолютно устойчива, имеет четвёртый порядок точности по пространству.

При рассмотрении турбулентных режимов течений, в (1) появляется тензор турбулентных напряжений  $m_{ij}$ , связанный с видом оператора осреднения. В случае если осреднение незначительное (прямое численное моделирование), т. е. все масштабы течения разрешаются из (1), то тогда  $m_{ij} \rightarrow 0$ . Введение осреднения по Рейнольдсу в (1) приводит к написанию дополнительных сложных моделей для  $m_{ij}$ , а в (1) рассчитываются только средние величины функций  $P$  и  $V$ . Прямое моделирование анизотропной крупномасштабной турбулентной структуры течения напрямую из уравнений Навье-Стокса (1), а осреднение ведётся по малому пространственно-временному масштабу, соответствующему изотропной мелкомасштабной турбулентности (Динамика Больших Вихрей). В таком случае тензор  $m_{ij}$  имеет простую структуру подсеточной вязкости. Возможна комбинация методов, более детально этот вопрос обсуждается в [11,12]. В данной статье рассматривается модель Динамики Больших Вихрей. Применяется произвольный малый оператор осреднения  $L$  к (1) по времени и пространству с малым масштабом осреднения, связанным с размерами дискретных элементов в  $\Omega x[0..t]$ . Вводя некоммутативный оператор в  $\Re^4$ :

$$\bar{V} = L(V), \quad (23)$$

Тогда в  $\Re^4$  имеем разложение вида  $V = L^{-1}(\bar{V})$ , коммутирующее над дифференциальным оператором как:

$$\partial_t V_i = L^{-1}(\partial_t V_i) = \partial_t(L^{-1}(V_i)) \text{ и т. д. для всех } x_i, \quad (24)$$

для краткости  $\partial_t = \partial/\partial t$ .

В общем случае  $m_{ij}$  является несимметричным тензором ранга 2, возникающим при применении оператора (23) к (1). В общем случае  $m_{ij}^L = L(\bar{V}_j L^{-1}(\bar{V}_i)) - \bar{V}_j \bar{V}_i$ , и точное определение тензора на малом масштабе осреднения выполняется с применением модифицированной модели Лэрэ [6]:

$$m_{ij}^L = \bar{\bar{V}}_j \bar{V}_i - \bar{V}_j \bar{V}_i - 0,5(\bar{V}_j \partial_i \bar{V}_j - \bar{V}_j \partial_i V_j). \quad (25)$$

Подставляя (25) в (1) полностью определяем систему уравнений. Легко показать, что применение оператора осреднения по Рейнольдсу ( $\bar{V} = \frac{1}{T} \int_0^T V dt; V' = V - \bar{V}$ ) вместо (24) в (1) приведёт

к классической незамкнутой цепочке уравнений Фридмана-Келлера, в которых  $m_{ij} = -\bar{V}_i \bar{V}_j$ .

Для задания корректной начально-краевой задачи для турбулентного течения необходимо учитывать (25). Для большинства задач достаточно во всей области поставить начальный условия (3).

## 5. Решение уравнения Пуассона на неструктурированной сетке.

### Модель учёта свободной поверхности

Для нахождения давления на шаге 3 (2.3) схемы расщепления применяется метод, аналогичный методу вычисления вязких потоков [9]. Окончательно для итерационного нахождения решения уравнения Пуассона приведённая схема меняется на:

$$P_i^{n+1} = \frac{\frac{1}{W_i} \left( \sum_{k=1}^K \frac{a_k P_k}{d_k} \right) - f_i}{\frac{1}{W_i} \left( \sum_{k=1}^K \frac{a_k}{d_k} \right)}, \quad (26)$$

где  $n$  – номер итерации;  $K$  – количество сторон в дискретном симплексе разбиения  $\Omega$ .

Границные условия типа Неймана реализуются в данной схеме достаточно просто путём подстановки значения производной в (26) саму схему, а граничные условия Дирихле – путём установки соседних “пустых” ячеек.

Наиболее эффективной схемой для решения приведённого уравнения является многосеточный метод. Геометрический многосеточный метод, разработанный автором, описан в [8]. Его плюсы – высокая скорость, быстрая сходимость и малые затраты машинного времени. Минусы – необходимость построения для одной и той же области расчёта набора сеток, в котором идет процедура интерполяции. Алгебраический многосеточный метод находится в стадии разработки.

Для моделирования свободной поверхности используется метод Объёма Жидкостей (Volume of Fluids). Сила поверхностного натяжения определяется как:

$$F_s = \sigma k \nabla F, \quad (27)$$

где  $\sigma$  – коэффициент смачивания;  $k$  – кривизна свободной поверхности;  $F$  – цветовая функция, определяемая уравнением адvectionного переноса в  $\Omega$ :

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\nabla(VF) + F\nabla V, \quad k = \frac{\nabla F}{|\nabla F|}. \quad (28)$$

Более детально метод VOF рассмотрен в [13].

## 6. Решение тестовых задач

Необходимо оценить точность метода, область применимости а также численные аспекты предложенной схемы расчёта. Все расчёты выполнены на рабочей станции Лаб.11-3 ИСА РАН: Intel Xeon Quarto 2,33ГГц X2, 8GB RAM.

Для этого рассмотрено решение классической задачи обтекания цилиндра в трёхмерной области. Для расчёта строится адаптивная сетка в области расчёта, достаточная, для разрешения всех важных свойств течения, размер сетки 301 000 элемент. Около поверхности цилиндра используются призмы с целью корректного воспроизведения пограничного слоя. Для расчёта уравнения Пуассона (29) многосеточным методом было построено еще пять более грубых сеток размерами  $(10, 30, 90, 120, 240) \cdot 10^3$  элементов. Вначале была проведена оценка скорости сходимости и точности для стационарного режима обтекания цилиндра. Сходимость метода рассмотрена как относительная ошибка по вектор-функции скорости в  $L_\infty$ , показана на рис.1. Здесь явно видна зависимость от количества элементов используемой сетки.

Для проверки корректности моделирования диффузионной части уравнения рассмотрено стационарное течение около цилиндра для  $R = 10; 20; 40$ ,  $Fr = 0$ . Результаты коэффициентов сопротивления и давления цилиндра сопоставлены с другими публикациями как численных расчётов так и экспериментальных исследований. Сопоставление сведено в таблицу 1. Очевидно, что предложенный численный метод корректно решает данную задачу для малых чисел Рейнольдса.

Для моделирования турбулентного обтекания цилиндра вводится модель Динамики Больших

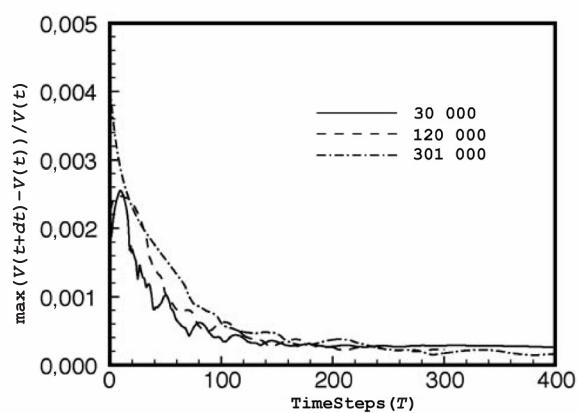


Рис.1. Сходимость численного метода в зависимости от количества шагов по времени и количества элементов в сетке

Вихрей (LES), аналогичная (26). Более детально о выборе масштабов осреднения для модели LES можно узнать в [9]. Для турбулентного режима течения выбраны числа Рейнольдса  $R=(0,5, 1, 10, 15, 25, 55, 85, 100, 110, 350, 1000) \cdot 10^4$ . Выбор обуславливается исследованием кризиса обтекания, который не может быть воспроизведен в случае если численная схема решения НКЗ имеет большую схемную вязкость, поскольку эффекты кризиса обтекания связаны с резкой сметы срыва пограничного слоя в турбулентном режиме около стенки цилиндра (или сферы). Значительная схемная вязкость не позволяет развиться турбулентному пограничному слою. Осреднённые по оси  $Z$  значения  $C_D$  как функция числа Рейнольдса показаны на рис. 2. Экспериментальные данные взяты из [14]. Из рис. 2. явно видно, что предложенный метод обладает возможностью точно разрешать сложные турбулентные течения, чётко описывая режим кризиса обтекания и его последующее восстановление при  $R > 1 \cdot 10^7$ .

### Значения коэффициентов лобового сопротивления $C_D$ и коэффициентов давления $Cp(x)$ ( $\pi$ – лоб) для стационарного режима обтекания

Источник	$R=10$			$R=20$			$R=40$		
	$C_D$	$Cp(0)$	$Cp(\pi)$	$C_D$	$Cp(0)$	$Cp(\pi)$	$C_D$	$Cp(0)$	$Cp(\pi)$
[15]	2,828	-0,692	1,500	2,053	-0,582	1,274	1,550	-0,554	1,117
[16]	3,170	-0,687	1,393	2,152	-0,567	1,233	1,499	-0,487	1,133
[17]	3,049	-0,661	1,467	2,048	-0,512	1,289	1,475	-0,448	1,168
Текущий	3,103	-0,666	1,469	2,161	-0,515	1,241	1,505	-0,485	1,143

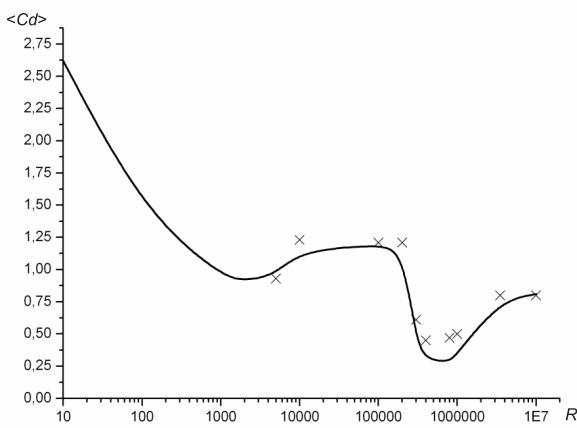


Рис. 2. Осредненные по высоте ( $Z$ ) значения коэффициента лобового сопротивления  $C_D$ .  
Линия – эксперимент [14], восстановленная с бумажной копии работы,  $X$  – текущий численный расчёт

Для определения точности расчёта задачи со свободной поверхностью проведен расчёт модельной задачи наполнения куба с двух сторон жидкостью. В результате расчёта производится проверка закона сохранения массы. Используя гидравлические формулы можно подсчитать объём, попавший в куб к данному моменту времени, и объём, находящийся в кубе в данный момент времени. Расчёт проводился для  $Fr = 0,1, 0,5, 1,0, 1,5, 3,0, 100,0$  при  $R = 100; 1 \cdot 10^7$ . Результаты расчёта для  $Fr = 3,0$  и  $R = 1 \cdot 10^7$  показаны на рис. 3. Для расчёта исходная задача покрывалась 325 000 элементов (все тетраэдры). В результате расчёта на 8 560 шагах по времени (полное наполнение куба) дебаланс массы 0,0015 %, что более чем достаточно при моделировании технических задач.

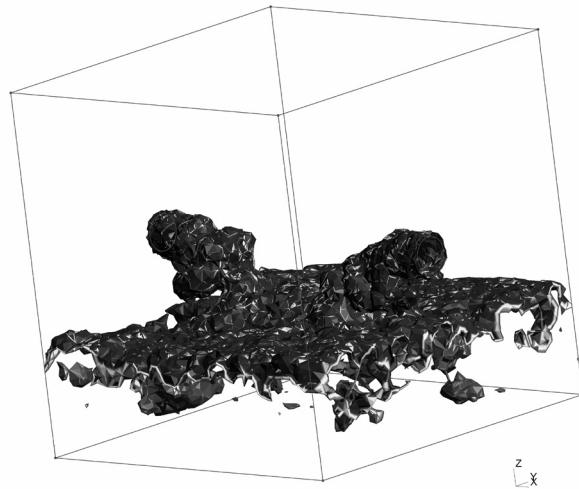


Рис. 3. Задача наполнения куба жидкостью с двух сторон  
изолинии свободной поверхности (цветовой функции)

Кроме показанных задач автором проведены обширные исследования предлагаемого в данной статье численного метода на различных НКЗ.

Построен консервативный и точный метод интегрирования уравнений вязкой несжимаемой жидкости на неструктурированной сетке. Показана высокая точность метода, его безусловная устойчивость и консервативность. Результаты расчёта задач свидетельствуют о проведённых оценках. Алгоритм численного решения систем нелинейных алгебраических уравнений разработан и перенесён на графические вычислительные процессы. Материалы готовятся к публикации.

Работа поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований (гранты 08-07-00074а и 09-07-00078а) и программой ОНИТ РАН (проект 1.9).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский О.М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Физматлит, 1994.
2. Enright Douglas, Losasso Frank, Fedkiw Ronald. A Fast and Accurate Semi-Lagrangian Particle Level Set Method // Proceedings of the 4th ASME-JSME Joint Fluids Engineering Conference, № FEDSM2003, 45144. ASME. 2003.
3. Chorda R, Blasco J.A., Fueyo N. An efficient particle-locating algorithm for application in arbitrary 2D and 3D grids // Int. J. of Multiphase Flow. 2002. Vol. 28. № 9. P. 1565–1580.
4. Волков К.Н., Емельянов В.Н. Реализация Лагранжевого подхода к описанию течений газа с части-
- цами на неструктурных сетках // Вычислительные методы и программирование. 2008. Т 9. С. 19–33.
5. Paoliy R., Poinsot T., Shari K. Testing semi-Lagrangian schemes for two-phase flow applications // Proceedings of the Summer Program. Center for Turbulence Research. Toulouse. France. 2006. P. 213–222.
6. Chunlei Liang, Evstigneев N. A study of kinetic energy conserving scheme using finite volume collocated grid for LES of a channel flow // Proceedings of the international conference on numerical methods in fluid dynamics. King's College London, Strand, WC2R 2LS. 2006. P. 61–79.

7. Евстигнеев Н.М., Магницкий Н.А., Сидоров С.В. О природе турбулентности в задаче движения жидкости за уступом // Дифференциальные уравнения. 2009. Т. 45. С. 69–73.
8. Евстигнеев Н.М. Интегрирование уравнения Пуассона с использованием графического процессора технологии CUDA // Вычислительные методы и программирование. 2009. Т. 10. С. 268–274,
9. Евстигнеев Н.М., Магницкий Н.А., Сидоров С.В. Новый подход к объяснению природы турбулентности вязкой несжимаемой жидкости // Труды ИСА РАН, 2008. Т. 33. С. 49–65.
10. Евстигнеев Н.М. Интегрирование трехмерных уравнений невязкого газа на неструктурированной сетке с применением распределенных вычислений // Вычислительные методы и программирование. 2007. Т. 8. С. 252–264.
11. Cignoni P., Montani C., Scopigno R., Dewall. A fast divide & conquer Delaunay triangulation algorithm in Ed // Computer J. 2006. Vol. 19. № 2. P. 178–181.
12. Dupont T.F., Liu Y. Back and forth error compensation and correction methods for removing errors induced by uneven gradients of the level set function // Journal of Computational Physics. 2003. Vol. 190. № 1. P. 311–324.
13. Evstigneев N. Integration of 3D incompressible free surface Navier-Stokes equations on unstructured tetrahedral grid using distributed computation on TCP/IP networks // Proc. Of the VII International conf. “Advances in Fluid Mechanics”. Oxford. 2008. 15–20 may. P. 194–208.
14. Roshko A. Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number // Journal of Fluid Mechanics. 1961. № 10. P. 345–356.
15. Nieuwstadt F. and Keller H.B. Comput. Fluids. 1973. Vol. 1. № 59.
16. He X. and Luo L-S. Phys. Rev. E 55. R6333. 1997.
17. Norberg C. Fluctuating lift on a circular cylinder: Review and new measurements, Journal of Fluids and Structures. 29. 2003. № 17 (1). P. 57–96
18. Evstigneev N.M., Gugushvili I.V. Semi-Lagrangian Method for Advection Equation on GPU in Unstructured Mesh Fluid Dynamics Application // Proc. Of the ICCFD 2009: International Conference on Computational Fluid Dynamics, Bangkok, Thailand during December 25–27. 2009. Vol. 60. P. 1–6.



# Приборы, информационно-измерительные системы

УДК 627.33

*Н.А. Балонин, П.А. Гарифбин, В.Е. Марлей, Г.Г. Рябов*

## ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ МОНИТОРИНГА ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ

Развитие аппаратных средств, сетевых компьютерных технологий, сотовой связи и математических методов открывает новые перспективы в автоматизации мониторинга гидротехнических сооружений.

Вот ряд новых возможностей:

сбор и передача данных с датчиков без компьютера с помощью мобильного телефона, имеющего выход в Интернет;

сбор данных о состоянии гидротехнических сооружений с использованием веб-камер для анализа отличий текущего изображения от ранее сделанных;

размещение программ анализа данных и управления на сервере компьютерной сети вне гидротехнических сооружений;

анализ данных, с использованием методов Data Mining, метода группового учёта аргументов, позволяющих выявить шаблоны поведения и построить модели динамики изменения свойств;

создание виртуальных моделей гидротехнических сооружений, организация непрерывного режима отслеживания результатов измерений и результатов моделирования, использование моделей для прогнозирования состояния сооружений.

В приведённом списке содержатся пункты разной степени общности, он не исчерпывает все возможности. Рассмотрим приведённые возможности подробнее.

Использование сотовой связи для передачи данных позволяет не создавать на гидротехническом сооружении единой системы сбора информации, в пределе каждый датчик может иметь свой телефон. Капитальные затраты на установку сотовых телефонов и их эксплуатацию окажутся существенно меньше, чем капитальные затраты на создание и содержание кабельной сети; процессы,

отслеживаемые на гидротехнических сооружениях медленные, поэтому использование связи для передачи данных не будет интенсивным.

Исчезает необходимость содержать на гидротехническом сооружении компьютер для сбора и обработки информации. В силу малой скорости процессов, обработка и анализ данных, полученных с датчиков, могут производиться на сервере сети вне гидротехнического сооружения и возможны для группы гидротехнических сооружений, т. е. имеет место вариант весьма "тонкого" клиента. В принципе возможно и управление со стороны сервера отдельными исполнительными механизмами целой группы гидротехнических сооружений, если это не противоречит требованиям безопасности их деятельности.

Возможность использования Интернета позволяет применять в качестве датчиков веб-камеры. Самый простой вариант – использование их как датчиков перемещений. Например, направить веб-камеру на пузырёк уровня и фиксировать его перемещение. Угол отклонения определяется как функция от перемещения пузырька. Таким образом, для измерения отклонений стен шлюза при различной гидродинамической нагрузке нет необходимости использовать лазерные визиры. Используя классические решения теории упругости, по известным угловым перемещениям могут быть рассчитаны пространственные перемещения. Причём программа пересчёта может располагаться на удалённом сервере компьютерной сети и обслуживать любое количество датчиков, расположенных даже на нескольких объектах.

Другая возможность – анализ состояния подводных частей гидротехнических сооружений. В настоящее время это осуществляется водолазами, которые оценивают состояние "на глазок".

В данном случае можно использовать полученные с веб-камеры фотографии. На основе анализа отличия фотографий, полученных в разные моменты времени, можно сделать заключение о состоянии подводной части гидротехнического сооружения. Один из возможных подходов был рассмотрен в [1]. В данном случае особенно важна возможность анализа фотографий именно на сервере, поскольку используемые методы Data Mining требуют достаточно больших ресурсов, наличия базы данных с достаточным объёмом статистических данных. Возможно использование распределённых вычислений в сети, что удобнее организовать через сервер.

Data Mining – это комплекс методов и средств, позволяющих извлекать из данных неочевидные знания. Например, из анализа динамики покупок канцелярских товаров в гипермаркете сделать вывод о наличии поблизости от гипермаркета школы. Алгоритмы Data Mining позволяют эффективно осуществить кластеризацию объектов, выявить некоторые шаблоны в поведении объектов (необязательно периодические) и на их основе делать прогнозы. В настоящее время разработан эффективный метод нахождения таких шаблонов в виде системы логических ограничений на основе пересчитываемых мер близости [2].

Другая возможность – метод группового учёта аргументов (МГУА), позволяющий эффективно строить аналитические модели процессов, которые можно использовать для прогнозирования состояния гидротехнических сооружений. Использование МГУА требует базы статистических данных, которую также удобнее располагать на удалённом сервере.

Создание виртуальной модели гидротехнического сооружения позволит непрерывно осуществлять контроль и прогнозирование его состояния. Каждая актуализация информации о состоянии сооружения сопровождается сравнением с прогнозом по модели, в случае рассогласования выше определённой величины прогноз по модели пересчитывается, если рассогласование растёт со скоростью выше некоторой заданной, то необходимо уточнение модели.

Реализация этих возможностей предлагается Санкт-Петербургским государственным университетом водных коммуникаций (СПбГУВК) в виде следующей последовательности действий.

1. Создание сетевой системы сбора информации от первичных преобразователей на основе

веб-камер и радиомодемов, автоматически передаваемой через мобильную связь на удалённый сервер, где будет производиться обработка информации. Это позволит организовать непрерывный процесс наблюдения, своевременно принимать решения, снизить капитальные затраты при информатизации, т. к. использование удалённого сервера позволит не устанавливать ЭВМ на каждый объект, а использование радиомодемов повысит точность передачи данных. Число первичных преобразователей может быть увеличено, т. к. их установка не потребует специальных коммуникационных сетей, что позволит увеличить адекватность разрабатываемых моделей.

2. Разработка комплекса моделей изменения параметров состояния судоходных гидротехнических сооружений (СГТС) и определение на их основе законов изменения и предельных значений критериев безопасности СГТС. Модели будут включены в контур мониторинга и непрерывно уточняться по его результатам, что позволит получить презентативный ряд наблюдений. Расположение моделей на удалённом сервере позволит использовать более трудоёмкие и точные алгоритмы.

3. Формализация законов управления техническим состоянием СГТС на основе прогнозных моделей, что позволит сформировать обоснованные планы проведения ремонтных работ для обеспечения требуемого уровня надёжности и безопасности СГТС.

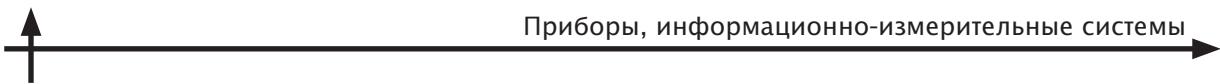
Для реализации используем уникальный отечественный программный продукт – сетевую версию MatLab On Line (iMatLab) [3–4]. Использование данной программной системы обеспечивает возможность:

одновременной обработки результатов от многих независимых источников на одном удалённом сервере;

использования результатов экспериментов территориально разобщёнными научными коллективами;

использования программ для обработки результатов без установки его на компьютеры пользователей (технология “тонкого” клиента).

iMatLab находится в русле современных тенденций и даже обладает приоритетом, поскольку сетевые версии самых известных математических систем обработки данных (MatLab, Maple, Mathematica) только в мае 2009-го начали модификации для создания сетевых версий.



В iMatLab представлены многие модели и системы, уже реализованные студентами СПбГУВК в режиме сетевой разработки через форум в Интернете. Например: виртуальная субмарина, управляемая в режиме интернет-форума; оранжерея, управляемая по Интернету через мобильные телефоны; дистанционная лабораторная работа на экспериментальных стендах гидротехнической лаборатории имени В.Е. Тимонова СПбГУВК [5].

Дальнейшее развитие рассмотренных возможностей лежит в русле широкого применения методов искусственного интеллекта и информатики [6].

Информация о состоянии объекта оценивается по некоторому множеству критериев. Нахождение значений критерия в некотором интервале позволяет сделать вывод о состоянии сооружения. Критериев может быть несколько, и целесообразно свести их в некоторый интегральный критерий, для чего предпочтительно, чтобы критерии изменились приблизительно в одном диапазоне – необходима нормализация значений. В качестве одного из возможных подходов рассмотрим функцию состояния, введённую в [7].

Считаем известными множество переменных, по которым оценивается состояние объекта (модели), границы допустимых значений переменных, желаемые значения этих переменных. Будем считать, что критериальные переменные имеют допустимые границы изменения и некоторую область желаемых (оптимальных) значений. Оценочную функцию выберем таким образом, чтобы в области допустимых значений переменной её значения принадлежали бы интервалу  $[0,1]$ , были безразмерными, определялись однозначно, и функция была бы линейной или кусочно-линейной.

Функция оценки значения переменной для некоторого шага моделирования или момента актуализации информации  $t$  принимается равной:

$$\Psi(x) = \begin{cases} \frac{(x'' - x_i)}{(x'' - x'_i)}, & \text{если } x'_i < x_i \\ \frac{((x_i^\circ - \sigma_i) - x_i)}{((x_i^\circ - \sigma_i) - x'_i)}, & \text{если } x'_i \leq x_i < x_i^\circ - \sigma_i \\ 0, & \text{если } x_i^\circ - \sigma_i \leq x_i \leq x_i^\circ + \sigma_i \\ \frac{(x_i - (x_i^\circ + \sigma_i))}{(x'' - (x_i^\circ + \sigma_i))}, & \text{если } x_i^\circ + \sigma_i < x_i \leq x''_i \\ \frac{(x_i - x'_i)}{(x''_i - x'_i)}, & \text{если } x_i > x''_i, \end{cases}$$

где  $x'_i$  – нижняя граница допустимых значений;  $x''_i$  – верхняя граница допустимых значений;

$x_i^\circ$  – предпочтительное (оптимальное) значение;  $\sigma_i$  – допускаемое отклонение значений переменной от предпочтительного значения, при котором значение продолжает считаться оптимальным ( $x_i \in [x_i^\circ - \sigma_i, x_i^\circ + \sigma_i]$ ).

Значения всех параметров могут изменяться в зависимости от текущего шага моделирования и считаются известными для каждой выделенной переменной  $x_i$ .

Рассмотрим свойства приведённой оценочной функции. Использование функции  $\Psi(x_i)$  позволяет получать соизмеримые оценки для переменных, имеющих границы допустимых значений, отличающихся друг от друга на много порядков. Функция нормированная безразмерная. При приближении значений оцениваемой переменной к границе области допустимых значений значения функции стремятся к единице. На границе области функция принимает значение единицы, внутри области допустимых значений переменной функция принимает значения из интервала  $[0,1]$  и, по мере приближения к заданной окрестности предпочтительных значений, стремится к нулю, внутри окрестности значение функции равно нулю. Функция  $\psi(x) = ax + b$  является кусочно-линейной, где значения  $a$  и  $b$  будут меняться в зависимости от участка области изменения функции:

- в промежутке  $-\infty < x_i < x'_i - a = -1/(x''_i - x'_i)$ ,  $b = x''_i/(x''_i - x'_i)$ ;
- в промежутке  $x'_i \leq x_i < x_i^\circ - \sigma_i - a = -1/((x_i^\circ - \sigma_i) - x'_i)$ ,  $b = (x_i^\circ - \sigma_i)/((x_i^\circ - \sigma_i) - x'_i)$ ;
- в промежутке  $x_i^\circ - \sigma_i \leq x_i \leq x_i^\circ + \sigma_i - a = 0$ ,  $b = 0$ ;
- в промежутке  $x_i^\circ + \sigma_i < x_i \leq x''_i - a = 1/(x''_i - (x_i^\circ + \sigma_i))$ ,  $b = -(x_i^\circ + \sigma_i)/(x''_i - x_i^\circ + \sigma_i)$ ;
- в промежутке  $\infty > x_i > x''_i - a = 1/(x''_i - x'_i)$ ,  $b = -x'_i/(x''_i - x'_i)$ .

Функция принимает значение только в области положительных чисел, имеет два интервала монотонности. Функция показывает относительное приближение значения переменной к некоторому базовому интервалу. Вне промежутка допустимых значений скорость изменения функции меньше, чем в области допустимых значений.

Вид графика функции  $\psi(x_i)$  приведен на рис. 1. На основании данной функции можно ввести интегральные оценки состояния для нескольких критериальных переменных и ряда моментов времени:

$\Psi(t) = \max_i(\psi(x_i))$  – оценка состояния для шага  $t$  для множества критериальных переменных;

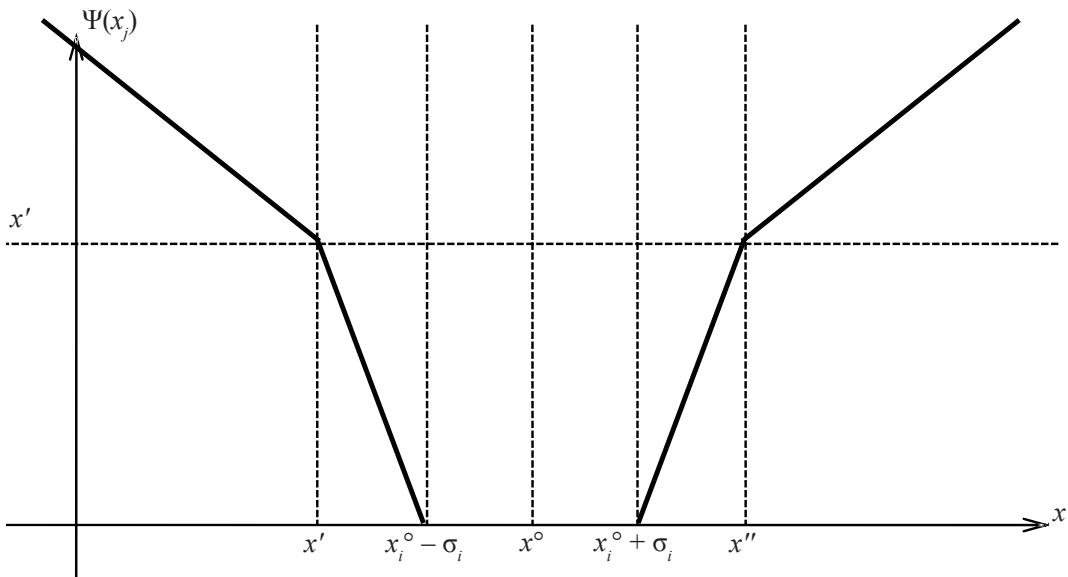


Рис. 1. Вид функции  $\psi(x_i)$

$\Psi(i) = \max_t(\psi(x_i))$  – оценка траектории  $i$ -й переменной во времени;

$\Psi = \max_t \max_i(\Psi(i))$  – оценка траектории для заданного числа шагов и заданного множества критериальных переменных.

При этом:

$\Psi(t) \in [0,1]$  – допустимое состояние объекта для шага моделирования  $t$ ;

$\Psi(t) = 0$  – оптимальное состояние объекта для шага моделирования  $t$ ;

$\Psi(i) \in [0,1]$  – допустимая траектория переменной для заданного числа шагов;

$\Psi(i) = 0$  – оптимальная траектория переменной для заданного числа шагов;

$\Psi \in [0,1]$  – допустимая траектория объекта для заданного числа шагов для заданного множества критериальных переменных;

$\Psi = 0$  – оптимальная траектория объекта для заданного числа шагов для заданного множества критериальных переменных.

Оценка состояния объекта на один момент времени лучше всего иллюстрировать звездчатой диаграммой (рис. 2).

На рис. 2 видна “единичная” область допустимых значений и критериальная переменная, для которой значения вышли за область допустимых. Значение функции  $\Psi(i)$  будет соответствовать наибольшему лучу диаграммы.

Оценку траектории переменной можно проиллюстрировать на рис. 3.

На рис. 3 видна единичная граница допустимых значений. Значение функции  $\Psi(i)$  будет соответствовать наибольшей ординате графика.

Число градаций функции может быть увеличено. Рассмотрим сначала это на примере. Пусть  $\psi(x_i)$  имеет три градации, для наглядности возьмём значения  $\{1, 0,5, 0\}$ . Тогда из известного в аналитической геометрии уравнения прямой, определяемой двумя точками  $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$  получим соотношение, которое будет соответствовать изменению функции в промежутках её значений  $[1;0,5]$  и  $[0,5;0]$  слева и справа от оптимальной окрестности (или в соответствующих интервалах монотонности):

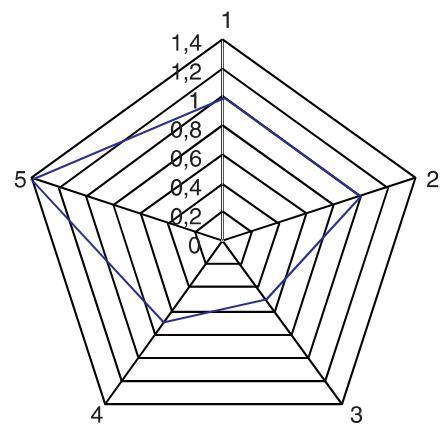


Рис. 2. Отображение состояния в некоторый момент времени

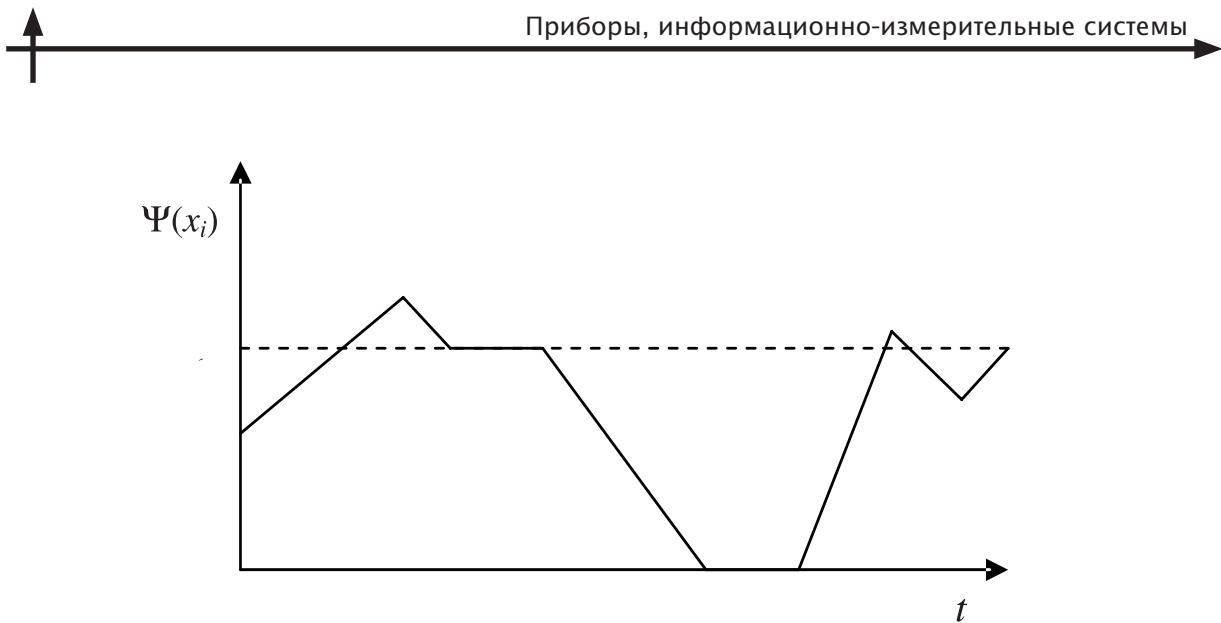


Рис. 3. Отображение траектории переменной

для случая слева от оптимальной окрестности

$$\begin{aligned} & -0,5 \cdot \frac{x_i - x_i^1}{x_i^1 - x_i} + 1, \text{ для } x_i^1 \leq x_i \leq x_i^1; \\ & -0,5 \cdot \frac{(x_i^o - \sigma_i) - x_i}{(x_i^o - \sigma_i) - x_i^1} + 0,5, \text{ для } -x_i^1 \leq x_i \leq x_i^o - \sigma_i; \end{aligned}$$

для случая справа от оптимальной окрестности

$$\begin{aligned} & -0,5 \cdot \frac{x_i^2 - x_i}{x_i^2 - x_i^1} + 1, \text{ для } x_i^2 \leq x_i \leq x_i^1; \\ & -0,5 \cdot \frac{x_i - (x_i^o + \sigma_i)}{x_i^2 - (x_i^o + \sigma_i)} + 0,5, \text{ для } x_i^o + \sigma_i \leq x_i \leq x_i^2, \end{aligned}$$

где  $x_i^1$  — нижняя граница значений введённого интервала переменных;  $x_i^2$  — верхняя граница значений введённого интервала переменных.

В рассматриваемом случае 0,5 — это значения функции  $\psi$  в точках  $x_i^1$  и  $x_i^2$  они равны. Если продолжить данный процесс, то, в силу определения вводимой функции значения функций на концах интервалов будут равны, а значения функций на границах соседних интервалов (вложенных), исходя из тех же формул аналитической геометрии, будут:

для левого интервала монотонности

$$-\varphi(x_i^{j+1}) \cdot \frac{x_i - x_i^j}{x_i^{j+1} - x_i^j} + \varphi(x_i^j), \text{ для } x_i^j \leq x_i \leq x_i^{j+1};$$

для правого интервала монотонности

$$-\varphi(x_i^{j+1}) \cdot \frac{x_i^j - x_i}{x_i^j - x_i^{j+1}} + \varphi(x_i^j), \text{ для } x_i^{j+1} \leq x_i \leq x_i^j,$$

где  $x_i^{j+1}$  — граница значений внутреннего (вложенного) интервала значений (минимальное значение в левом интервале монотонности, максимальное — в правом);  $x_i^j$  — граница значений внешнего (поглощающего) интервала значений (минимальное значение в левом интервале монотонности, максимальное — в правом).

Заметим, что если все промежутки между границами соседних вложенных интервалов функции  $\psi$  будут равны между собой, то они будут располагаться на прямой (см. рис. 1).

Приведённые оценки позволяют судить о степени приближения поведения модели (объекта) к эталонному состоянию. Данная оценочная функция может быть применена, например, к оценке состояния камеры шлюза по перемещениям его стенок при изменении гидростатической нагрузки, или к параметрам работы электрооборудования.

Отметим, что использование информационных технологий для мониторинга технического состояния гидротехнических сооружений является очень перспективным направлением, позволяющим решать ряд сложнейших задач:

разработка эффективных систем мониторинга деформаций судоходных гидротехнических сооружений;

использование оценочной функции для получения соизмеримых оценок для переменных с различными границами допустимых значений;

оценка адекватности создаваемых прогнозных моделей сооружений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аксенов Е.Т., Гарифин П.А., Камаев Р.С. Электронно-оптические системы мониторинга (ЭОСМ) технического состояния подводной поверхности ГТС. Техника для строительства и эксплуатации гидротехнических сооружений. СПб.: МаксиТех, 2008. С 18–22.
2. Дюк В.А., Самойленко А.П. Data Mining: Учеб. курс. СПб.: Питер, 2002. 368 с.
3. URL: <http://artspb.com/matlab>
4. Балонин Н.А. Компьютерные методы анализа линейных динамических систем. Дисс. докт. техн. наук. СПб., 2008. 160 с.
5. Балонин Н.А., Гарифин П.А., Марлей В.Е. Новые информационные технологии мониторинга гидротехнических сооружений // Журнал университета водных коммуникаций. СПб.: СПбГУВК, 2010. Вып. V. 205 с.
6. Вергешев С.М., Марлей В.Е., Поляков А.О., Титов В.П. Интеллект системообразующий и накопление информации, дающее жизнь интеллектуальным системам. СПб.: Наука, 2009. 267 с.
7. Иванищев В.В., Марлей В.Е. Введение в теорию алгоритмических сетей. СПб.: СПИИРАН, 2000. 170 с.



# Электроника, технологии производства материалов электронной техники

УДК 517.5; 669.295

В.Л. Чечулин

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ В УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ ПРОЦЕССА ХЛОРИРОВАНИЯ ТИТАНОСОДЕРЖАЩЕЙ ШИХТЫ

Создание информационной системы управления качеством конкретного химико-технологического процесса начинается с анализа вертикальной структуры информационных уровней системы, включая анализ измеряемых параметров и выполняемых процедур, свойственных каждому уровню. Затем определяется пространство состояний системы и по общему методу строится конкретный способ управления качеством процесса. Изложение материала следует этой прикладной логике решения задачи.

### Технологическое содержание задачи управления

Для снижения потерь продукта и издержек производства процесса хлорирования титаносодержащих шлаков значимо поддержание определённого содержания диоксида титана и углерода в расплаве. Как указано в [3, с. 21]: “химизм процесса хлорирования чрезвычайно сложен и обусловлен многокомпонентным составом шихты и присутствием разных веществ, влияющих на процесс хлорирования”; “...технология хлорирования требует постоянного контроля состава шихты и его оперативного корректирования”; “использование сыпучей шихты позволяет <относительно> быстро изменять состав хлорирующей смеси по содержанию TiO<sub>2</sub> <в расплаве> и углерода и автоматизировать процесс хлорирования” [там же, с. 27]. “Концентрация хлора оказывает <...> влияние на процесс хлорирования” [3, с. 34].

Потребность информатизации управления соотношениями дозировки компонент заключается в организации сбора статистики результатов анализов расплава относительно состояния параметров дозировки шихты, углерода и хлора в связи

с запаздыванием результатов анализов по отношению к моменту изменения параметра управления. С этой целью применим известный способ статистически оптимального управления, требующий присутствия управляющего субъекта – оператора-технолога, принимающего решение по выбору параметра управления в соответствии с рекомендациями, выдаваемыми информационной системой. Задача построения информационной системы управления процессом хлорирования (как частная) выполнима посредством общего способа решения таких задач при использовании предварительного выделения структуры соподчинённых уровней информационных систем по методологии, описанной в [12].

### Вертикальные уровни системы информатизации

Специфика выделения вертикальных уровней системы информатизации описана отдельно [10, 12].

Структура уровней системы информатизации рассматриваемого процесса такова:

1. Система АСУТП обеспечивает измерение расходов дозируемых веществ (косвенно – шихты по оборотам дозирующего шнека, хлор-газа), температур (температура хлорирования поддерживается “на верхнем пределе – около 800 °C” [3, с. 34]), давлений, концентрации хлор-газа вручную и анализ расплава хлоратора с периодом в 2 ч.

2. Контуры управления обеспечивают поддержание текущего технологического режима: массопотоков дозируемых компонент, параметров оросительной системы конденсации и т. д.

3. АСУТП снабжена системой сбора хранения и отображения данных, а также получения



данных анализов проб расплава по компьютерной сети из заводской лаборатории. На указанном аппаратном обеспечении выстраиваемы собственно информационные уровни.

4. Решение задач оптимизации управления процессом (подробнее см. ниже) осуществляется под наблюдением оператора-технолога с выдачей сотруднику рекомендаций по ведению процесса.

5. Решаются задачи учёта и контроля соответствия исполнения плана заданному с 6-го уровня производственному плану. Коррекция оптимальных значений концентраций  $TiO_2$  и C в расплаве производится по минимуму издержек.

Процедуры оптимизации при поддержании процесса в оптимальном состоянии позволяют планировать подготовку шихты на предыдущей стадии процесса с предотвращением накопления углерода в расплаве (для предотвращения необходимости периодического дожигания углерода дутьём воздуха, приводящего к вскипанию расплава, а иногда и к выбросам газов в атмосферу цеха)

6. Решаются задачи экономического прогнозирования (в условиях изменчивости цен ресурсов, готового продукта, оплаты труда, цены денег) при нормировании прибыли для определения оптимальной цены и выделяемого на капитальные затраты объёма средств – выработка плана (по заключении контрактов), определяющего задачи 5-го уровня.

Единичные оценки материального разбаланса процесса в текущем времени дают величину  $\pm 20\text{--}25\%$ . Прогностические оценки улучшения соблюдения материального баланса хлоратора с улучшением точности в 5 % соразмеримы с полной окупаемостью затрат на информатизацию процесса.

### **Общие положения метода пространства состояний**

По содержанию задачи управления имеются три основных параметра, характеризующих в общем технологический процесс:

- параметр качества (подпространство X);
- параметр управления (подпространство Y);
- экономический параметр (подпространство Z).

По теореме о размерности пространства с ориентированными друг относительно друга осями (описывается пространство с качественно различными параметрами) размерность такого пространства не более чем три. Этой теоремой

показывается достаточность трёх измерений для описания состояний процесса.

Каждое из подпространств нормируется ( $\|\cdot\|_x, \|\cdot\|_y, \|\cdot\|_z$  – нормы подпространств), и наблюдения за параметрами системы (результаты измерений) перенормируются соответственно вычисленным нормам. По статистической обработке результатов измерений строятся функции, соответствующие отображению  $(X \rightarrow Y) \rightarrow Z$  (оператору суперпозиции [16]). Затем находится оптимум – неподвижная точка оператора управления, соответствующая получению продукта с заданной характеристикой качества (рис. 1) при минимальных издержках [13].

То, что эта неподвижная точка существует, следует из существования решения задачи экономического управления на 6-м уровне системы (неподвижной точки финансового оборота [15]). То, что эта неподвижная точка вычислимая, следует из интерпретации теоремы о вычислимости неподвижной точки оператора (в  $\lambda$ -теории [4]). (Следовательно, и решения, получаемые на 5-м и 4-м уровнях, т. е. интересующее нас в данном случае технологическое решение, являются также вычислимыми.)

Если в одном технологическом процессе имеются два разных параметра качества, которым соответствуют два различных параметра управления, то допускается разбиение общей задачи управления процессом на две параллельно решаемые задачи, каждая со своим пространством состояний.

### **О необходимости использования вероятностных методов**

Об ограничении применимости функционально-дифференциальных математических моделей для описания сложных химических процессов и потребности использования статистических методов упоминалось ранее [14, 17].

Другие ограничения в использовании математических моделей связаны с недостаточной определённостью задачи измеримыми параметрами, а именно сложности решения задач этого типа таковы, что известные методы теории интегральных операторов (даже при попытках регуляризации [5]) не подходят для решения означенного класса задач управления химико-технологическими процессами.

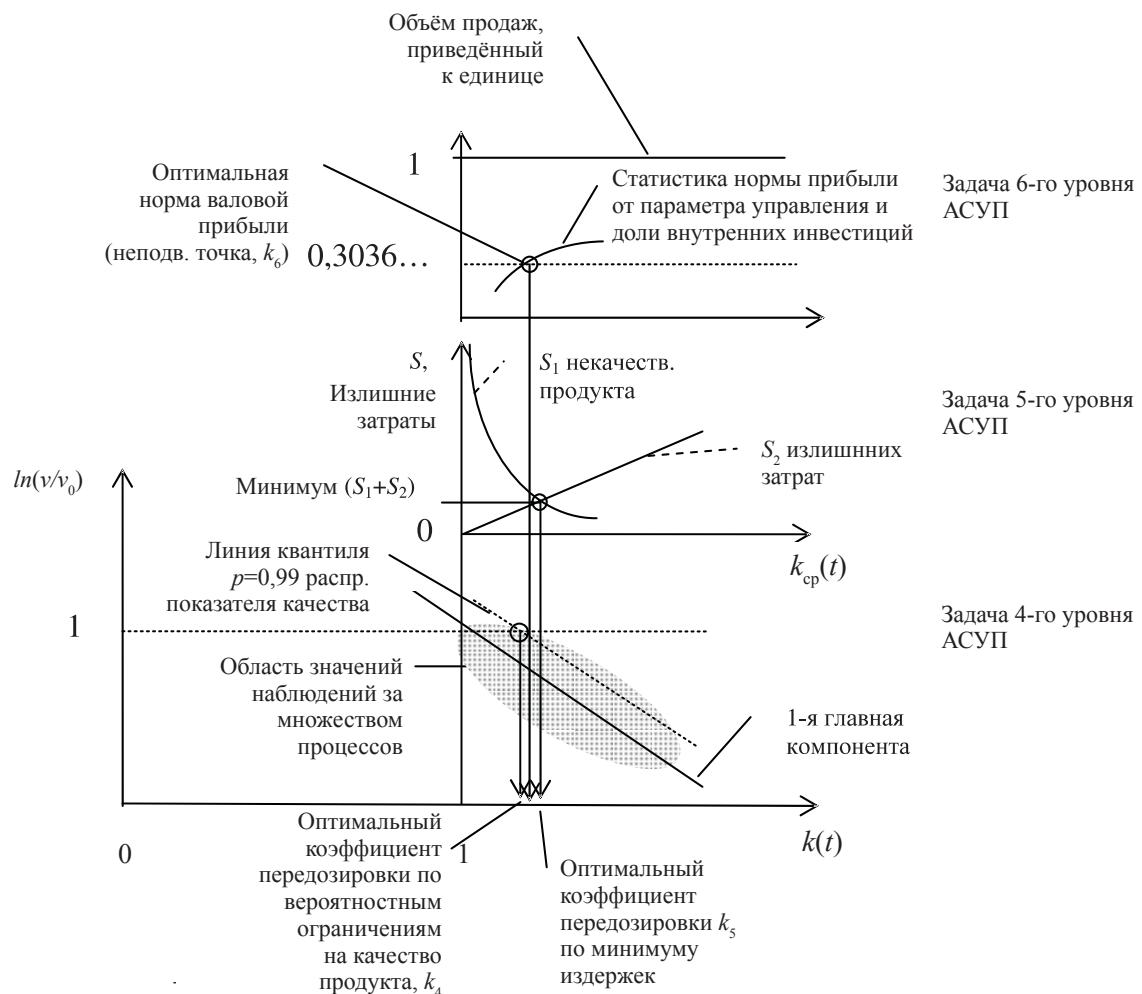


Рис. 1. Общая оптимизационная статистическая диаграмма управления

Попытаемся описать задачу управления химико-технологическим процессом посредством интегрального оператора:

$$\int_{t-t_n}^t K(t, s) u(s) ds = f(t), \quad (1)$$

где  $t$  – текущее (действительное) время;  $s$  – “внутренняя” переменная по времени для учёта прошлых состояний процесса;  $u(s)$  – соотношение дозировки двух компонент  $A$  и  $B$  относительно стехиометрии;  $f(t)$  – заданная функция качества (состояния расплава, содержания в нём вещества  $A$ );  $K(t, s)$  – оператор, преобразующий соотношение дозировки в состояние расплава (для описанной выше задачи) (система кинетических уравнений реакций).

Однако ввиду наличия многих веществ в дозируемых компонентах оператор будет содержать

дополнительные параметры  $K(t, s) = K(t, s, V)$ , где  $V$  – дополнительные параметры процесса (неизмеряемые, алгоритмически невычислимые и т. п.), обусловленные его сложным химизмом (наличием невыявляемых циклов реакций и т. п.). Таким образом, функция оператора  $K(t, s, V)$  не может быть точно определена, что делает постановку задачи в интегральной форме малоопределённой.

Решим задачу (в терминологии операторных уравнений) следующим образом. Предположим, что есть решение операторного уравнения:  $A u = f_{\text{заданное}}$ , где  $u$  – отношение дозировки компонент по стехиометрии процесса. При этом наблюдается (вероятностное) распределение двух величин:  $\xi_1$  – параметра управления в подпространстве  $X$ ;  $\xi_2(t) = \frac{f_{\text{действ}}(t)}{f_{\text{заданное}}(t)}$  – параметра управления в подпространстве  $Y$ .

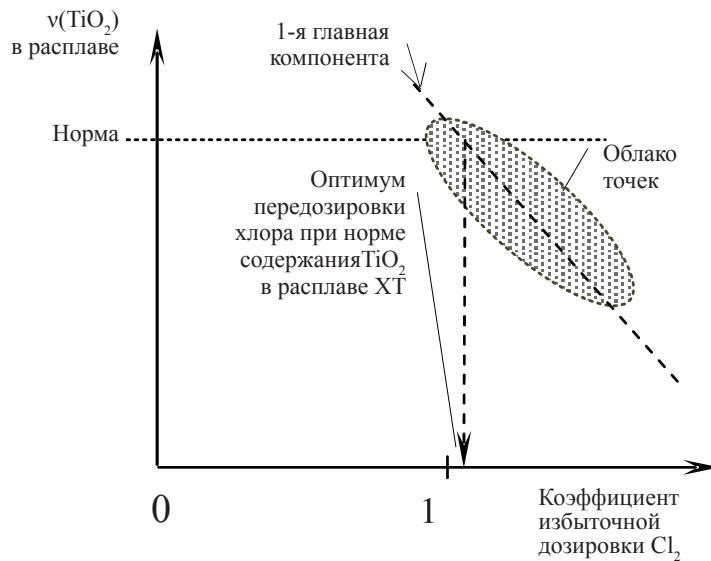


Рис. 2. Схема оптимизации баланса хлора и шихты

Методом главных компонент, или приближённо по регрессии  $\text{regr}(\xi_1 | \xi_2)$ , определяются параметры распределения невязки относительно гипотетического решения (см. рис. 1). Определяется решение (соотношение дозировки)  $u_0 = u_0(f_{\text{заданное}})$ .

Таким образом, вероятностным методом строится псевдообратный оператор  $A^{-1}$  к формально неопределенному оператору  $A$ .

#### Приложение метода пространства состояний

Применительно к рассматриваемой задаче управления характеристики качества процесса – содержание в расплаве  $\text{TiO}_2$  и  $\text{C}$  – являются уже определёнными из соображений минимальных издержек, что упрощает решение задачи, которая разбивается на две параллельные подзадачи.

Химизм процесса в общем выражении таков [6]:

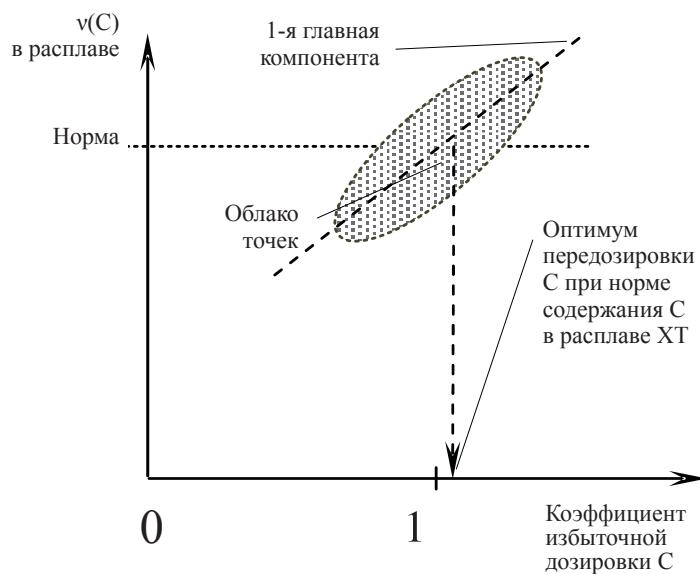
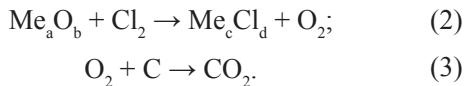


Рис.3. Схема оптимизации баланса углерода

Часть таблицы расчёта идеальных по стехиометрии дозировок (норм пространств  $Y_1, Y_2$ )



Первая группа реакций (2) описывает хлорирование окислов металлов (более десятка различных металлов, содержащихся в сырье), вторая (3) – связывание выделяющегося кислорода окислов углеродом.

Параметром управления для поддержания заданного содержания одного из окислов (технологически значимого  $\text{TiO}_2$ ) становится соотношение дозировки хлора и окислов в группе реакций (2) – материальный баланс первой группы реакций.

Параметром управления для поддержания в расплаве заданного содержания углерода является отношение дозировки углерода к суммарному потоку кислорода хлорируемых окислов, в группе реакций (3) – материальный баланс этой группы реакций.

Таким образом, ключевая задача организации производства – задача 4-го уровня оптимизации процесса в текущем времени для процесса хлорирования титаносодержащей шихты по двум

материальным потокам хлора / шихты (рис. 2) и кислорода\_окислов / углерода (рис. 3) – заключается в том, чтобы:

по результатам измерений автоматизированно вычислять коэффициент избытка дозировки компонента относительно стехиометрического соотношения;

по наблюдению характеристики качества процесса (доли содержания в расплаве) автоматизированно, определять (по сбору статистики) коэффициент оптимальной передозировки компонента (для управления подачей хлор-газа и соответствующего заказа смешения шихты с определенным содержанием углерода) при сохранении заданного состава расплава.

Чтобы вычислять нормы пространства состояний, используется модель [9], описывающая материальный баланс процесса хлорирования. Модель должна оптимизировать дозируемые материальные потоки процесса по двум параметрам (содержанию в расплаве  $\text{TiO}_2$  и C) для получения максимального выхода продукта на единицу затрат времени, минимизации материальных

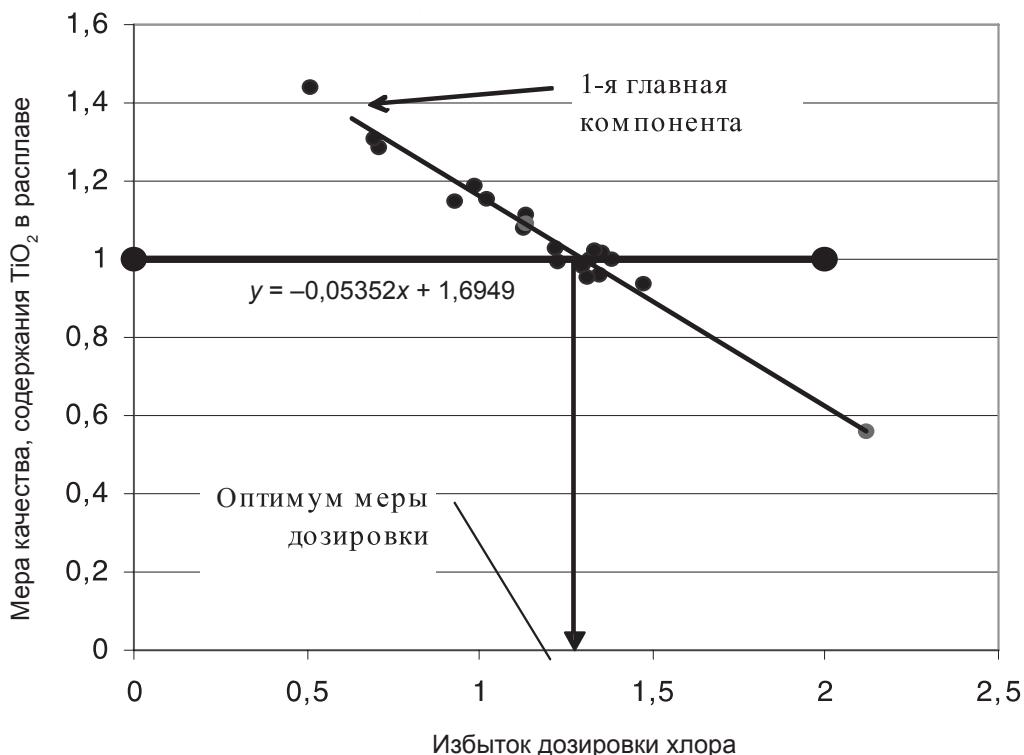


Рис. 4. Пример, основанный на данных, приближённых к реальности (мера дозировки хлора относительна, не связана со стехиометрией процесса)



издержек. (Простое обеспечение наблюдаемости за мерой разницы коэффициентов соотношений дозировки веществ от стехиометрии уже значительно облегчает технологу управление процессом. При обеспечении такой наблюдаемости за процессом решаемы и более сложные задачи.)

Для статистической обработки потока перенормированных в пространстве состояний данных о процессе применим стандартный статистический метод главных компонент [1, 2].

На рис. 2 норма  $\|\cdot\|_{x_1}$  – это мера содержания  $TiO_2$  в расплаве относительно заданного значения, норма  $\|\cdot\|_{y_2}$  – это мера дозировки хлора относительно идеальной по стехиометрии процесса.

На рис. 3 норма  $\|\cdot\|_{x_1}$  – это мера содержания С в расплаве относительно заданного значения, норма  $\|\cdot\|_{y_2}$  – это мера дозировки углерода относительно идеальной по стехиометрии процесса.

Фрагмент таблицы расчёта норм  $\|\cdot\|_{y_1}$ ,  $\|\cdot\|_{y_2}$  см. в таблице.

Пример решения задачи оптимизации дозировки в первом приближении без перенормировок относительно стехиометрии приведён на рис. 4 [7, 8].

Аппаратным основанием для практического построения систем оптимизации упомянутого типа (при достигнутом уровне информатизации) явилась проработанность первых трёх уровней системы автоматизации процесса и организация оцифровки данных периодических (через 2 ч) анализов состояний процесса, анализов и материальных потоков сырья и готового продукта, для организации информационного потока данных о процессе (отображаемого в текущем времени на диаграмме управления как “облако точек наблюдений”, см. рис. 2 и 3).

Для решения задачи управления качеством процесса хлорирования титаносодержащей шихты на современном этапе конструирования АСУТП достаточно в первом приближении решения задачи на 4-м уровне (оптимизации по качеству состояния расплава хлоратора). Применение метода пространства состояний к построению информационных систем управления качеством для иных химико-технологических процессов (флотация, отгонка, сушка и т. п.) при всём разнообразии этих процессов – аналогично, см. [11, 17].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. В 3 т. М.: Финансы и статистика. 1989.
2. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Основы эконометрики. М.: Юнити. 2001. 656 с.
3. Байбеков М.К., Попов В.Д., Чепрасов И.М. Производство четырёххлористого титана. М.: Металлургия. 1987. 129 с.
4. Барендргейт Х. Лямбда-исчисление, его синтаксис и семантика / Пер с. англ. Г.Е. Минц М.: Мир. 1985. 606 с.
5. Лаврентьев М.И., Савельев Л.Я. Теория операторов и некорректные задачи. Новосибирск: Изд-во ин-та математики РАН. 1999. 702 с.
6. Металлургия титана / Под ред. В.В. Сергеева. М.: Металлургия, 1971. 320 с.
7. Пьянкова Е.С. Исследование методов статистического анализа в экономических и технологических объектах: Магистерская диссертация / Каф. прикладной математики и информатики мех.-мат. ф-та ПермГУ; рук. О.Л. Русакова. Пермь. 2007. 60 с.
8. Чечулин В.Л., Пьянкова Е.С. Программный модуль реализации алгоритма “Определение точки оптимума метода пространства состояний с использованием метода главных компонент”. ОФАП РФ, свидетельство об отраслевой регистрации № 11924; номер государственной регистрации 50200802410, 16.12.2008.
9. Чечулин В.Л. Приближённое математическое моделирование процесса хлорирования титаносодержащего шлака в солевом хлораторе (подготовительные материалы для программирования обсчёта в ПЭВМ). Рукопись. 17 с. // БФ ПГТУ, вх. № 524 от 29. 11. 2005. (рецензент О.К. Косвинцев).
10. Чечулин Л.П., Чечулин В.Л. К определению места контроллерного уровня в структуре АСУТП в связи с требованиями промышленной безопасности // Промышленные АСУ и контроллеры. 2007. № 6. С. 68.
11. Чечулин В.Л., Волчугова Е.В., Зайнуллина А.Ш. К информатизации процесса флотации // Химическая промышленность. 2006. Т. 83, № 7. С. 351–354.
12. Чечулин В.Л. К системному анализу структуры промышленной информационно-технологической системы // Инфокоммуникационные технологии в науке, производстве и образовании: Матер. 2-й Междунар. конф. / СевКавГТУ. Ставрополь. 2006. С. 177–181.
13. Чечулин В.Л. Об общей схеме построения систем оптимизации химико-технологических процессов // Автоматизированные системы управления и информационные технологии: Матер. Всерос. конф. / ПермГТУ. Пермь. 2006. С. 172–180.
14. Чечулин В.Л., Ардевичус В.Г., Колбасина О.Д. К информатизации процесса получения формалина // Химическая промышленность. 2008. Т. 85, № 1. С. 39–44.

15. Чечулин В.Л., Мясникова С.А. Анализ стационарного оборота общественно-необходимого времени, определяющего меру инфляции // Журнал экономической теории (РАН, секция экономики. УрО РАН, Екатеринбург). 2008. № 2. С. 240–245.
16. Шрагин И.В. Условия измеримости суперпозиций // Докл. АН СССР. 1971. Т. 197. С. 295–298.
17. Chechulin V.L., Ardashov V.G., Kolbasina O.V. Informatization of the process of producing formalin // Russian Journal of Applied Chemistry. MAIK Nauka/Interperiodica. 2008. Vol. 81, № 6. P. 1112–1116.



# Конференции

## НАУЧНЫЕ ФОРУМЫ НА КРАЙНЕМ СЕВЕРЕ

ГОУВПО “Норильский индустриальный институт” единственный государственный вуз на территории Норильского промышленного региона, расположен в Арктической зоне Красноярского края. В силу своего географического положения и существенной ориентации деятельности НИИ на основного потребителя выпускников – транснациональную компанию ОАО “ГМК “Норильский Никель”, большинство активов которого расположено вне зоны влияния “Болонского процесса”, особый интерес с точки зрения подготовки специалистов, помимо Российской Федерации и Евросоюза, для НИИ представляет Азиатско-Тихоокеанский регион. В таких условиях вузу требуется быть не только научно-образовательным учреждением, но и испытательным полигоном взаимодействия разнородных производственных, социально-экономических, образовательных и информационных систем, ресурсов и технологий. Несмотря на все трудности проведения очных научно-практических форумов международного и межрегионального уровня (ограниченный въезд на территорию лиц с иностранным гражданством, экстремальные климатические условия Крайнего Севера, доступность только авиационным транспортном, массовая сезонность отпускных компаний и др.), в 2010 году Норильский индустриальный институт проводит со 2-го по 4-е марта XI Международный конкурс-семинар “Таймырские чтения” и с 22-го по 26-е апреля III Региональную научно-практическую конференцию “Научный потенциал. XXI век”.

Основной целью проведения “Таймырских чтений” является актуализация научных исследований в области социально-экономических, экологических и производственных проблем, возникающих при функционировании организаций и предприятий на Крайнем Севере. В тематике “Таймырских чтений” девять различных направлений. Особое внимание уделяется вопросам разработки и применения современных технологий управления в экстремальных условиях жизнедеятельности, экологическим аспектам природопользования, а также вопросам генезиса коренных народов Таймыра, Сибири и всего мира. Современные информационные технологии позволяют существенно повысить устойчивость развития промышленного региона в криолитозоне. Интенсивное развитие корпоративных информационных систем, технологии интеллектуального анализа данных и системы поддержки принятия решений также широко обсуждаются в рамках данного форума.

НПК “Научный потенциал. XXI век” включает в себя работу четырнадцати многопрофильных секций и ставит перед собой следующие основные цели: объединение молодёжного научного потенциала региона и других городов Российской Федерации; активизацию интеллектуальной инициативы молодёжи, вовлечение её в исследовательскую и изобретательскую деятельность; привлечение к работе с молодёжью учёных и специалистов научно-исследовательских институтов, вузов, предприятий, учреждений, организаций; информирование общественности о научных достижениях молодёжи и привлечение общественного внимания к проблемам сохранения и развития интеллектуального потенциала общества.

В рамках данной конференции широкую популярность получили конкурсы программных проектов по разработке информационных систем управления предприятиями и систем автоматизации производственных процессов, большинство из которых являются разработками молодых учёных, аспирантов и студентов и внедряются в реальные производственные процессы горно-металлургической компании.

Подробную информацию о программах конференций можно получить по адресу [www.norvuz.ru](http://www.norvuz.ru).  
Лучшие доклады планируется осветить на страницах “Научно-технических ведомостей СПбГПУ”.  
Приглашаем всех желающих принять участие в работе конференций, а самых смелых ждём с очными докладами в конференцзалах самого северного вуза России!

С уважением, декан факультета электроэнергетики,  
экономики и управления, доктор экономических наук,  
профессор

Елена Майорова

Майорова Е.В.

Заведующая кафедрой информационных систем и  
технологий, кандидат технических наук, доцент

Софья Фомичева

Фомичева С.Г.



## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

### КОНТАКТНЫЕ ДАННЫЕ

**АБАЙТУЛЛИН Айрат Гаязович** – младший научный сотрудник кафедры вычислительной математики и кибернетики Уфимского государственного авиационного технического университета.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12. Тел. (347) 273-79-67, факс (347) 273-77-17

**АКСЕНОВ Константин Александрович** – докторант кафедры автоматизированных систем управления Уральского государственного технического университета, кандидат технических наук.

620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, д.19, УГТУ-УПИ, каф. АСУ, Р-240. Тел. (343) 375-41-45, факс (343) 377-57-76, e-mail Wiper99@mail.ru

**АНКУДИНОВ Иван Георгиевич** – доцент кафедры вычислительных машин, комплексов, систем и сетей Северо-Западного государственного заочного технического университета.

191186, Санкт-Петербург, ул. Миллионная, д. 6. Тел. (812) 710-63-25 (доб. 51-21), e-mail gankoudi@nwpi.ru

**БАБКИН Александр Васильевич** – директор научного комплекса Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, кандидат технических наук, доктор экономических наук, профессор.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29. Тел. (812) 297-18-21

**БАЛОНИН Николай Алексеевич** – профессор кафедры вычислительных систем и информатики Санкт-Петербургского государственного университета водных коммуникаций, доктор технических наук.

198035, Санкт-Петербург, ул. Двинская, д. 5/7, пом. 157-157а. Тел. (812) 251-65-55, e-mail korbendfs@mail.ru

**БЕЛЯВСКИЙ Григорий Исаакович** – заведующий кафедрой высшей математики и исследования операций Южного федерального университета, доктор технических наук, профессор.

344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, д. 105/42. Тел. (863) 2-975-114, e-mail bgi@aaanet.ru

**БЕНДЕРСКАЯ Елена Николаевна** – доцент кафедры компьютерных систем и программных технологий Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, кандидат технических наук.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 21. E-mail helen.bend@gmail.com

**БОГОЯВЛЕНСКИЙ Юрий Анатольевич** – заведующий кафедрой информатики и математического обеспечения Петрозаводского государственного университета, кандидат технических наук, доцент.

185910, Республика Карелия, г. Петрозаводск, пр. Ленина, д. 33. Тел. (8142) 711-084, e-mail ybgv@cs.karelia.ru

**БОРОДИН Андрей Михайлович** – аспирант кафедры автоматики и информационных технологий Уральского государственного технического университета.

620002, г. Екатеринбург, РИ-РГФ УГТУ-УПИ, ул. Мира, д. 32. Тел. (343) 375-33-55, факс (343) 375-95-40, e-mail amborodin@acm.org

**ГАРИБИН Павел Андреевич** – заведующий кафедрой портов, строительного производства, оснований и фундаментов Санкт-Петербургского государственного университета водных коммуникаций, профессор.

198035, Санкт-Петербург, ул. Двинская, д. 5/7, пом. 157-157а. Тел. (812) 251-65-55, e-mail garibin@mail.ru

**ГАЛЯМОВ Артур Фаритович** – младший научный сотрудник кафедры вычислительной математики и кибернетики Уфимского государственного авиационного технического университета.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12. Тел. (347) 273-79-67, факс (347) 273-77-17

**ГРОМОВ Юрий Юрьевич** – заведующий кафедрой информационных систем и защиты информации Тамбовского государственного технического университета, доктор технических наук, профессор.

392620, г. Тамбов, ул. Ленинградская, д. 1, ком. 22. Тел. (4752)-63-92-86, e-mail gromov@is.tstu.ru



**ДЕГТЯРЕВА Ирина Викторовна** – заведующий кафедрой экономической теории Уфимского государственного авиационного технического университета, доктор экономических наук, профессор.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12. Тел./факс (347) 273-78-35, e-mail degtjareva@mail.rb.ru

**ДЕЛИЦЫН Леонид Леонидович** – доцент кафедры мультимедийных технологий и информационных систем Московского государственного университета культуры и искусства, кандидат технических наук.

141406, Московская обл., г. Химки, ул. Библиотечная, д. 7. Тел. (495) 570-0144, e-mail delitsin@rambler.ru

**ДЕМИДОВА Лилия Анатольевна** – доцент кафедры вычислительной и прикладной математики Рязанского государственного радиотехнического университета, кандидат технических наук.

390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1. Тел. (4912) 46-03-64, факс (4912) 92-22-15

**ДОРОСИНСКИЙ Леонид Григорьевич** – заведующий кафедрой автоматизированных систем управления Уральского государственного технического университета – УПИ имени первого президента России Б.Н. Ельцина, доктор технических наук, профессор.

620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, д. 32. Тел. (343) 375-41-45, e-mail asu@rtf.ustu.ru

**ДУПЛИНСКИЙ Михаил Александрович** – преподаватель кафедры узлов связи Военной академии связи.

194064, Санкт-Петербург, Тихорецкий пр., д. 3. Тел. (812) 556-94-92

**ЕВСТИГНЕЕВ Николай Михайлович** – докторант Института системного анализа РАН.

117312, Москва, пр. 60-летия Октября, д. 9. Тел. (499) 135-24-38

**ЖИТНИКОВ Владимир Павлович** – заведующий кафедрой компьютерной математики Уфимского государственного авиационного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12. Тел. (347) 273-32-00, факс (347) 272-29-18, e-mail urga@ttsinfo.ru

**ЖУРАВЛЕВ Андрей Вячеславович** – аспирант кафедры автоматизированных систем управления Уральского государственного технического университета.

620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, д. 19, УГТУ–УПИ, каф. АСУ, Р-240. Тел. (343) 375-41-45, факс (343) 377-57-76

**ИЛЬЯСОВ Барый Галеевич** – заведующий кафедрой технической кибернетики Уфимского государственного авиационного технического университета, доктор технических наук, профессор.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12. Тел./факс (347) 273-78-35, e-mail ilyasov@tc.ugatu.ac.ru

**ИЩУК Игорь Николаевич** – доцент кафедры информационных систем и защиты информации Тамбовского государственного технического университета, кандидат технических наук, доцент.

392620, г. Тамбов, ул. Ленинградская, д. 1 ком. 22. Тел. (4752) 63-92-86, e-mail gromov@is.tstu.ru

**КИРАКОВСКИЙ Валерий Владимирович** – доцент кафедры вычислительной и прикладной математики Рязанского государственного радиотехнического университета, кандидат технических наук, доцент.

390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1. Тел. (4912) 46-03-64, факс (4912) 92-22-15

**КОЗЛОВ Юрий Владимирович** – соискатель кафедры системного анализа и управления Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29

**КОРЗУН Дмитрий Жоржевич** – доцент кафедры информатики и математического обеспечения Петрозаводского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

185910, Республика Карелия, г. Петрозаводск, пр. Ленина, д. 33. Тел. (8142) 711-084, e-mail dkorzun@cs.karelia.ru

**КОРОТАЕВ Александр Николаевич** – программист кафедры вычислительной и прикладной математики Рязанского государственного радиотехнического университета.

390005, г. Рязань, ул. Гагарина, д. 59/1. Тел. (4912) 46-03-64, факс (4912) 92-22-15, e-mail graph2@rambler.ru

**КУДРЯВЦЕВ Олег Евгеньевич** – доцент кафедры информатики и информационных таможенных технологий Ростовского филиала Российской таможенной академии.

344002, г. Ростов-на-Дону, пр. Буденовский, д. 20. Тел. (863) 262-59-59, факс. (863) 262-38-18, e-mail koe@donrta.ru

**КУДРЯВЦЕВ Александр Михайлович** – профессор кафедры Военной академии связи, доктор военных наук.

194064, Санкт-Петербург, Тихорецкий пр., д. 3. E-mail komissare@yandex.ru



**КУЛЕШОВ Игорь Александрович** – заместитель начальника научно-исследовательского центра Военной академии связи, кандидат военных наук, доцент.

194064, Санкт-Петербург, Тихорецкий пр., д. 3.  
Тел. (812) 556-94-92

**МАКАРОВА Елена Анатольевна** – доцент кафедры технической кибернетики Уфимского государственного авиационного технического университета, кандидат технических наук, докторант.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12. Тел./факс (347) 273-78-35, e-mail ea-makarova@mail.ru

**МАЛАХОВ Юрий Анатольевич** – преподаватель кафедры узлов связи Военной академии связи.

194064, Санкт-Петербург, Тихорецкий пр., д. 3.  
Тел. (812) 556-94-92

**МАРЛЕЙ Владимир Евгеньевич** – заведующий кафедрой вычислительных систем и информатики Санкт-Петербургского государственного университета водных коммуникаций, доктор технических наук, профессор.

198035, Санкт-Петербург, ул. Двинская, д. 5/7, пом. 157-157а. Тел. (812) 251-65-55, e-mail vmarley@mail.ru

**МАТВЕЕВ Владимир Александрович** – доцент кафедры алгебры и геометрии Псковского государственного педагогического университета, кандидат физико-математических наук.

180000, г. Псков, пл. Ленина, д. 2. Тел. (8112) 25-23-18, факс (8112) 16-00-39, e-mail matveev176@rambler.ru

**ПАВЛОВ Павел Александрович** – доцент кафедры высшей математики и информационных технологий Полесского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

225710, Республика Беларусь, г. Минск, ул. Днепровской флотилии, д. 23. Тел. +375-(0)-165-31-21-18, e-mail pin2535@tut.by

**ПАВЛОВА Анастасия Николаевна** – аспирант кафедры технической кибернетики Уфимского государственного авиационного технического университета.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12. Тел./факс (347) 273-78-35, e-mail pavlova.ugatu@gmail.com

**ПАШКОВСКИЙ Александр Владимирович** – доцент кафедры информационных систем, электропривода и автоматики Невинномысского технологического института (филиал ГОУ ВПО СевКавГТУ) кандидат технических наук.

357100, г. Невинномысск, Ставропольский край, ул. Гагарина, д. 1. E-mail alecsandr\_607@rambler.ru

**ПОПОВ Денис Владимирович** – доцент кафедры вычислительной математики и кибернетики Уфимского государственного авиационного технического университета, кандидат технических наук.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12. Тел. (347) 273-79-67, факс (347) 273-77-17, e-mail popov.denis@inbox.ru

**ПОПОВ Алексей Витальевич** – аспирант кафедры автоматизированных систем управления Уральского государственного технического университета, кандидат технических наук.

620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, д. 19, УГТУ-УПИ, каф. АСУ, Р-240. Тел. (343) 375-41-45, факс (343) 377-57-76, e-mail a.v.p@mail.ru

**ПОРЕЧНЫЙ Сергей Сергеевич** – ассистент кафедры компьютерной математики Уфимского государственного авиационного университета.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12. Тел. (347) 273-32-00, e-mail porechny@mail.ru

**ПОРШНЕВ Сергей Владимирович** – заведующий кафедрой автоматики и информационных технологий Уральского государственного технического университета, доктор технических наук, профессор.

620002, г. Екатеринбург, РИ-РТФ УГТУ-УПИ, ул. Мира, д. 32. Тел. (343) 375-33-55, факс (343) 375-95-40, e-mail sergey\_porshnev@mail.ru

**ПРИПАДЧЕВ Алексей Дмитриевич** – доцент кафедры летательных аппаратов Оренбургского государственного университета, кандидат технических наук.

460018, г. Оренбург, пр. Победы, д. 13. Тел. (3532) 75-28-58, факс (3532) 37-25-10, e-mail aleksejj-pripadchev@rambler.ru

**РЯБОВ Георгий Георгиевич** – начальник Учебно-научного центра безопасности гидротехнических сооружений.

198035, Санкт-Петербург, ул. Двинская, д. 5/7, пом. 157-157а. Тел. (812) 251-65-55, факс (812) 334-38-54, (812) 575-51-57, e-mail ryabovgg@mail.ru

**СЕРГУШЕВ Алексей Геннадьевич** – инженер-разработчик Ленинградского отраслевого научно-исследовательского института связи, аспирант базовой кафедры метрологии при ГНЦ РФ ФГУП “ВНИИМ имени Д. И. Менделеева” Северо-Западного государственного заочного технического университета.

191186, Санкт-Петербург, ул. Миллионная, д. 5. Тел. (812) 710-65-07 (доб. 5143), e-mail atel@fromru.com

**СИРОТКИН Андрей Вячеславович** – профессор кафедры информатики, докторант СЗТУ, декан факультета естественных наук и математики Северо-Восточного государственного университета, кандидат технических наук.

685000, г. Магадан, ул. Портовая, д. 13. Тел. (4132) 62-09-46, e-mail andrew\_sirotkin@mail.ru

**СМИРНОВ Андрей Александрович** – аспирант кафедры Военной академии связи.

194064, Санкт-Петербург, Тихорецкий пр., д. 3. E-mail: komissare@yandex.ru

**ТРИФОНОВ Петр Владимирович** – доцент кафедры распределенных вычислений и компьютерных сетей Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, кандидат технических наук.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 21. Тел. (812)297-06-29, факс (812)297-16-39, e-mail petert@dcn.ftk.spbstu.ru

**ФЕДЯНИН Алексей Владимирович** – преподаватель кафедры Военной академии связи.

194064, Санкт-Петербург, Тихорецкий пр., д. 3

**ЦЕЛУЙКО Дмитрий Сергеевич** – аспирант кафедры персональных компьютеров и сетей Московского государственного университета приборостроения и информатики.

107996, Москва, ул. Строгановская, д. 20. Тел. (499)268-80-71, e-mail cdsmika@gmail.com

**ЧЕРНОЯРОВ Олег Вячеславович** – доцент кафедры радиотехнических систем Московского технического университета связи и информатики, кандидат физико-математических наук, доцент.

111024, Москва, ул. Авиамоторная, д. 8а. Тел. (495) 957-77-10, e-mail o\_v\_ch@mail.ru

**ЧЕЧУЛИН Виктор Львович** – соискатель при кафедре прикладной математики и информатики Пермского государственного университета, программист ВЦ-ЦНТО ПермГУ.

614990, г. Пермь, ул. Букирева, д. 15. Тел. (342)-2-396-424, e-mail chechulinvl@rambler.ru

**ШВАРЦ Дмитрий Рихардович** – аспирант кафедры компьютерных систем и программных технологий Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 21. E-mail dmitry.schwarz@gmail.com

**ШЕРЫХАЛИНА Наталия Михайловна** – доцент кафедры компьютерной математики Уфимского государственного авиационного университета, кандидат физико-математических наук.

450000, г. Уфа, ул. К. Маркса, д. 12. Тел. (347) 273-32-00

**ШИШКИН Игорь Фёдорович** – заведующий базовой кафедрой метрологии при ГНЦ РФ ФГУП “ВНИИМ имени Д. И. Менделеева” Северо-Западного государственного заочного технического университета, заслуженный работник высшей школы РФ, доктор технических наук, профессор.

191186, Санкт-Петербург, ул. Миллионная, д. 5. Тел. (812) 710-65-07 (доб. 5143), e-mail atel@fromru.com

**ШТАБА Максим Вадимович** – аспирант кафедры прикладной математики и вычислительной техники Ростовского государственного строительного университета.

344022, г. Ростов-на-Дону, ул. Социалистическая, д. 162. Тел. (863) 263-10-82, e-mail max@shtaba.ru



## АННОТАЦИИ

### КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

**Белявский Г. И., Штаба М. В. АНАЛИЗ И СЖАТИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ 3-Д МОРФОЛОГИИ.**

Рассмотрен алгоритм обработки и сжатия изображений, использующий аппарат математической 3-Д морфологии, являющийся одним из прогрессивных средств интеллектуальных систем в анализе изображений. Основной идеей алгоритма является анализ цветовой информации и выделение формы объектов, используя морфологические приёмы, а также разделение изображения на слои-подмножества, которые могут нести в себе смысловую нагрузку, например, регионы и области в картографии.

**АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЙ. СЖАТИЕ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ 3-Д МОРФОЛОГИЯ. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ. ЦВЕТ. АЛГОРИТМ.**

**Трифонов П. В. ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ БАЙЕСОВСКОГО КЛАССИФИКАТОРА ТЕКСТОВЫХ ДОКУМЕНТОВ.**

Рассмотрена проблема автоматической классификации текстовых документов. Показано, что непосредственная реализация классификатора на базе формулы Байеса обеспечивает достаточно низкую точность решения задачи категоризации по причине сильной статистической зависимости элементов вектора признаков. Предложено решение данной проблемы, основанное на преобразовании вектора признаков в вектор большей размерности с менее зависимыми компонентами.

**АВТОМАТИЧЕСКАЯ КАТЕГОРИЗАЦИЯ. КЛАССИФИКАТОР БАЙЕСА.**

**Бендерская Е. Н., Шварц Д. Р. ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ НЕЙРОННОЙ СЕТИ КОХОНЕНА В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА СТРУКТУРЫ МНОГОМЕРНЫХ ДАННЫХ.**

Рассмотрены проблемы практического применения нейронных сетей Кохонена, изложены правила и рекомендации к выбору параметров, позволяющих управлять свойствами нейронной сети в зависимости от поставленной задачи анализа данных.

**НЕЙРОННЫЕ СЕТИ. САМООРГАНИЗУЮЩИЕСЯ СЕТИ КОХОНЕНА. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ.**

**Чернояров О. В. КВАЗИПРАВДОПОДОБНАЯ ОЦЕНКА ВРЕМЕННОГО И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ШИРОКОПОЛОСНОГО СЛУЧАЙНОГО ИМПУЛЬСА НА ФОНЕ БЕЛОЙ И КОРРЕЛИРОВАННОЙ ПОМЕХИ.**

На основе метода максимального правдоподобия выполнен синтез и анализ алгоритма совместного оценивания времени прихода, математического ожидания и дисперсии широкополосного случайного импульсного сигнала с неточно известной длительностью, наблюдаемого на фоне белого шума и полосовой помехи с неточно известными интенсивностями. Рассмотрено влияние аномальных ошибок на точность оценки времени прихода.

Методами статистического моделирования на ЭВМ установлена работоспособность предложенного измерителя и определены границы применимости асимптотически точных формул для его характеристик.

**СЛУЧАЙНЫЙ ГАУССОВСКИЙ ИМПУЛЬС. КВАЗИПРАВДОПОДОБНАЯ ОЦЕНКА. ВРЕМЕННОЙ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ. МЕТОД ЛОКАЛЬНО-МАРКОВСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ. СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.**

**Курдяев А. М., Смирнов А. А., Федягин А. В. АЛГОРИТМ “ТРАССОВОЙ” ОБРАБОТКИ ДАННЫХ РАДИОМОНИТОРИНГА.**

Предложено решение задачи обработки данных радиомониторинга на основе способа “трассовой” обработки. Приводится формальное описание алгоритма, реализующего способ “трассовой” обработки данных радиомониторинга.

**ОБРАБОТКА ДАННЫХ. РАДИОМОНИТОРИНГ. ОРГАНИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ.**

Шишкин И. Ф., Сергушев А. Г. ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ СЕЛЕКЦИЯ ЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ ДЛЯ ТРАССОЛОГИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ.

В условиях сильного морского волнения или шторма, из-за маскирующего действия отражений от приводного гидрометеора, ухудшается радиолокационная видимость кильватерных следов при трассологических наблюдениях. В этих условиях для селекции кильватерных следов могут быть использованы методы поляризационной селекции локационных сигналов. Статья посвящена методу поляризационного развертывания. Изложена теория поляризационной селекции целей на фоне отражений от морской поверхности. Приведены структурные схемы индикатора поляризационного развертывания и анализатора огибающей импульсов, отражённых от выделенного участка на поверхности моря. Рассмотрено их применение для селекции отражений от ряби на фоне отражений от морского волнения.

СЛЕДЫ НА ВОДЕ. ТРАССОЛОГИЯ В АКВАТОРИЯХ. СУДОВАЯ РАДИОЛОКАЦИЯ. БЕЗОПАСНОСТЬ МОРЕПЛАВАНИЯ. ОБНАРУЖЕНИЕ СУДОВ. ПОИСК СЛЕДОВ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ДВИЖУЩИХСЯ СУДОВ. РАСХОЖДЕНИЕ СУДОВ. ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ СЕЛЕКЦИЯ.

Галямов А. Ф., Абайтуллин А. Г., Попов Д. В. ОНТОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИНФОРМАЦИОННОЙ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ПРОЦЕССЕ ИТ-КОНСУЛЬТИРОВАНИЯ.

Предложена концепция информационной поддержки принятия решений в процессе технического ИТ-консультирования. Разработана онтологическая модель, описывающая типовые бизнес-процессы, ИТ-процедуры, классы технического и программного обеспечения, компоненты ИТ-инфраструктуры, навыки сотрудников предприятий-заказчиков услуг ИТ-консультирования.

ОНТОЛОГИЯ. ИТ-КОНСУЛЬТИРОВАНИЯ. ИНФОРМАЦИОННАЯ ПОДДЕРЖКА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ. БИЗНЕС-ПРОЦЕССЫ.

Сироткин А. В. УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕДУРАМИ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ.

Рассмотрены вопросы формирования способов и использования критериев управления процессами информационного обслуживания в автоматизированных системах управления. Актуальность исследования обосновывается необходимостью повышения эффективности рассматриваемых систем. Предлагается подход к регулированию очередей в приоритетных системах массового обслуживания.

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ. ИНФОРМАЦИОННАЯ ПРОЦЕДУРА. ВРЕМЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ. ИНФОРМАЦИОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ.

Житников В. П., Шерыхалина Н. М., Поречный С. С. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПРИ ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ.

Рассмотрена задача определения параметров математической модели погрешности в целях выявления нерегулярной составляющей и уточнения общей оценки погрешности. Предложена новая формула численной фильтрации данных вычислительного эксперимента.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ. ЧИСЛЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ.

Анкудинов И. Г., Сироткин А. В. ДИСПЕТЧЕРИЗАЦИЯ ПРОЦЕДУР ИНФОРМАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В АСУ.

Рассмотрены вопросы управления информационным обслуживанием в автоматизированных системах управления. Обслуживание рассматривается как система процедур информационного взаимодействия субъектов управления путём передачи информационных объектов. Регулирование обслуживания осуществляется изменением приоритетов процедур за счёт изменения рангов объектов. Предложена дисциплина обслуживания, основанная на динамическом формировании очереди выполнения процедур.

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ. ИНФОРМАЦИОННАЯ ПРОЦЕДУРА. ВРЕМЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ. ИНФОРМАЦИОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ. РАНГ ОБЪЕКТА.



Попов А. В., Аксенов К. А., Доросинский Л. Г. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СИСТЕМА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛОГИСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ.

Рассмотрены вопросы оптимизации логистических процессов (ЛП) компаний и связанные с ними вопросы поддержки принятия решений (ППР) и разработки интеллектуальной системы моделирования процессов логистики.

ЛОГИСТИКА. ОПТИМИЗАЦИЯ. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ. МОДЕЛИРОВАНИЕ. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ.

Делицын Л. Л. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНТЕРНЕТА ПРИ ПОМОЩИ МОДЕЛИ ДИФФУЗИИ НОВОВВЕДЕНИЙ.

При помощи модели диффузии нововведений с учётом воспроизведения населения и предполагаемой траектории стоимости доступа проанализированы три возможных сценария распространения Интернета в России. Для идентификации параметров модели использованы результаты массовых опросов ФОМ и ВЦИОМ. При обосновании прогнозов привлечена историческая динамика проникновения Сети в Москве, США, Швеции и в Латинской Америке.

ИНТЕРНЕТ. ДИФФУЗИЯ ИННОВАЦИЙ. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ. ВОСПРОИЗВОДСТВО НАСЕЛЕНИЯ.

Павлов П. А. ЭФФЕКТИВНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ В МАСШТАБИРУЕМЫХ СИСТЕМАХ.

Проведён сравнительный анализ режимов организации распределённых взаимодействующих конкурирующих процессов. В случае неограниченного параллелизма получены необходимые и достаточные условия эффективности распределённых масштабируемых систем.

МАСШТАБИРУЕМОСТЬ. РАСПРЕДЕЛЁННЫЙ ПРОЦЕСС. ПРОГРАММНЫЙ РЕСУРС. ОДИНАКОВО РАСПРЕДЕЛЁННАЯ СИСТЕМА. АСИНХРОННЫЙ РЕЖИМ. СИНХРОННЫЙ РЕЖИМ. СТРУКТУРИРОВАНИЕ. ЭФФЕКТИВНОСТЬ. ОПТИМАЛЬНОСТЬ.

Богоявленский Ю. А., Корзун Д. Ж. ПРОГРАММНАЯ СИСТЕМА УДАЛЁННОГО РЕШЕНИЯ ОДНОРОДНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ДИОФАНТОВЫХ УРАВНЕНИЙ В НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЦЕЛЫХ ЧИСЛАХ.

Представлена программная система Web-SynDic (ПС), разрабатываемая на кафедре информатики и математического обеспечения Петрозаводского государственного университета с 2003 г. ПС реализует через web-обозреватель доступ к двум авторским псевдополиномальным алгоритмам нахождения базиса Гильберта (НБГ) для однородных систем линейных диофантовых уравнений, ассоциированных с контекстно-свободными грамматиками (Syntactic и TransSol), а также к алгоритмам других авторов (SlopesSys, lp\_solve и GLPK). ПС обеспечивает массовое тестирование реализаций алгоритмов НБГ и экспериментальное исследование их практической эффективности.

WEB-СИСТЕМЫ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ СЕРВИС. ТЕСТИРОВАНИЕ. НАХОЖДЕНИЕ БАЗИСА ГИЛЬБЕРТА.

Бородин А. М., Поршнев С. В. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ И СКОРОСТИ ОБРАБОТКИ МНОГОМЕРНЫХ ДАННЫХ ПРОГРАММНЫМИ СРЕДСТВАМИ БИЗНЕС-АНАЛИТИКИ НА ОСНОВЕ ИНДЕКСИРУЮЩИХ СТРУКТУР ОСНОВНОЙ ПАМЯТИ.

Изложены результаты сравнительного анализа возможностей индексирующей системы, скоростей построения индексов и расчётов агрегатных запросов программной надстройки PowerPilot для MS Excel 2010 и программной библиотеки “Индексирование многомерных классифицированных данных”.

АГРЕГИРОВАНИЕ. МНОГОМЕРНЫЕ ДАННЫЕ. OLAP-СИСТЕМЫ. ИНДЕКСИРОВАНИЕ.

Пашковский А. В. МЕТОД СТАНДАРТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МАГНИТОСТАТИКИ ПРИ ОСОБЕННОСТЯХ В ОКРЕСТНОСТЯХ УГЛОВЫХ ТОЧЕК.

Предложено использовать метод стандартных элементов для учёта особенности решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в окрестности угловых точек границ области расчёта, повышения точности расчёта и уменьшения размерности задачи.

МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ. МЕТОД СТАНДАРТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ. КРАЕВЫЕ ПОЛЕВЫЕ ЗАДАЧИ. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ.

Кулешов И. А., Бабкин А. В., Малахов Ю. А., Дуплинский М. А. АНАЛИЗ МЕТОДОВ СИНТЕЗА СЕТЕЙ СВЯЗИ.

Рассмотрены проблемы теоретического представления вопросов анализа методов синтеза современных сетей связи. Изложены основные подходы и методы применительно к современным сетям связи.

СЕТИ СВЯЗИ. АЛГОРИТМЫ, МЕТОДЫ СИНТЕЗА. СТРУКТУРА СЕТИ. МОДЕЛИРОВАНИЕ. ОПТИМИЗАЦИЯ.

Громов Ю. Ю., Ишук И. Н. ТЕПЛОВОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ И РАСПОЗНАВАНИЕ СКРЫТЫХ ПОДПОВЕРХНОСТНЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ КОНТУРНОГО АНАЛИЗА ИХ ТЕПЛОВЫХ ТОМОГРАММ.

Представлена методика обработки тепловых томограмм скрытых подповерхностных объектов на основе их контурного анализа, позволяющая решать задачу распознавания класса материала и его формы. Приведены результаты экспериментов по распознаванию класса скрытых подповерхностных объектов как по идентифицированным теплофизическим свойствам, так и по форме.

ОБНАРУЖЕНИЕ И РАСПОЗНАВАНИЕ СКРЫТЫХ ПОДПОВЕРХНОСТНЫХ ОБЪЕКТОВ. ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА. ИНФРАКРАСНАЯ ТЕРМОГРАФИЯ. КОНТУРНЫЙ АНАЛИЗ.

Матвеев В. А. ИССЛЕДОВАНИЕ КОНУСНОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ КООПЕРАТИВНОЙ ИГРЕ БЕЗ ПОБОЧНЫХ ПЛАТЕЖЕЙ.

Изучена проблема согласования интересов сторон, имеющих несовпадающие взгляды, на результаты функционирования сложной системы. Рассмотрена дифференциальная кооперативная игра без побочных платежей. Предложено решение на основании свёртки критериев с коэффициентами, пропорциональными левому собственному вектору для максимального собственного значения соответствующей стохастической матрицы. Исследован модельный пример.

КООПЕРАТИВНАЯ ИГРА. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ. ОПТИМАЛЬНОСТЬ ПО КОНУСУ.

Ильясов Б. Г., Дегтярева И. В., Макарова Е. А., Павлова А. Н. РЕГУЛИРОВАНИЕ НЕРАВНОВЕСНЫХ ПРОЦЕССОВ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОГО КРУГООБОРОТА ФИНАНСОВЫХ ПОТОКОВ С УЧЁТОМ ВЛИЯНИЯ РЫНКА БЛАГ.

Предложены системные принципы моделирования макроэкономического кругооборота финансовых потоков с учётом информации о ценовых регулирующих механизмах. Разработаны когнитивная и динамические модели функционирования макроэкономической системы в неравновесных условиях рынка благ. Представлены результаты экспериментальных исследований управляемых сценариев.

МАКРОЭКОНОМИЧЕСКАЯ СИСТЕМА. КРУГООБОРОТ ПОТОКОВ. РЫНОК БЛАГ. УРОВЕНЬ ЦЕН. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ.

Целуйко Д. С. МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ВОЗДЕЙСТВИЯ ГИБКОСТИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ БИЗНЕС-ПРОЦЕССА.

Дана классификация гибкости информационных систем. Описываются характеристики бизнес-процесса, стадии принятия решения о распределении средств при проектировании и использовании информационной системы, а также приведена модель оценки воздействия гибкости информационной системы на эффективность выполнения бизнес-процесса и её возможное применение.

ХАРАКТЕРИСТИКИ БИЗНЕС-ПРОЦЕССА. ГИБКОСТЬ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ. ЭФФЕКТИВНОСТЬ БИЗНЕС-ПРОЦЕССА.

Кудрявцев О. Е. БЫСТРЫЙ И ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ БАРЬЕРНЫХ ОПЦИОНОВ В МОДЕЛЯХ ЛЕВИ С ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ РЕЖИМОВ ПО ПАРАМЕТРАМ ПРОЦЕССА.

Разработан быстрый и точный метод оценивания барьерных опционов относительно широкого класса моделей Леви, зависящих от марковской цепи. Задача сводится к численному решению системы интегро-дифференциальных уравнений с частными производными с определёнными начальными и краевыми условиями. Алгоритм решения основан на использовании эффективной приближённой факторизации Винера–Хопфа и методе последовательных итераций

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ. МОДЕЛИРОВАНИЕ. ПРОЦЕССЫ ЛЕВИ. ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА. БАРЬЕРНЫЕ ОПЦИОНЫ. ФАКТОРИЗАЦИЯ ВИНЕРА–ХОПФА.



Козлов Ю. В. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ ПОДВОДНОГО АППАРАТА НА ЦИРКУЛЯЦИИ.

Задача оптимизации маневрирования подводного аппарата по курсу с воздействиями на рулевое устройство и на силовую установку сформулирована как задача нелинейного программирования с невыпуклой областью допустимых решений. Предложены оригинальные модели и методы её решения. Показано, что полученное решение является оптимальным как по критерию максимального быстродействия, так и по критерию максимизации кривизны траектории.

ПОДВОДНЫЙ АППАРАТ. МАНЕВРИРОВАНИЕ. ОПТИМИЗАЦИЯ. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ.

Аксенов К. А., Журавлев А. В. ИССЛЕДОВАНИЕ И АНАЛИЗ ГИБРИДНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И ПРОГРАММНЫХ СИСТЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ.

Проведён анализ гибридных динамических моделей и систем динамического моделирования мультиагентных процессов преобразования ресурсов (бизнес-процессов, организационно-технических систем).

ГИБРИДНЫЕ МОДЕЛИ. МОДЕЛЬ ГЛУШКОВА. МОДЕЛИ СИСТЕМНОЙ ДИНАМИКИ. МУЛЬТИАГЕНТНЫЕ СИСТЕМЫ. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.

Демидова Л. А., Кираковский В. В., Коротаев А. Н. ПОДХОД К ПРОБЛЕМЕ КЛАССИФИКАЦИИ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМОВ ВОЗМОЖНОСТНОЙ КЛАСТЕРИЗАЦИИ И ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ.

Рассмотрен новый подход к проблеме классификации технического состояния зданий и сооружений с использованием алгоритмов возможностной кластеризации и генетических алгоритмов. В ходе решения данной задачи было рассмотрено несколько алгоритмов.

НЕЧЁТКИЕ МНОЖЕСТВА. ГЕНЕТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ. ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ. FCM-АЛГОРИТМ. PCM-АЛГОРИТМ.

Припадчев А. Д. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ПАССАЖИРСКИХ ПЕРЕВОЗОК В ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ.

Предложен один из вариантов формирования структуры математической модели на базе внутренней характеристики системы. Техническое описание процесса пассажирских перевозок представляет собой определенную закономерность. При формировании математической модели возможно использование антиподных способов исследования, таких как дедуктивный и индуктивный. Основой индуктивного способа является структура математической модели технологического процесса.

ЛЁТНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ. ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВОЗДУШНОГО СУДНА. КОММЕРЧЕСКАЯ НАГРУЗКА. СКОРОСТЬ ПОЛЁТА.

Евстигнеев Н. М. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ–СТОКСА НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЛАГРАНЖЕВО–ЭЙЛЕРОВОГО МЕТОДА.

Рассмотрено численное интегрирование эволюционного уравнения Навье–Стокса в интегральной форме для произвольной корректной начально-краевой задачи в  $\mathbb{R}^3$  с применением абсолютно устойчивого Лагранжево–Эйлерового подхода для невязких потоков. Применён метод расщепления по физическим процессам. Для увеличения точности интегрирования невязких потоков применены методы коррекции ошибки вычисления траектории с ограничителем и метод интерполяции повышенного порядка.

УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ–СТОКСА. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ГИДРОДИНАМИКЕ. ЛАГРАНЖЕВО–ЭЙЛЕРОВЫЕ МЕТОДЫ. ДИНАМИКА БОЛЬШИХ ВИХРЕЙ.

Балонин Н. А., Гарибин П. А., Марлей В. Е., Рябов Г. Г. ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ МОНИТОРИНГА ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ.

Рассмотрены возможности нового подхода к оценке технического состояния гидротехнических сооружений на основе Интернет-технологий, сотовой связи, анализа изображений.

МОНИТОРИНГ ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЙ. ФУНКЦИЯ СОСТОЯНИЯ. ИНТЕГРАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ СОСТОЯНИЯ. ИНТЕРНЕТ-ТЕХНОЛОГИИ. НОВЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ПЕРВИЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ.



Чечулин В. Л. МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ В УПРАВЛЕНИИ КАЧЕСТВОМ ПРОЦЕССА ХЛОРИРОВАНИЯ ТИТАНОСОДЕРЖАЩЕЙ ШИХТЫ.

Описано приложение метода пространства состояний к управлению качеством процесса хлорирования титаносодержащей шихты. Выделена общая шестиуровневая вертикальная структура системы информатизации технологического процесса. Определено пространство состояний системы, распадающееся, ввиду наличия двух параллельных процессов (хлорирования и связывания кислорода окислов), на суперпозицию двух стандартных задач. Указаны особенности и ограничения применения математических моделей для решения этой задачи.

СИСТЕМА ИНФОРМАТИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА. УРОВНИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СТРУКТУРЫ. МЕТОД ПРОСТРАНСТВА СОСТОЯНИЙ. ХЛОРИРОВАНИЕ ТИТАНОСОДЕРЖАЩЕЙ ШИХТЫ.



## ANNOTATION

### KEYWORDS

Beliavskiy G. I., Shtaba M. V. IMAGE ANALYSIS AND IMAGE COMPRESSION USING 3-D MATHEMATICAL MORPHOLOGY.

An algorithm for image processing and image compression, using the methods of mathematical 3-D morphology that is one of the most progressive means of intelligent systems in image analysis, is considered. The main point of the algorithm is analysis of color information and marking out the object shape, using morphological techniques, as well as image slicing on subsets-layers, that can carry an important meaning, like regions and objects in cartography.

IMAGE ANALYSIS. COMPRESSION. 3-D MATHEMATICAL MORPHOLOGY. INTELLIGENT SYSTEMS. COLOUR. ALGORITHM.

Trifonov P. V. IMPROVING the PRECISION of BAYESIAN CLASSIFIER for TEXT DOCUMENTS.

The problem of automatic text document categorization is considered. It is shown that the immediate implementation of Bayesian classifier provides quite low categorization precision due to strong statistical dependence of feature vector elements. A solution to this problem is proposed, which is based on transforming the document feature vector into the one with higher dimension and weaker statistical dependency between its elements.

AUTOMATIC CATEGORIZATION. BAYESIAN CLASSIFIER.

Benderskaya E. N., Schwarz D. R. THE APPROACH TO IDENTIFYING THE PARAMETERS OF SELF-ORGANINING MAPS IN THE TASK OF ANALYSIS OF DATA STRUCTURE.

In article describe problems of practical application of self-organizing maps. The are offered selection rules for parameters of SOM depending on the type of data analysis task.

NEURAL NETWORKS. SELF-ORGANINING MAPS. DATAMINIG.

Chernoyarov O. V. QUASY-LIKELYHOODESTIMATIONOFTHETIMEDELAYANDPOWERPARAMETERS OF THE WIDEBAND RANDOM PULSE AGAINST WHITE AND CORRELATED INTERFERENCES.

The synthesis and analysis of joint estimation algorithm of time delay, mathematical expectation and dispersion of wide-band random impulse with inaccurately known duration observed against white noise and bandpass interference with inaccurately known intensities on the basis of the maximum likelihood method has been implemented. The influence of anomalous errors to accuracy of time delay estimation has been considered.

Functionability of offered measurer and the applicability boundaries of asymptotically exact formulas for its characteristics by statistical modeling methods have been set.

RANDOM GAUSSIAN IMPULSE. QUASY-LIKELYHOOD ESTIMATION. TIME DELAY AND POWER PARAMETERS. METHOD OF LOCALLY-MARKOV APPROXIMATION. STATISTICAL MODELING.

Kudryavtsev A. M., Smirnov A. A., Fedyanin A. V. "PATH" PROCESSING TECHNIQUE OF RANDOM MEDIUM RADIOMONITORING DATA.

The way of radiomonitoring data processing task solving on the base of "path" processing technology is considered. Formal description of algorithm carrying out technique of radiomonitoring data "path" processing is presented.

DATA PROCESSING. RADIOMONITORING. PROCESSING ORGANIZATION.



Shishkin I. F., Sergushev A. G. METHODS OF POLARISING SELECTION LOCATION SIGNALS FOR ROUTE-TRACKING OBSERVATIONS.

With the strong sea wave or a storm, because of the masking of reflections from the drive hydrometeor, worsening radar visibility wake with investigative observations. In these conditions for breeding the wake can be used in methods of polarization selection of radar signals. Article deals with the polarization method of deployment. A theory of polarization target selection on the background of reflections from the sea surface. Block diagrams of the indicator and the deployment of the polarization analyzer of the envelope of pulses reflected from the selected area on the surface of the sea. We consider their application for the selection of reflections from ripples on the background of reflections from sea waves.

TRACES ON WATER. ROUTE-TRACKING IN SEA AREAS. MARINE RADIOLOCATION. SAFETY OF NAVIGATION. DETECTION OF SHIPS. SEARCHING OF TRACES. DETERMINATION OF COORDINATES OF MOVING SHIPS. CLEARING WAYS BY SHIPS. POLARIZATION SELECTIVITY.

Sirotkin A. V. CONTROLLING INFORMATION MAINTENANCE PROCEDURES IN AUTOMATIED MANAGEMENT SYSTEMS

Problems of forming approaches to and using criteria of information maintenance processes in automated management systems are considered. The topicality of the research is substantiated by the necessity of raising efficiency of the systems in question. The approach is offered for handling the queues in priority queueing systems.

CONTROL SYSTEM. INFORMATION PROCEDURE. HOLDING TIME. INFORMATION INTERACTION.

Zhitnikov V. P., Sherikhalina N. M., Porechny S. S. IDENTIFICATION PROBLEM SOLVING APPLIED TO THE NUMERICAL RESULTS ESTIMATION.

The problem of the mathematical model parameters defining for irregular error part search and the overall error precision estimation is solved. New formula of numerical filtration of the numerical experiment data is offered thereto.

IDENTIFICATION. ERROR ESTIMATION. NUMERICAL FILTRATION.

Ankudinov I. G., Sirotkin A. V. INFORMATION INTERACTION PROCEDURE CONTROL IN AUTOMATIED MANAGEMENT SYSTEMS.

Problems of information service monitoring in automated management systems are considered. Service is treated as a system of procedures for information interaction of management subjects by transmitting information objects. Service monitoring is effected by changing procedure priorities by means of varying objects' ranks. A queuing discipline is proposed based on dynamic formation of the procedure execution queue.

CONTROL SYSTEM. INFORMATION PROCEDURE. HOLDING TIME. INFORMATION INTERACTION. OBJECT RANK.

Popov A. V., Aksyonov K. A., Dorosinskiy L. G. INTELLIGENT SYSTEM MODELING OF LOGISTIC PROCESSES.

The report focuses on the optimization of logistics processes companies and related issues of decision support, as well as the development of intellectual systems modeling logistics.

LOGISTICS. OPTIMIZATION. DECISION MAKING. MODELING. NUMERICAL METHODS.

Delitsin L. L. INTERNET ADOPTION FORECASTING USING AN INNOVATION DIFFUSION MODEL.

Using an innovation diffusion model that accounts for demographic processes and price dynamics, we analyze three possible scenarios of Internet adoption in Russia. To identify model parameters we use Public Opinion Foundation and WCIOM sociological survey data. Our forecasts are compared against historical Internet adoption dynamics in the US, Sweden and Latin America.

INTERNET. DIFFUSION OF INNOVATIONS. DEMOGRAPHIC PROCESSES. FORECASTING.

Pavlov P. A. EFFICIENCY OF THE DISTRIBUTED CALCULATIONS IN SCALED SYSTEMS.

The comparative analysis of modes of the organisation of the distributed co-operating competing processes is carried out. In case of unlimited parallelism necessary and sufficient conditions of efficiency of the distributed scaled systems are received.

THE SCALABILITY. THE DISTRIBUTED PROCESS. THE PROGRAM RESOURCE. EQUALLY DISTRIBUTED SYSTEM. ASYNCHRONOUS MODE. SYNCHRONOUS MODE. STRUCTURIZATION. EFFICIENCY. OPTIMALITY.



Bogoyavlenskiy Y. A., Korzun D. G. A SOFTWARE SYSTEM FOR REMOTE SOLVING HOMOGENOUS LINEAR DIOPHANTINE EQUATIONS IN NON-NEGATIVE INTEGERS.

In this paper, we introduce a software system Web-SynDic, which has been developed at Department of Computer Science of Petrozavodsk State University since 2003. Web-SynDic implements (via web-browser) access to two original pseudopolynomial algorithms for searching Hilbert basis (SHB) of homogenous linear Diophantine equation systems associated with context-free grammars (Syntactic and TransSol) as well as to algorithms of other authors (SlopesSys, lp\_solve and GLPK). Web-SynDic supports bulk testing of implementations of SHB algorithms and experimental analysis of their practical efficiency.

WEB-SYSTEMS. COMPUTATIONAL SERVICE. TESTING. SEARCHING HILBERT BASIS.

Borodin A. M. Porshnev S. V. COMPARATIVE ANALYSIS OF PERFORMANCE AND FEATURES OF BUSINESS INTELLIGENCE SOFTWARE BASED ON IN-MEMORY DATABASE INDICES.

This paper compares indexing system features and performance of aggregating query computation of Power Pivot add-in to MS Excel 2010 and program library for indexing multidimensional classified data based on R-tree index.

AGGREGATION. MULTIDIMENSIONAL DATA. OLAP SYSTEMS. INDEXING.

Pashkovsky A. V. STANDARD ELEMENTS METHOD IN COMPUTING OF THE MAGNETOSTATIC PROBLEM WITH FEATURE OF SOLUTIONS IN THE VICINITY OF THE CORNER POINTS.

Proposed to use the standard elements method to account for feature of solutions of the boundary value Dirichlet problem for Laplace equation in the vicinity of the corner points of boundaries, to increase the accuracy of the computation and reduce the dimension of the problem.

METHOD OF FINAL ELEMENTS. METHOD OF STANDARD ELEMENTS. REGIONAL FIELD PROBLEMS. THE NUMERICAL DECISION.

Kuleshov I. A., Babkin A. V., Malaxov U. A., Duplinskii M. A. THE ANALYSIS OF METHODS OF SYNTHESIS OF COMMUNICATION NETWORKS.

In clause problems of theoretical representation of questions of the analysis of methods of synthesis of modern communication networks are considered. The basic approaches and methods with reference to modern communication networks are stated.

COMMUNICATION NETWORKS. ALGORITHM. METHODS OF SYNTHESIS. STRUCTURE OF THE NETWORK. MODELLING. OPTIMIZATION.

Gromov Yu. Yu., Ishchuk(1) I. N. HEAT DETECTION AND RECOGNITION HIDDEN SUBSURFACE OBJECTS ON THE BASIS OF THE PLANIMETRIC ANALYSIS OF THEIR THERMAL TOMOGRAMS.

The technique of processing of thermal tomograms hidden subsurface objects on the basis of their planimetric analysis is presented, allowing to solve a problem of recognition of a class of a material and its form. Results of experiments on recognition of a class hidden subsurface objects, both on identified thermal properties, and under the form are resulted.

DETECTION AND RECOGNITION OF HIDDEN SUBSURFACE OBJECTS. THERMAL PROPERTIES. INFRARED THERMOGRAPHY. THE PLANIMETRIC ANALYSIS.

Matveev V. A. AN INVESTIGATION OF THE CONE OPTIMALITY IN DIFFERENTIAL COOPERATIVE GAME WITHOUT SIDE PAYMENT.

In this article the problem of the interest coordination for the parties, having incoincident sights on the results of functioning of the complex control system, is studied. For this purpose the differential cooperative game without side payments is considered. The decisions are examined from positions of corresponding multicriteria problems and a cone optimality. The decision on the basis of criteria convolution with the factors proportional to left eigenvector for maximum eigenvalue of the corresponding stochastic matrix is offered. The modelling example is investigated.

COOPERATIVE GAME. MULTICRITERIA OPTIMIZATION. CONE OPTIMALITY.

Ilyasov B. G., Degtyareva I. V., Makarova E. A., Pavlova A. N. MECHANISM OF GOODS MARKET BALANCING INFLUENCE ON NON-EQUILIBRIUM PROCESSES OF MACROECONOMIC TURNOVER OF FINANCIAL FLOWS

System principles of macroeconomic turnover of financial flows simulation in compliance with information about price balancing mechanisms are suggested. Cognitive and dynamic models of macroeconomic system functioning in non-equilibrium conditions of goods market are developed. Results of experimental research of control scenarios are presented.

MACROECONOMIC SYSTEM. FLOWS TURNOVER. GOODS MARKET. PRICE LEVEL. DYNAMIC MODEL.

Tseluyko D. S. EVALUATION MODEL OF INFLUENCE OF INFORMATION SYSTEM FLEXIBILITY ON EFFICIENCY OF BUSINESS PROCESS.

In article classification of flexibility of information systems is given. Characteristics of business process, stages of decision-making on distribution of investment are described at designing and use of information system, and also the evaluation model of influence of flexibility of information system on efficiency of business process and its possible application is resulted.

BUSINESS PROCESS CHARACTERISTICS. INFORMATION SYSTEM FLEXIBILITY. EFFICIENCY OF BUSINESS PROCESS.

Kudryavtsev O. E. FAST AND EFFICIENT PRICING BARRIER OPTIONS UNDER REGIME-SWITCHING LEVY MODELS.

In the paper, fast and accurate numerical method for pricing barrier options under a wide class of regime-switching Levy models is developed. The problem is reduced to the numerical solution to the initial boundary value problem for systems of partial integro-differential equations. The algorithm of the solution is based on the efficient approximating Wiener-Hopf factorization and a stationary iterative method.

NUMERICAL METHODS. MODELLING. LEVY PROCESSES. MATHEMATICAL FINANCE. BARRIER OPTIONS. WIENER-HOPF FACTORIZATION.

Kozlov Yu. V. MATENATIONAL MODELS OF SUBMERSIBLE CRAFT MOVEMENT OPTIMIZATHION UNDER CIRCULATION.

A processes manoeuvring optimization problem of submersible craft in terms of its track under a stress on both steerage and engine unit was formulated as a non-linear programming task with non-convex region of feasibility. Unconventional mathematical models and solution procedures of this problem have been proposed in present article. It has been shown that the derived solution is optimal as for a maximization speed criterion so for a maximization trajectory curvature criterion.

SUBMERSIBLE CRAFT. MANEUVERING. OPTIMIZATION. NON-LINEAR PROGRAMMING.

Aksyonov K. A., Zhuravlyov A. V. HIBRID DYNAMIC MODELS AND SIMULATION SYSTEM OF RESOURCES CONVERSION PROCESSES RESEARCH AND ANALYSIS.

This work describes analysis of hybrid dynamic models and simulation systems of multi agent resources conversion processes (business processes, organization-technical systems).

HYBRID MODELS. GLUSHKOV'S MODEL. MODELS OF SYSTEM DYNAMICS. MULTIAGENTAL SYSTEMS. IMITATING MODELLING.

Demidova L. A., Kirakovskiy V. V., Korotaev A. N. APPROACH TO PROBLEM OF CLASSIFICATION TECHNICAL STATE OF BUILDINGS AND CONSTRUCTIONS WITH USING ALGORITHMS OF POSSIBILITIC CLUSTERIZATION AND GENETIC ALGORITHMS.

In article view new approach to problem of classification technical state of buildings and constructions with using algorithms of possibilistic clusterization and genetic algorithms. During the solving this task was view some algorithms.

FUZZY SETS. GENETIC ALGORITHMS. FITNESS FUNCTION. FCM-ALGORITHM. PCM-ALGORITHM.

Pripadchev A. D. MATHEMATICAL MODELS of THE PROCESS of PASSENGER TRANSPORTATIONS IN THE CIVIL AVIATION

One of the variants of mathematical structure model forming on the basis systems internal characteristic is offered in the given article. The technological description of the passenger traffic process has certain laws. While constructing a mathematical model antipodal research methods can be used such as inductive and deductive. The basis of the inductive method is the mathematical model's structure of the engineering process.

FLIGHT PERFORMANCES. AIRCRAFT ECONOMIC EFFECTIVENESS. COMMERCIAL LOAD. FLIGHT SPEED.



### Evstigneев Н. М. NUMERICAL METHOD OF THE DECISION OF THE EQUATIONS OF NAVIER-STOKES ON NOT STRUCTURED GRIDS WITH APPLICATION OF LAGRANGIAN-EULER'S METHOD.

Numerical integration of an arbitrary initial boundary problem for Navier-Stokes equations is considered. The method uses conditionally stable semi-Lagrangian advection scheme for invicid fluxes with high order interpolation on unstructured mesh. The fractional step method on physical processes is used to project pressure field. In order to increase time step integration the BFECC method with limiter TVD correction is used. Flow over a Cylinder for 3D case is compared to the experimental and simulation data.

NAVIER-STOKES EQUATIONS. INCOMPRESSIBLE PRESSURE PROJECTION SOLVER. COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS. FREE SURFACE FLOWS. SEMI-LAGRANGIAN METHODS. LARGE EDDY SIMULATION.

### Balonin N. A., Garibin P. A., Marley V. E., Ryabov G.G. PROSPECTS OF USE OF THE INFORMATION TECHNOLOGY FOR MONITORING OF THE TECHNICAL CONDITION OF HYDRAULIC ENGINEERING CONSTRUCTIONS.

Possibilities of the new approach to an estimation of a technical condition of hydraulic engineering constructions on the basis of Internet technologies, cellular communication, the analysis of images are considered.

MONITORING OF HYDRAULIC ENGINEERING CONSTRUCTIONS. CONDITION FUNCTION. INTEGRATED CRITERION OF A CONDITION. THE INTERNET TECHNOLOGY. NEW METHODS OF PROCESSING OF THE PRIMARY INFORMATION.

### Chechulin V. L. THE SPACES STATES MODELING METHOD APPLICATION TO THE QUALITY MANAGEMENT OF THE TITANIUM CHARGE CHLORATION PROCESS.

The application of the spaces states modeling method to the quality management of the titanium charge chloration process was described. Commit the total 6-level vertical structure of the system of information the process. System's state space was defined. It was broken down, because there are two parallel processes (chlorination and the binding of oxygen oxides) on the superposition of 2-standard tasks. The features and restrictions on the use of mathematical models to solve this problem was described too.

INFORMATIZATION SYSTEM OF TECHNOLOGICAL PROCESS, LEVELS OF INFORMATION STRUCTURE, STATE SPACE METHOD, CHLORATION OF TITANIUM CHARGE.

## **НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ СПБГПУ**

**№ 1 (93) 2010**

Учредитель – Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Издание зарегистрировано в Госкомпечати РФ, свидетельство № 013165 от 23.12.94

Редакция журнала

д.э.н., профессор, канд. техн. наук *A.B. Бабкин* – научный редактор

*E.A. Калинина* – литературный редактор, корректор

*A.A. Родионова* – менеджер по работе с клиентами

*M.O. Давыденко* – ответственный секретарь, выпускающий редактор

Телефон редакции 552-62-16, 297-18-21

E-mail: infocom@spbstu.ru

Компьютерная верстка *A.H. Смирнова*

Директор Издательства Политехнического университета *A.B. Иванов*

Лицензия ЛР № 020593 от 07.08.97

---

Подписано в печать 25.02.2010. Формат 60×84 1/8. Бум. тип. № 1.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 24,0. Уч.-изд. л. 24,0. Тираж 1000. Заказ

---

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Издательство Политехнического университета

член Издательско-полиграфической ассоциации университетов России

Адрес университета и издательства: 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29.